4° Techn
289
-1-

Aus dem Nachlaß
von
Dipl.-Ing.
Lucian Vogel

D Vogel.

THEORIE UND BAU

DER

WASSER-RÄDER

VON

F. REDTENBACHER,

Grossherzoglich Badischer Hofrath, Ritter des Zähringer Löwenordens, d. Z. Direktor der polytechnischen Schule zu Carlsruhe und Professor des Maschinenbaues.

Mit 6 kleinen Tafeln zum Text und einem Atlas von 25 grösseren lithographirten Tafeln.

ZWEITE AUFLAGE.

[I. Teil: Text]

MANNHEIM.

VERLAGSBUCHHANDLUNG VON FRIEDRICH BASSERMANN.

1858.

Stadtbibliothek Augsburg

Druck von MALSCH & VOGEL in Carlsruhe.

VORWORT

ZUR ZWEITEN AUFLAGE.

Diese zweite Auflage der Theorie der Wasserräder unterscheidet sich von der ersten im Wesentlichen nur durch die äussere Form und nicht durch den Inhalt. Der Text ist grösser, die Tafeln sind kleiner als in der ersten Auflage. Das erstere ist geschehen, theils um die zuweilen langen Formeln geordneter schreiben zu können, theils um eine Uebereinstimmung mit andern von mir herausgegebenen Werken zu erzielen. Das letztere ist geschehen, theils um die Kosten der Tafeln zu vermindern, theils um ein bequemeres handbares Format zu gewinnen.

Was in der Vorrede zur ersten Auflage über die Wasserräder im Allgemeinen und über ihr Verhältniss zu den Turbinen gesagt wurde, ist nach meiner Ansicht auch heute noch richtig, und das faktisch vorhandene Bedürfniss nach einer zweiten Auflage ist der evidenteste Beweis, dass die Wasserräder von den Turbinen nicht gänzlich verdrängt worden sind, und es wohl auch nie werden können.

Wesentliche Veränderungen habe ich im Text nicht vorgenommen, denn die zahllos vielen Anwendungen der aufgestellten Regeln haben mich keineswegs veranlasst, nach Neuerungen zu suchen.

Hoffentlich wird auch diese zweite Auflage manchen Nutzen gewähren.

Carlsruhe im April 1858.

DER VERFASSER.

VORWORT
ZUR ERSTEN AUFLAGE.

Ein Werk über die Wasserräder mit horizontalen Axen ist zwar im gegenwärtigen Augenblick keine zeitgemässe Erscheinung, denn diese Räder sind durch die rapide Verbreitung der Turbinen fast eine Antiquität geworden. Allein wenn auch ihre Bedeutung nicht mehr so gross ist, als sie es noch vor einigen Jahren war, so sind und bleiben dieselben doch noch immer nützliche Kraftmaschinen, die durch die Turbinen wohl nie ganz verdrängt werden können. Ich glaube daher, dass es dem wissenschaftlichen und dem praktischen Publikum noch immer erwünscht sein werde, wenn etwas Haltbares über diesen Gegenstand geboten wird.

Die Wasserräder, von denen hier die Rede ist, sind bekanntlich die ältesten Betriebsmaschinen für Wasserkräfte; man sollte daher meinen, dass die Theorie und der Bau derselben längst so vollständig bekannt sein müsste, dass eine wissenschaftlich praktische Behandlung derselben heut zu Tage eine ganz zwecklose Arbeit wäre. Allein so ist es nicht. Mit den Theorien, welche verschiedene Schriftsteller über die Wasserräder aufgestellt haben, kann man weder die Leistungen eines bestehenden Rades von bekannten Abmessungen berechnen, noch die Dimensionen eines zu erbauenden Rades zweckmässig bestimmen. Die Ursache, wesshalb diese Theorien keine praktischen Resultate liefern, liegt in dem Umstande, weil sie in der Regel die besondere Einrichtung des Rades so wie auch den Zustand, in welchem es sich befindet, ganz oder doch grösstentheils ausser Acht lassen und nur allein das Gefälle, die Wassermenge, die Umfangsgeschwindigkeit des Rades und die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser den Umfang des Rades erreicht, berücksichtigen.

In den Formeln, welche jene Theorien für den Effekt aufstellen, erscheint daher nicht eine von den mannigfaltigen Dimensionen des Rades, so dass man schiessen könnte, dass es für den Effekt ganz gleichgültig wäre, ob das Rad gross oder ob es klein, ob es schmal oder breit, tief oder seicht gebaut, ob es stark oder schwach gefüllt, ob es mit Schaufeln oder mit

Zellen versehen, welche Form dieselben haben, und in welcher Anzahl sie vorhanden sind; ob das Rad genau gearbeitet und in gutem Zustande, oder ob es unvollkommen ausgeführt und überall Wasser durchrinnen lässt, ob es endlich im Unterwasser eintaucht oder nicht. Diese Unvollkommenheiten jener Theorien sucht man zwar durch praktische Bemerkungen über den Bau der Räder zu beseitigen; diese Bemerkungen bieten aber meistens wenig sichere Anhaltspunkte dar und zeigen eben nicht von einer umfassenden Kenntniss über die Leistungen der Praxis, sind daher nicht geeignet, die Mängel jener Theorien zu ersetzen. Unter solchen Umständen ist es natürlich, dass die Praktiker die Räder lieber nach ihren eigenen, oft zwar sehr gesunden, häufig aber auch sehr wunderlichen Ansichten und sogenannten Erfahrungen ausführen.

Wir wollen nun sehen, was die Praxis in ihrer Isolirung von der Theorie geleistet hat. Wenn man hierüber zu einem klaren und gerechten Urtheil kommen will, muss man an den praktisch ausgeführten Rädern drei Dinge unterscheiden, nämlich 1) diejenigen Grössen und Formen, von welchen in der Voraussetzung einer vollkommenen Ausführung des Baues der Effekt des Rades vorzugsweise abhängt; 2) die Querschnittdimensionen und Formen aller Theile des Baues; 3) die Art der Verbindung aller Theile zu einem starren Ganzen, und die Vollkommenheit, mit welcher alle Arbeiten ausgeführt sind.

Hinsichtlich des Effekts sind die Räder meistentheils mehr oder weniger fehlerhaft gebaut. Eine Ausnahme hiervon machen nur allein die oberschlächtigen mit kleinen Wasserquantitäten arbeitenden Räder; es ist aber auch kaum möglich, in dem Bau dieser Räder einen wesentlichen Fehler zu begehen, denn der schlichte gesunde Verstand, ohne von irgend einer Theorie unterstützt zu sein, erkennt bei diesen Rädern gar leicht, dass zur Frzielung eines guten Effekts nur nothwendig ist, das Wasser in einer dünnen Schichte ungefähr nach tangentialer Richtung nach dem Scheitel des Rades zu leiten und dieses so geräumig zu bauen, dass die Zellen nur wenig gefüllt werden.

Die mit grossen Wasserquantitäten arbeitenden oberschlächtigen Räder sind gewöhnlich zu schmal und die Schluckweite der Zellen ist zu eng, was zur Folge hat, dass der Eintritt des Wassers sehr erschwert wird und gewöhnlich erst in einiger Tiefe unter dem Scheitel des Rades und selbst da oft nur theilweise erfolgt, indem beträchtliche Massen über das Rad hinfluthen oder von demselben wegspritzen.

Bei den rückschlächtigen Rädern ist durchgängig der Einlauf verfehlt, sind die Zellen zu tief und fehlt das hier sehr nothwendige Radgerinne, ohne welches ein guter Einlauf gar nicht möglich ist.

Bei den mittelschlächtigen Schaufelrädern ist meistens die Schaufeltheilung zu gross, der Einlauf verfehlt, die Radbreite bald zu klein, bald zu gross und die Schaufeln berühren das Unterwasser, statt in dasselbe bis zu einer gewissen Tiefe einzutauchen.

Bei den unterschlächtigen Rädern trifft man meistens eine zu grosse Schaufeltheilung, unzweckmässige Stellung der Schaufeln, fehlerhafte Stellung des Schützens und eine Anordnung des Gerinnes, die selbst bei vollkommener Ausführung bedeutende Wassermengen wirkungslos entweichen lässt.

Die nach *Poncelet* ausgeführten Räder mit krummen Schaufelflächen sind endlich in jeder Hinsicht zu klein gebaut.

Wenn man diese Beurtheilung vorläufig als richtig gelten lassen will, so wird man zugeben müssen, dass die Praxis mit den für einen guten Nutzeffekt zu erfüllenden Bedingungen nicht gehörig vertraut ist.

Günstiger fällt dagegen das Urtheil aus, wenn man die bestehenden Räder nach den Querschnittdimensionen der einzelnen Theile, nach der Verbindung dieser letzteren zu einem starren Ganzen, endlich nach der Vollkommenheit beurtheilt, mit welcher alle Theile bearbeitet sind. Dies gilt nun allerdings nicht von den Rädern der Gewerbsindustrie, wohl aber von der Mehrzahl der grossen, oft kolossalen Räder, welche in neuerer Zeit zum Betriebe grosser Fabriken erbaut worden sind. Bei diesen letzteren Rädern findet man oft Dimensionen und Formen, die nicht nur ein für richtige Verhältnisse praktisch gebildetes Gefühl sehr wohl befriedigen, sondern die auch eine scharfe mathematische Prüfung mit sehr gutem Erfolg bestehen. Ich habe über eine bedeutende Anzahl von grossen Rädern sorgfältige und ausführliche Rechnungen über die Stärke aller wesentlichen Bestandtheile in der Absicht durchgeführt, um für die theoretischen Eormeln zuverlässige Coeffizienten ausfindig zu machen, und habe dabei im Allgemeinen sehr befriedigende Uebereinstimmungen gefunden.

Die Praxis hat also hier, wie in anderen Dingen auch, die ihr eigentlich zukommende Aufgabe sehr vollkommen gelöst, so dass in dieser Hinsicht nichts zu thun übrig bleibt, als ihre Leistungen genau zu prüfen und zu studiren, die sich dabei zeigenden Unvollkommenheiten mit einer gesunden Theorie wegzuschaffen und alle Unbestimmtheiten auf feste Regeln zurückzuführen.

Nach diesen Bemerkungen über den Standpunkt, auf welchem sich gegenwärtig die Theorie und die Praxis des Wasserradbaues befinden, dürfte es wohl zweckmässig sein, eine allgemeine Uebersicht von dem Inhalte des vorliegenden Werkes folgen zu lassen.

Die Abhandlung zerfällt in sieben Abschnitte. Der erste Abschnitt enthält eine kurze Beschreibung der verschiedenen Räder, deren Theorie und Bau in dem Werke behandelt wird; einige vorläufige Betrachtungen über die bei denselben vorkommenden Effektverluste und die bekannte von *Navier, Poncelet* und anderen Schriftstellern aufgestellte Theorie der Wasserräder, nebst Angabe der von *Smaeton* und *Morin* durch Versuche aufgefundenen Corrections-Coeffizienten für die Effektgleichungen.

Im zweiten Abschnitte werden die mannigfaltigen bei den älteren Rädern vorkommenden Effektverluste möglichst genau berechnet. Diese Berechnungen liefern die Elemente zu der

Im dritten Abschnitt enthaltenen genaueren Theorie dieser Räder. In den Effektgleichungen, welche man daselbst aufgestellt findet, erscheint der Einfluss sämmtlicher Construktions-Elemente des Baues auf den Nutzeffekt; die Ausmittlung der Bedingungen, welche für ein relatives oder für ein absolutes Maximum des Nutzeffektes zu realisiren sind, ergeben sich daher auf rein analytischem Wege. Weil aber die Gleichungen, welche aus dieser Theorie zur Bestimmung der Dimensionen hervorgehen, für den grösseren Theil des praktischen Publikums zu complicirt sind; weil ferner diese hinsichtlich des Effekts allerdings sehr vollkommenen Räder in der Regel weit kostspieliger, als die in der Wirklichkeit existirenden ausfallen würden, daher, mit Rücksicht auf die Turbinen, heut zu Tage wohl nicht zur Ausführung empfohlen werden können: so sind im

Vierten Abschnitt die Regeln zur Bestimmung der wesentlichsten Dimensionen, von welchen der Effekt abhängt, mit Rücksicht auf den Kostenpunkt, in der Art ausgemittelt worden, dass die Räder einen befriedigenden Nutzeffekt zu geben vermögen, ohne kostspieliger zu sein, als die in der Wirklichkeit vorkommenden besseren Construktionen. Diese Regeln sind dann auch so einfach, dass ihre richtige Anwendung nur wenige Kenntnisse der Algebra erfordern.

Im dritten Abschnitt wird auch das mit krummen Schaufeln versehene, von *Poncelet* zuerst angegebene Rad behandelt. Die Theorie desselben ist zwar nicht für die Praktiker, allein die Resultate sind zuletzt einfacher, als bei irgend einem andern Rade, und somit ist für die Praxis gesorgt.

Der fünfte Abschnitt handelt von dem Baue der Räder im Allgemeinen und von der Bestimmung der Querschnittsdimensionen ihrer Hauptbestandtheile. Es wird zuerst gezeigt, wie, je nach der Bauart des Rades im Allgemeinen, die Kraft, mit welcher das Wasser auf die Umfangstheile des Rades einwirkt, durch die verschiedenen Bestandtheile desselben bis nach dem Punkt fortgepflanzt wird, in welchem sie an die Transmission abgegeben wird; daraus ergeben sich die Intensitäten der Kräfte, welche auf die einzelnen Theile des Rades einwirken, so wie auch die Art dieser Einwirkung, und es lassen sich dann, mit Berücksichtigung der bei den bestehenden Rädern vorkommenden Dimensionen einfache und zuverlässige Regeln für die Bestimmung der Querschnittsdimensionen aller Theile aufstellen. Dabei wird stets der äusserst fruchtbare Grundsatz befolgt, alle Nebendimensionen eines Bestandtheiles auf eine seiner Hauptdimensionen zu beziehen. Wenn man dem Grundsatz consequent bleibt, die Querschnittsdimensionen so zu bestimmen, dass alle aus demselben Materiale bestehenden Theile durch die auf sie einwirkenden Kräfte gleich stark in Anspruch genommen werden, fallen einige Theile auf der Zahnkranz-Seite stärker aus, als auf der andern Seite des Rades. Dadurch entsteht allerdings für die Ausführung der Nachtheil, dass die Herstellung der Modelle etwas kostspieliger und die Aufstellung des Rades wegen der ungleichen Zapfen etwas schwieriger wird, als wenn man, wie es bei den bestehenden Rädern der Fall ist, beide Seiten des Rades mit gleichen Dimensionen herstellt, demnach die Zahnkranzseite zu schwach und die andere Seite etwas zu stark baut. Dessen ungeachtet wurde bei den auf den grossen Tafeln dargestellten Rädern der früher erwähnte Grundsatz mit Consequenz befolgt, weil das vorliegende Werk nicht nur den Zwecken der Praxis, sondern auch jenen der Schule zu dienen bestimmt ist, in letzterer Hinsicht aber eine nach strengen Prinzipien durchgeführte Construktion den Vorzug verdient. Uebrigens ist es für jeden Praktiker, welcher kostspieligere Modelle und schwierige Aufstellung scheut, eine leichte Sache, für beide Seiten des Rades zweckmässige Dimensionen von gleicher Grösse zu wählen, und zwar entweder die Dimensionen der leichten oder jene der schweren Seite, oder endlich mittlere Dimensionen aus beiden.

Im sechsten Abschnitt ist über die Anlage der Wehre und Kanäle dasjenige in Kürze zusammengestellt, was der Mechaniker kennen muss, um dem Ingenieur die für die Ausführung des Wasserbaues nothwendigen Hauptdaten angeben zu können.

Im siebenten Abschnitt kommen, in Verbindung mit den grossen lithographirten Tafeln, die Früchte der theoretisch-praktischen Untersuchungen, welche die früheren Abschnitte enthalten, zum Vorschein. Dieser Abschnitt enthält nämlich die Beschreibung und Berechnung von 11 verschiedenen Rädern mit allen construktiven Details, vermittelst welchen es wohl jedem etwas geübten Construkteur möglich werden dürfte, in jedem vorliegenden Falle einen den Umständen angemessenen Radbau zu entwerfen. Findet das sachverständige Publikum, dass die hier vorliegenden Räder schöner und besser entworfen sind, als die in Anwendung befindlichen Räder, so habe ich das mir vorgesteckte Ziel erreicht. Findet man das Gegentheil, nun so wäre auch dieses Werk wiederum ein Beitrag zu jener wissenschaftlich-technischen Literatur, die von der Praxis ohne Berücksichtigung bleibt, und ich bin dann bereit, meine Theorie über die Wasserräder aufzugeben, denn ich sehe nicht ein, welchen Werth eine Theorie über einen Gegenstand haben sollte, der nur allein von praktischem und von keinem anderen Interesse sein kann, wenn vermittelst derselben nichts Besseres geleistet werden kann, als was die handwerksmässige Praxis hervorgebracht hat.

Hoffentlich wird aber das Urtheil nicht verwerfend ausfallen, denn einerseits ist im theoretischen Theile der Abhandlung sicherlich nichts Wesentliches übersehen worden, und andererseits habe ich ein reiches Material über ausgeführte Räder benutzt.

Wenn es mir darum zu thun gewesen wäre, Zeichnungen über ausgeführte Räder zu liefern, hätte ich nur aus den Zeichnungen, die ich besitze, ein paar Dutzend auszuwählen und zum Lithographen zu schicken gebraucht und hätte mir so viele Mühe ersparen können. Die Aufgabe, welche ich mir gestellt habe, ist aber: den Maschinenbau auf gründliche, jedoch leicht anwendbare Regeln zurückzuführen, und da kommt es darauf an, dem praktischen Publikum Resultate vor Augen zu legen, damit es selbst urtheilen kann, ob jene Regeln Vertrauen verdienen oder nicht.

Die Zeichnungen zu dem Werke sind von Herrn *Trick*. Der Beschreibung und Berechnung der auf den grossen Tafeln dargestellten Räder folgt eine Vergleichung zwischen den Turbinen und Wasserrädern, und das Werk schliesst mit einigen hydraulischen Tabellen.

Alle Längen sind in Metern, die Gewichte in Kilogrammen, die Preise in Gulden à 2 Franken berechnet.

INHALT.

Seite

Vorwort zur zweiten Auflage V
Vorwort zur ersten Auflage VII

ERSTER ABSCHNITT.

Eintheilung und Beschreibung der Wasserräder. Vorläufige Betrachtungen über die bei denselben vorkommenden Effektverluste 1
Eintheilung der Wasserräder 1
Beschreibung der Wasserräder 2
Elementare Theorie der Wasserräder 5
Effektverlust durch den Eintritt des Wassers 6
Effektverlust durch die in den Zellen enthaltene Luft 11
Effektverlust beim Austritt des Wassers 12
Effektverlust durch Wasserverluste 15
Bewegungszustand des Wassers im Rade 19
Effektverluste wegen Reibungen und Luftwiderstand 21
Berechnung des Nutzeffektes der Wasserräder nach der Methode der französischen Schule 25

ZWEITER ABSCHNITT.

Genaue Berechnung der Effektverluste, welche bei den älteren Arten von Wassrrädern vorkommen . 33
Bezeichnung der Grössen für die Theorie der älteren Wasserräder 33
Effektverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht 35
Berechnung der Wassermenge, welche zwischen den Schaufeln eines unterschlächtigen Rades durchgeht, ohne eine Wirkung hervorzubringen 39
Wassermenge, welche unter dem Rade durch den Spielraum der Schaufeln im Gerinne entweicht . . 48
Berechnung des Effektverlustes, welcher durch das Entweichen des Wassers bei mittel- und rückschlächtigen Rädern entsteht 49
Berechnung des Effektverlustes, welcher bei oberschlächtigen Rädern, die keinen Mantel haben, dadurch entsteht, dass das Wasser aus den Zellen heraus fällt, bevor sie die tiefste Stellung erreicht haben 59
Berechnung des Effektverlustes, welcher bei dem Austritt des Wassers aus den Rädern entsteht . . 65
Effektverlust, den bei Schaufelrädern der Luftwiderstand verursacht 69
Effektverlust, welcher bei Mantelrädern durch die Reibung des Wassers an der Mantelfläche entsteht 70
Effektverlust durch die Zapfenreibung 70

DRITTER ABSCHNITT.

Analytische Theorie der Wasserräder 72
Theorie des unterschlächtigen Rades 73
Theorie des Kropfrades 81

Seite

Theorie des Schaufelrades mit Ueberfall-Einlauf 86
Theorie des Schaufelrades mit Coulissen-Einlauf 95
Theorie des rückschlächtigen Zellenrades 102
Theorie des oberschlächtigen Rades 110
Theorie des Poncelet'schen Rades 112

VIERTER ABSCHNITT.

Praktische Regeln zur Bestimmung der Construktionselemente für neu zu erbauende Räder 127
Wassermenge 129
Wahl des Rades 130
Umfangsgeschwindigkeit der Räder 134
Halbmesser der Räder 135
Breite und Tiefe der Räder 137
Anzahl der Schaufeln und Zellen 139
Form und Stellung der Schaufeln bei dem unterschlächtigen Rade 140
Form und Stellung der Schaufeln bei den mittelschlächtigen Rädern 142
Form und Stellung der Schaufeln bei einem rückschlächtigen Rade 143
Form der Zellen bei dem oberschlächtigen Rade 144
Einlauf und Gerinne bei dem unterschlächtigen Rade 144
Einlauf und Gerinne für das Kropfrad 146
Einlauf und Gerinne bei dem Ueberfallrade 148
Einlauf und Gerinne für das Coulissenrad 149
Einlauf und Gerinne für das rückschlächtige Rad 150
Einlauf für das oberschlächtige Rad 151

FÜNFTER ABSCHNITT.

Der Bau der Räder 154
Bauart der Räder im Allgemeinen 154
Das Material für den Bau der Räder 158
Der Zahnkranz 160
Das Getriebe 161
Die Radarme 162
Wellbäume für Räder mit steifen Armen 166
Wellbäume für Räder mit Spannstangen 168

SECHSTER ABSCHNITT.

Wehre und Kanäle 173
Umstände, unter welchen die Anlage nothwendig oder zweckmässig ist 173
Umstände, welche für die Anlegung eines Kanales sprechen 174
Umstände, unter welchen sowohl ein Kanal, als auch ein Wehr erbaut werden soll 174
Eintheilung der Wehre 174
Umstände, welche bestimmen, was für ein Wehr erbaut werden soll 175
Genauere Entscheidung der Frage, ob ein Grund- oder ein Ueberfallwehr angelegt werden soll . . 175
Höhe eines Ueberfallwehres 175
Höhe eines Grundwehres 176
Berechnung eines Ueberfall-Schleussenwehres 176
Führung der Kanäle 177
Geschwindigkeit des Wassers im Kanale 178
Quer-Profil des Kanals 179

Seite

Längen-Profil des Kanals . 181
Anwendung der Regeln über Kanäle und Wehre . 182
Beantwortung einer Frage, die vortheilhafteste Benutzung eines Wasserrechts betreffend 184

SIEBENTER ABSCHNITT.

Berechnung und Beschreibung der auf den grossen Tafeln dargestellten Räder 187
Zweck dieses Abschnittes . 187
Beschreibung und Berechnung des hölzernen Kropfrades, A. Tafel I. 188
Beschreibung und Berechnung des eisernen Kropfrades, B. Tafel II. 192
Beschreibung und Berechnung der zwei kleinen oberschlächtigen Räder, C. Tafel III. 194
Beschreibung und Berechnung des Schaufelrades mit Ueberfall-Einlauf, D. Tafel IV., V., VI. 200
Beschreibung und Berechnung des Coulissenrades, E. Tafel VII. bis XII. 209
Beschreibung und Berechnung des rückschlächtigen Zellenrades, F. Tafel XII. bis XVII. 220
Beschreibung und Berechnung des grossen oberschlächtigen Rades, G. Tafel XVII., XVIII., XIX. . 228
Beschreibung und Berechnung des unterschlächtigen Schaufelrades mit Hebwerb, H. Taf. XX., XXI, XXII. 234
Beschreibung und Berechnung der zwei Poncelet-Räder, J. Tafel XXIII. 249
Beschreibung des Schaufelrades mit Ueberfall-Einlauf, mit enger Schauflung, grosser Tiefe, langsamem Gang . 254
Tabelle über die Wasserkräfte, Leistungen, Gewichte und Kosten der auf den grossen Tafeln dargestellten Räder . 257
Vergleichung der Wasserräder mit den Turbinen 258
Tabellen . 264

ERSTER ABSCHNITT.

EINTHEILUNG UND BESCHREIBUNG DER WASSERRÄDER. ELEMENTARE THEORIE DERSELBEN.

Eintheilung der Wasserräder.

Unter einem Wasserrade im weitesten Sinne des Wortes versteht man bekanntlich eine radförmige hydraulische Kraftmaschine, welche am Umfange mit einem ringförmigen System von gefässartigen Theilen versehen ist, die durch ebene, gebrochene oder gekrümmte Flächen gebildet werden, und auf welche das Wasser durch Druck oder durch Stoss einwirkt.

Bei jedem Wasserrade sind nebst dem Rade noch folgende Theile vorhanden: a) der Zuleitungs- oder Zuflusskanal, durch welchen das Wasser bis an das Rad geleitet wird; b) die Schütze, d. h. eine schieberartige Vorrichtung, vermittelst welcher, je nach Umständen, mehr oder weniger Wasser auf das Rad geleitet werden kann; c) der Einlauf, d. h. diejenige Vorrichtung, durch welche das Wasser von der Schütze weg in das Rad geleitet wird; d) der Abfluss oder Abzugskanal, durch welchen das Wasser von dem Rade wegfliesst, nachdem es auf dasselbe gewirkt hat.

Bei manchen Rädern kommt noch eine das Rad theilweise umgebende Fläche vor, die Kropf oder Radgerinne genannt wird, und welche die Bestimmung hat, das zu frühzeitige Austreten des Wassers aus dem Rade zu verhindern.

Die Wasserräder im weitesten Sinne des Wortes können eingetheilt werden

a. in Turbinen, bei welchen das Wasser meistens gleichzeitig auf den ganzen Umfang des Rades einwirkt, dessen Axe in der Regel eine vertikale Stellung hat;

b. in die Wasserräder im engeren Sinne des Wortes, bei welchen das Wasser gleichzeitig nur auf einen Theil des Umfanges einwirkt. Die Drehungsaxe ist bei diesen Rädern gewöhnlich horizontal.

Die Wasserräder im engeren Sinne des Wortes, welche wir dem in der Praxis üblichen Sprachgebrauch gemäss „Wasserräder“ schlechthin nennen wollen, sind der Gegenstand des vorliegenden Werkes.

Diese Wasserräder können eingetheilt werden :

1. Nach der Wirkungsweise des Wassers im Allgemeinen in :
 a. Räder, bei welchen das Wasser durch Stoss wirkt;
 b. Räder, bei welchen das Wasser theils durch Stoss, theils durch Druck wirkt;
 c. Räder, bei welchen das Wasser durch seine lebendige Kraft ohne Stoss wirkt.
2. Nach der Höhe des Punktes, in welchem das Wasser in das Rad eintritt, in :
 a. unterschlächtige Räder, wenn das Wasser am unteren Theile des Rades in dasselbe eintritt, und daselbst durch Stoss wirksam ist;
 b. mittelschlächtige Räder, wenn der Punkt, in welchem das Wasser in das Rad eintritt, genau oder ungefähr in der Höhe der Axe des Rades sich befindet;
 c. überschlächtige Räder, wenn das Wasser im Scheitel des Rades eintritt.
3. Nach der Gestalt der Gefässe, mit welchen der Umfang des Rades versehen ist, in:
 a. Schaufelräder, wenn das Rad mit ebenen, radial stehenden, oder mit solchen Flächen versehen ist, die hinsichtlich ihrer Form nicht viel von einer Ebene, und hinsichtlich ihrer Stellung nur wenig von der Richtung des Radius abweichen. Bei diesen Rädern soll ein Kropf oder Radgerinne vorhanden sein, damit der Austritt des Wassers aus dem Rade nicht zu frühzeitig erfolgt;
 b. Kübelräder, Zellenräder, Eimerräder, wenn die Gefässe am Umfang des Rades ohne Mitwirkung eines Radgerinnes durch ein mit dem Umfang des Rades verbundenes System von Wandungen gebildet werden;
 c. Räder mit krummflächigen Schaufeln, gegen welche das Wasser durch seine lebendige Kraft mit Druck wirkt.

Diese Eintheilungen, welche noch leicht vermehrt werden könnten, sind in wissenschaftlicher Hinsicht von keiner Bedeutung, denn es lassen sich keine scharfen Grenzen für die einzelnen, in einander mehr oder weniger übergehenden Anordnungen angeben. In praktischer Hinsicht haben jedoch diese Benennungen insofern einigen Werth, als durch dieselben so ziemlich die Bauart der Räder im Wesentlichen bezeichnet wird.

Beschreibung der Wasserräder.

Es ist eine Eigenthümlichkeit der Wasserräder, dass jede besondere Anordnung derselben nur für gewisse Wasserkräfte anwendbar ist. Um daher die verschiedenen Wasserkräfte, welche in der Praxis vorkommen, durch Wasserräder auf eine einigermassen befriedigende Weise benutzen zu können, ist eine ganze Reihe von Anordnungen nothwendig, die in einem solchen Verhältnisse zu einander stehen, dass die Anwendbarkeit einer jeden Anordnung da beginnt, wo die Anwendbarkeit der zunächst vorhergehenden Anordnung aufhört.

Es ist nun zunächst nothwendig, das Wesentlichste über die Einrichtung dieser verschiedenen Anordnungen, so wie auch die Wirkungsart des Wassers bei denselben im Allgemeinen anzugeben.

a. Das unterschlächtige Rad. Fig. 1. Diese Anordnung findet man bei ganz kleinen Gefällen zum Betriebe von Mühlen, Sägen etc. angewendet. Das Rad hat in der

Regel ebene, radialgestellte Schaufelflächen, und läuft in einem Kanale, der durch eine horizontale oder schwach geneigte Bodenfläche a b c und durch vertikale Seitenwände gebildet wird. Vor dem Rade befindet sich ein in den Kanal eingepasster, vertikal oder schief stehender Schieber d (die Schütze), vermittelst welcher mehr oder weniger Wasser aus dem Zuflusskanal a b auf das Rad geleitet werden kann. Dem Rade folgt der Abflusskanal mit schwach geneigtem Boden c e. Das Wasser tritt bei b aus dem Zuflusskanal, strömt gegen das Rad, stösst gegen die Schaufeln desselben und fliesst dann im Abzugskanal fort.

b. Das Kropfrad. Fig. 2. Das Rad ist bei dieser Anordnung wie bei der unter a. beschriebenen. Das Gerinne, welches das Wasser durchströmt, besteht aus vier Theilen. Der Theil a b ist das Ende des Zuleitungskanales; der convexe Theil b c bildet den Einlauf. Der concave Theil c d, welcher dem Umfang des Rades folgt, heisst das Radgerinn oder der Radmantel und hat die Bestimmung, das zu frühzeitige Austreten des Wassers zu verhindern. Der Theil d e endlich ist der Anfang des Abflusskanals.

Das Wasser wird vermittelst einer Schütze f g in grösseren oder kleineren Quantitäten aus dem Zuflusskanal gegen das Rad geleitet, erreicht ungefähr in dem Punkte c die Schaufeln, stösst daselbst gegen dieselben und wirkt sodann bis zu dem tiefsten Punkt d herab durch sein Gewicht. Die Wirkung des Wassers erfolgt also theils durch Stoss, theils durch Druck.

Die gekrümmten Theile b c und c d können bei c entweder tangirend oder unter einem Winkel an einander gefügt sein. Im ersteren Falle nennen wir das Gerinn ein „ungebrochenes“, im letzteren dagegen ein „gebrochenes“ Kropfgerinn.

c. Das Schaufelrad mit Ueberfalleinlauf. Fig. 3. Diese Anordnung, welche bei mittleren Gefällen und nicht zu grossen Wassermengen anwendbar ist, unterscheidet sich von der vorhergehenden durch die Schütze und durch den Einlauf. Der Zuflusskanal a b endiget hier mit einer Wand b c und das Rad ist von c bis d mit einem Mantel umgeben. Die Schütze f g, welcher durch eine geeignete Vorrichtung längs der Wand b c auf und nieder bewegt werden kann, besteht aus einem Schieber mit schnabelförmiger Leitfläche, über welche das Wasser in das Rad hineinfliesst. Die Schütze ist also ein verstellbarer Ueberfall. Das Wasser wirkt hier grösstentheils nur durch sein Gewicht, mit welchem es von c bis d herab auf die Schaufeln drückt.

d. Das Schaufelrad mit Coulisseneinlauf. Fig. 4. Diese Anordnung unterscheidet sich von der vorhergehenden nur durch die Schütze und durch den Einlauf. Der Zuflusskanal endiget hier ebenfalls mit einer Wand b c, in dieser ist aber der ganzen Breite des Kanales nach eine Oeffnung angebracht, in welche gekrümmte, zur Leitung des Wassers dienende Blechflächen (Coulissen) eingesetzt sind. Die Schütze f g ist ein längs der Wand b c verschiebbarer Schieber, vermittelst welchem der Wasserzufluss regulirt werden kann. Die Axe des Rades befindet sich ungefähr in der Höhe des Wasserspiegels im Zuflusskanal. Die Wirkungsweise des Wassers ist wie bei der vorhergehenden Anordnung.

e. Das rückschlächtige Zellenrad mit Coulisseneinlauf. Fig. 5. Bei dieser Anordnung, welche für grössere Gefälle und Wassermengen brauchbar ist, tritt das Wasser oberhalb der Axe des Rades in dasselbe ein. Schütze, Einlauf und Gerinne haben eine ähnliche Einrichtung wie bei der vorhergehenden Anordnung. Das Rad ist aber an seinem Umfange nicht mit Schaufeln, sondern mit Zellen, d. h. mit kübelartigen Gefässen versehen, welche durch zwei ringförmige Radkränze a, durch den Radboden b, und durch die eingesetzten Wände c und d gebildet werden. Das Wasser fliesst über die obere Kante der Schütze in die durch die Coulissen des Einlaufes gebildeten Kanäle, wird durch die Leitflächen in die Kübel geleitet, übt daselbst zuerst einen Stoss aus und wirkt dann durch sein Gewicht bis an den tiefsten Punkt des Rades herab. Der Radmantel ist zwar bei dieser Anordnung nicht durchaus nothwendig, allein es wird sich in der Folge zeigen, dass eine für den Effekt günstige Konstruktion die Anwendung dieses Mantels bedingt.

f. Das überschlächtige Rad. Fig. 6. Bei dieser Anordnung, welche für grössere Gefälle bei grösseren oder kleineren Wassermengen anwendbar ist, gelangt das Wasser in einen Kanal nach dem Scheitel des an seinem Umfange mit kübelartigen Gefässen versehenen Rades, stürzt in dasselbe hinein, wobei es einen Stoss ausübt, und wirkt dann bis gegen den tiefsten Punkt herab durch sein Gewicht.

g. Das Rad mit krummflächigen Schaufeln von *Poncelet*. Fig. 8. *Poncelet* ist durch ein gründliches Studium über die Ursachen der Unvollkommenheiten der im vorhergehenden beschriebenen älteren Arten von Wasserrädern zu einer Anordnung geführt worden, welche zwar nach ihrer äussern Form mit den älteren Rädern Aehnlichkeit hat, allein nach der Art, wie bei derselben das Wasser wirkt, eine Annäherung an die Turbinen genannt werden kann. Bei den älteren Wasserrädern wirkt nämlich das Wasser, wie schon gesagt wurde, entweder blos durch Stoss, oder theils durch Stoss, theils durch Druck und besitzt in der Regel, nachdem es das Rad verlassen hat, noch eine beträchtliche Wirkungsfähigkeit. Dem Rade von *Poncelet* und den Turbinen liegt dagegen der Gedanke zu Grunde, dass für eine vortheilhafte Benutzung der Wasserkräfte das Wasser ohne Stoss in das Rad eintreten, mit kontinuirlichem Druck auf dasselbe einwirken, und zuletzt ohne Geschwindigkeit austreten solle. Beide Anordnungen beruhen also auf dem gleichen Grundgedanken, unterscheiden sich aber dadurch, dass bei ersterem das Wasser gleichzeitig nur auf einen Theil des Radumfanges einwirkt, und in den Schaufelkanälen auf und nieder gleitet, bei der letzteren hingegen gleichzeitig auf alle Schaufeln wirkt und die Kanäle nur einmal durchströmt.

Die Anordnung von *Poncelet* hat im Wesentlichen folgende Einrichtung. Das Rad ist am Umfange mit gekrümmten Flächen versehen, die am besten von Eisenblech, in manchen Fällen aber auch von Holz hergestellt werden können. Diese Schaufelflächen können ähnlich wie bei einem Kübelrade an ringförmige Seitengetäfer oder ähnlich wie bei den Schaufelrädern an kleine Arme (Schaufelarme, Kegel), die von Felgenkränzen

ausgehen, befestigt werden. Die Seitengetäfer oder Kegelkränze sind durch Armwerke mit der Radwelle verbunden. Das Rad hat an seinem inneren Umfange keinen Boden, sondern ist ganz offen. Das Gerinne hat ungefähr die Einrichtung, wie bei einem unterschlächtigen Rade. Der Boden des Zuflusskanals a b läuft mit schwachem Gefälle tangirend gegen den tiefsten Punkt b des Rades hin, und geht daselbst durch einen rapiden Abfall in den Abflusskanal über, welcher ebenfalls ein schwaches Gefälle hat. Wenn das Rad mit Kegelkränzen gebaut ist, bilden die Seitenwände der Kanäle zwei parallel fortlaufende vertikale Ebenen. Ist es aber mit Seitengetäfern gebaut, wie ein Kübelrad, so ist die Breite des Zuflusskanals bis an den Umfang des Rades hin etwas schmäler als der innere, und der Abzugskanal etwas breiter als der äussere Abstand der Seitengetäfer. Die Schütze d e wird durch einen ebenen Schieber gebildet, der in schiefer Richtung (45 bis 60 Grad gegen den Horizont geneigt) vor dem Rade in der Nähe desselben angebracht ist, und durch einen Aufzugsmechanismus auf und nieder bewegt werden kann.

Das Wasser tritt, wenn die Schaufelstellung und die Geschwindigkeit des Rades gehörig gewählt sind, ohne Stoss in das Rad ein, gleitet an den Schaufeln mit abnehmender Geschwindigkeit hinauf, sodann mit zunehmender Geschwindigkeit herab, und tritt zuletzt ohne merkliche absolute Geschwindigkeit aus dem Rade aus. Während des Auf- und Niedergleitens wirkt das Wasser fortwährend pressend gegen die krummen Schaufeln und gibt auf diese Weise die Wirkung, welche unmittelbar vor seinem Eintritt in ihm enthalten war, an das Rad ab.

ELEMENTARE THEORIE DER WASSERRÄDER.

Nutzeffekt der Wasserräder.

Die Berechnung des Nutzeffektes, welchen die Wasserräder entwickeln, wenn auf dieselben bei einem gewissen Gefälle eine gewisse Wassermenge einwirkt, ist vorzugsweise von Wichtigkeit, wenn entweder die Leistungen eines bereits bestehenden Rades ausgemittelt, oder wenn die zweckmässigsten Dimensionen eines zu erbauenden Rades bestimmt werden sollen. Der Nutzeffekt braucht nicht für alle Zwecke mit dem gleichen Grad von Genauigkeit bestimmt zu werden; in manchen Fällen genügt eine ungefähre Schätzung desselben, wobei man nur allein den absoluten Effekt der Wasserkraft und die Konstruktionsart des Rades im Allgemeinen berücksichtiget. In andern Fällen erfordert es der Zweck, dass von den Konstruktionselementen des Rades wenigstens diejenigen genauer berücktichtiget werden, welche auf den Effekt vorzugsweise Einfluss haben. Endlich gibt es Fälle, in denen es nothwendig oder wenigstens wünschenswerth ist, den Effekt so genau als nur immer möglich ist, berechnen zu können, um den Einfluss eines jeden Konstruktionselementes auf den Effekt kennen zu lernen. Diese genauere Kenntniss des Nutzeffektes ist insbesondere von Wichtigkeit, wenn es sich darum handelt, die vortheilhaftesten Konstruktionsverhältnisse für ein zu erbauendes Rad kennen zu lernen, welches mit einer möglichst kleinen Wasserkraft einen bestimmten Nutzeffekt oder mit einer gegebenen Wasserkraft den grösstmöglichen Nutzeffekt zu entwickeln im Stande sein soll.

Das zweckmässigste Verfahren zur Bestimmung des Nutzeffektes besteht darin, dass man alle vorkommenden Effektverluste zu bestimmen sucht, und sodann deren Summe von dem absoluten Effekt der Wasserkraft abzieht; diese Differenz ist dann der gesuchte Nutzeffekt. Wir werden uns erst in dem folgenden Abschnitte mit der genaueren Berechnung dieser Effektverluste beschäftigen; vorläufig wollen wir suchen, dieselben, so weit es möglich ist, ohne Anwendung von analytischen Hilfsmitteln aus unmittelbarer Anschauung kennen zu lernen.

Die verschiedenen Effektverluste, welche bei den Wasserrädern vorkommen, entstehen:

1. durch die Art, wie das Wasser in die Räder eintritt;
2. durch die unregelmässige Bewegung des Wassers, während es im Rade verweilt;
3. durch das zu frühzeitige Austreten des Wassers aus dem Rade;
4. Durch die Art, wie dasjenige Wasser austritt, welches den tiefsten Punkt des Rades erreicht;
5. durch die Reibung des Wassers am Gerinne bei Rädern die ein Gerinne haben;
6. durch den Luftwiderstand;
7. durch die Zapfenreibung;
8. durch die Unvollkommenheiten des Baues.

Wie schon oben gesagt wurde, wollen wir zunächst versuchen, diese Effektverluste möglichst genau ohne Rechnung kennen zu lernen.

Effektverlust durch den Eintritt des Wassers.

Bei dem Eintritt des Wassers in das Rad entstehen Effektverluste, 1. wenn das Wasser gegen die Schaufeln oder Zellen, oder gegen das darin befindliche Wasser stösst; 2. wenn die in dem Schaufelraume enthaltene Luft dem Eintritt des Wassers hinderlich ist; 3. wenn Wasser verschüttet oder verspritzt wird.

Betrachten wir zuerst den Eintritt eines einzelnen Wassertheilchens bei einem mit Kübeln versehenen Rade.

In dem Augenblicke, wo ein Wassertheilchen bei a, Fig. 9, am Umfange des Rades eintritt, befinde sich eine Zelle, die bereits Wasser enthält, in der Position b c d. Während das Theilchen seine Bahn von a an weiter verfolgt, geht die Zelle tiefer herab, und nach Verlauf einer gewissen Zeit, in welcher die Zelle aus der Position b c d in die Position b_1 c_1 d_1 gelangt, erreiche das Theilchen bei e die Oberfläche des in der Zelle enthaltenen Wassers, von welchem wir annehmen wollen, dass es keine relative Bewegung gegen die Zellenwände habe, sondern diesen ruhig folge. Die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen bei e nach der Richtung seiner Bahn ankommt, ist nach bekannten Grundsätzen eben so gross, als die Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangen würde, welcher von der Oberfläche des Wassers im Zuflusskanale bis zur Tiefe des Punktes e frei herabfiele. Weil wir annehmen, das in der Zelle enthaltene Wasser habe keine relative Bewegung gegen die Zelle, so ist die absolute Geschwindigkeit jedes in der Zelle befindlichen Theilchens nahe gleich der Umfangsgeschwindigkeit des Rades. Zerlegt man die absolute Geschwindigkeit e f des Theilchens in zwei Geschwindigkeiten

$e\,g$ und $e\,h$, von welchen die erstere der Richtung und Grösse nach mit der absoluten Geschwindigkeit des in der Zelle enthaltenen Wassers übereinstimmt, so ist klar, dass $e\,h$ die relative Geschwindigkeit ausdrückt, mit welcher das bei e angekommene Theilchen dem Wasser begegnet. Nehmen wir an, diese relative Geschwindigkeit $e\,h$ verschwinde durch den Stoss, das Theilchen habe also nach dem Stoss nur noch die Geschwindigkeit $e\,g$, und folge mit dieser der Wassermasse. Unter dieser Voraussetzung ist nach dem Prinzipe von *Carnot* die lebendige Kraft, welche der relativen Geschwindigkeit $\overline{e\,h}$ entspricht, für die Wirkung auf das Rad verloren. Diese lebendige Kraft kann man ausdrücken durch das Produkt aus der Masse des Theilchens in das Quadrat von $\overline{e\,h}$ oder durch das Gewicht des Theilchens in die Gefällshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit $\overline{e\,h}$ entspricht, d. h. in die Höhe, durch welche ein Körper frei herabfallen müsste, um eine Geschwindigkeit $= \overline{e\,h}$ zu erlangen. Man kann nun beweisen, dass diese Gefällshöhe gleich ist der Summe aus der Gefällshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit entspricht, die das Theilchen in dem Momente besass, als es bei a in das Rad eintrat, und der Tiefe, in der sich in diesem Augenblick der Wasserspiegel $m\,n$ unter dem Punkt d befand.

Nennen wir, nicht um zu rechnen, sondern um die Sprache abzukürzen

h die Gefällshöhe, welche der relativen Eintrittsgeschwindigkeit entspricht,

x den Vertikalabstand der Punkte a und b,

k den Vertikalabstand der Punkte b und c,

y die Höhe des Wasserspiegels über dem Punkt c,

so ist nach dem ausgesprochenen Satze

$$h + k + x - y$$

gleich der Gefällshöhe, welche durch den stossweisen Eintritt des Theilchens in das Rad für die Wirkung auf dasselbe verloren geht.

Denken wir uns nun, dass eine Reihenfolge von Wassertheilchen bei a eintrete, ferner eine bewegliche Zelle, welche anfänglich leer ist und die nacheinander eintretenden Theilchen allmälig aufnimmt: so ist klar, dass eine Zelle alle diejenigen Theile aufnehmen wird, welche in dem Punkte a ankommen, während die Kante b von a an um eine Theilung niedergeht. Die Höhe h hat für alle diese Theilchen den gleichen Werth. Die Höhe k ändert sich zwar, während der Bewegung der Zelle, allein diese Veränderung ist für die Bewegung durch eine Theilung so klein, dass sie gar keine Berücksichtigung verdient; wir können daher k als eine konstante Höhe ansehen. Die Höhen x und y nehmen für die nacheinander bei a eintretenden Theilchen fortwährend zu, und in der Regel wächst x mehr als y, so dass der Wasserspiegel in der Zelle gegen den Boden derselben steigt, aber gleichwohl gegen den Wasserspiegel im Zuflusskanal fortwährend sinkt.

Aus dem so eben Gesagten geht hervor, dass im Allgemeinen jedem einzelnen Wassertheilchen ein besonderer Gefällverlust entspricht, und dass dieser für die nach einander eintretenden Theilchen fortwährend zunimmt. Für das zuerst eintretende Theilchen ist $x = o$ und $y = o$, für das zuletzt eintretende Theilchen ist x gleich dem Vertikalabstande des Punkts a von einem um eine Zellentheilung von a nach abwärts entfernten

Punkte, und y ist die Höhe des Wasserspiegels m n über dem Punkt c nach beendigter Füllung. Um nun den mittleren Gefällsverlust für alle in eine Zelle eintretenden Wassertheilchen zu erhalten, muss man in der Summe

$$h + k + x - y$$

statt der speciellen Werthe von x und y die mittleren Werthe dieser Grössen substituiren.

Nun ist aber offenbar der mittlere Werth von x halb so gross, als die Tiefe, in der sich der Punkt b unter dem Punkte a befindet, wenn b von a um eine Zellentheilung entfernt ist, und der mittlere Werth von y ist gleich der Höhe des Schwerpuuktes der in der Zelle nach beendigter Füllung enthaltenen Wassermasse über dem Punkt c. Hieraus ergibt sich nun zur Bestimmung des Gefällverlustes, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht, folgende konstruktive Regel:

Man messe die Tiefe $\overline{l\,m}$ des Fintrittspunktes a Fig. (10) unter dem Spiegel $\overline{q\,r}$ des Wassers im Zuflusskanale, berechne durch $\sqrt{2\,g\,\overline{l\,m}}$ die absolute Geschwindigkeit, mit welcher jedes Theilchen bei a ankommt, ziehe durch a eine Tangente an den Strahl und mache $\overline{a\,g} = \sqrt{2\,g\,\overline{l\,m}}$. Sodann ziehe man durch a eine Tangente an den Radumfang und mache $\overline{a\,e}$ gleich der Umfangsgeschwindigkeit des Rades. Vollendet man hierauf das Parallelogramm a e f g und zieht die Diagonale, so ist $\overline{a\,f}$ die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers, und zwar sowohl der Grösse, als der Richtung nach. Dieser Geschwindigkeit $\overline{a\,f}$ entspricht die Gefällshöhe

$$\frac{\overline{a\,f}^{\,2}}{2\,g}$$

und diess ist der erste Bestandtheil von dem zu berechnenden Gefällsverlust.

Nun mache man $\overline{a\,b}$ gleich einer Zellentheilung, zeichne die Zelle b c d und ihren Wasserinhalt, bestimme den Schwerpunkt i desselben und fälle von a, b, i, c auf die durch l gezogene Vertikallinie die Perpendikel a m, b n, i o, c p. Ist dies geschehen, so findet man den Gefällsverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt entsteht, durch:

$$\frac{\overline{a\,f}^{\,2}}{2\,g} + \frac{1}{2}\,\overline{m\,n} + \overline{n\,o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

oder auch durch:

$$\frac{\overline{a\,f}^{\,2}}{2\,g} + \frac{1}{2}\,\overline{m\,n} + \overline{n\,p} - \overline{o\,p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die Regel (1) ist am bequemsten zur konstruktiven Bestimmung des Gefällverlustes, welcher irgend einem Rade entspricht.

Die Regel (2) ist am geeignetsten zur Beurtheilung der Umstände, welche für den Eintritt günstig oder ungünstig sind. Multiplicirt man diesen Gefällsverlust mit dem

Gewichte der in jeder Sekunde in das Rad eintretenden Wassermenge, so erhält man den in Killg. Metres ausgedrückten Effektverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht. Dividirt man dagegen jenen Gefällverlust durch das totale Gefälle, so erhält man das Verhältniss zwischen dem Effektverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht und dem absoluten Effekt der Wasserkraft.

In der Wirklichkeit hat der in das Rad eintretende Wasserkörper immer eine gewisse Dicke. Wollte man den Einfluss dieser Dicke ganz genau berücksichtigen, so müsste man den ganzen Wasserkörper in dünne Schichten theilen, dann auf jede derselben die oben aufgestellte Regel anwenden und dann das arithmetische Mittel aus den für alle Schichten aufgefundenen Resultaten aufsuchen. Dieses Verfahren ist aber ungemein weitläufig, daher nicht zu empfehlen.

Für alle praktischen Berechnungen reicht es vollkommen hin, wenn man die Dicke der Schichte dadurch berücksichtiget, indem man die aufgestellte Regel (1) oder (2) auf den mittleren Wasserfaden des eintretenden Strahles anwendet.

Die relative Geschwindigkeit $\overline{\mathrm{af}}$ wird man in allen Fällen leicht und zuverlässig bestimmen, wenn man sich an die Regel hält, welche zur Verzeichnung des Parallelograms aefg angegeben wurde. In der Bestimmung der Höhen $\overline{\mathrm{mn}}$ und $\overline{\mathrm{no}}$ dagegen könnte man vielleicht manchmal Schwierigkeiten finden, insbesondere in der letzteren, weil diese manchmal negativ ausfällt. Um diese Schwierigkeiten zu heben, dienen die Figuren 11 bis 15 und die folgenden Vorschriften.

Nennt man die relative Eintrittsgeschwindigkeit af Fig. 10 $\mathrm{V_r}$, so findet man den Effektverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt entsteht, nach folgenden Regeln:

1. Bei dem unterschlächtigen Rade:

$$\frac{\mathrm{V_r^2}}{2\,\mathrm{g}}$$

2. Bei dem Kropfrade, Fig. 11:

$$\frac{\mathrm{V_r^2}}{2\,\mathrm{g}} + \frac{1}{2}\,\overline{\mathrm{mn}} - \overline{\mathrm{no}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

3. Bei dem Schaufelrade mit Ueberfall-Einlauf, Fig. 11:

$$\frac{\mathrm{V_r^2}}{2\,\mathrm{g}} + \frac{1}{2}\,\overline{\mathrm{mn}} - \overline{\mathrm{no}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

4. Bei dem Rad mit Coulissen-Einlauf, Fig. 12:

$$\frac{\mathrm{V_r^2}}{2\,\mathrm{g}} + \frac{1}{2}\,\overline{\mathrm{mn}} - \overline{\mathrm{no}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

5. Bei dem rückschlächtigen Zellenrade, Fig. 13:

$$\frac{\mathrm{V_r^2}}{2\,\mathrm{g}} + \frac{1}{2}\,\overline{\mathrm{mn}} + \overline{\mathrm{no}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

6. Bei dem oberschlächtigen Rade, Fig. 14:

$$\frac{V_r^2}{2g} + \frac{1}{2}\overline{mn} + \overline{no} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Die Ausdrücke 1 bis 7 geben nicht nur die Grösse des Gefällverlustes an, sondern, was wichtiger ist, sie belehren uns auch vollständig über die Umstände, von welchen diese Verluste abhängen, wenn wir die einzelnen Glieder des Ausdruckes (2) der Reihe nach in's Auge fassen.

Das erste Glied $\frac{\overline{af}^2}{2g}$ zeigt zunächst, dass es hinsichtlich des Effektverlustes, der durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht, gut ist, wenn die relative Eintrittsgeschwindigkeit möglichst klein ausfällt. Tritt das Wasser nach tangentialer Richtung und mit einer absoluten Geschwindigkeit ein, die mit jener des Radumfanges übereinstimmt, so ist die relative Eintrittsgeschwindigkeit und mithin auch der Verlust wegen des Gliedes $\frac{\overline{af}^2}{2g}$ gleich Null. Wenn das Wasser nach tangentialer Richtung mit einer absoluten Geschwindigkeit eintritt, die halb so gross ist, als die des Radumfanges, so ist die relative Eintrittsgeschwindigkeit halb so gross, als die absolute, und der Gefällverlust wegen $\frac{\overline{af}^2}{2g}$ ist dann gleich dem vierten Theil der Tiefe des Eintrittspunktes a unter dem Spiegel des Zuflusskanales.

Das zweite Glied $\frac{1}{2}\overline{mn}$ richtet sich nach der Grösse der Theilung und nach dem Orte, in welchem der Eintritt erfolgt. Je kleiner die Schaufeltheilung ist und je höher über der Axe des Rades oder je tiefer unter derselben das Wasser eintritt, desto kleiner wird der schädliche Einfluss der Schaufeltheilung; denn desto kleiner wird der Werth von $\frac{1}{2}\overline{mn}$.

Hinsichtlich des Eintritts ist daher die Schaufeltheilung bei den unterschlächtigen und bei den oberschlächtigen Rädern von sehr geringem, bei allen mittelschlächtigen Rädern dagegen von bedeutendem Einfluss auf den Nutzeffekt, denn der Werth von $\frac{1}{2}\overline{mn}$ ist da gleich der Hälfte einer Schaufeltheilung.

Das dritte Glied $\overline{np}$ belehrt uns, dass hinsichtlich des Wassereintrittes die Schaufeln den Zellen vorzuziehen sind, denn für die ersteren ist $\overline{np} = o$. Dass ferner tiefe Zellen nachtheiliger sind, als seichte, dass endlich die Zellentiefe (nach dem Umfange des Rades gemessen) vorzugsweise dann einen namhaften Verlust verursacht, wenn das Wasser ungefähr in der Höhe der Welle des Rades eintritt. Tiefe Zellen sind also hinsichtlich des Eintrittes bei oberschlächtigen und bei unterschlächtigen Rädern (wo sie jedoch nie angewendet werden) von weit geringerem Nachtheile, als bei dem rückschlächtigen Rade, weil bei diesem die äussere Zellenwand, da wo das Wasser eintritt, ungefähr vertikal zu stehen kommt.

Das vierte Glied fällt bei Schaufelrädern immer kleiner aus, als bei Zellenrädern, wodurch der Nachtheil der Zellentiefe wiederum theilweise compensirt wird, aber nur theilweise, denn die Differenz $\overline{np} - \overline{op} = \overline{no}$ fällt bei Schaufelrädern negativ aus, während sie bei Zellenrädern positiv ist.

Bei stark gefüllten Rädern liegt der Schwerpunkt der in den Zellen enthaltenen Wassermasse immer höher, als bei schwach gefüllten; eine starke Füllung ist daher hinsichtlich des Verlustes, der durch den stossweisen Eintritt entsteht, vortheilhaft.

Im Allgemeinen fällt das Verhältniss zwischen diesem Gefällsverlust und dem totalen Gefälle, mithin auch das Verhältniss zwischen dem Effektverlust und dem absoluten Effekte bei kleineren Gefällen grösser aus, als bei grösseren Gefällen. Die Umstände, welche den Effektverlust des Eintritts vermindern, müssen daher vorzugsweise beachtet werden, wenn kleine Gefälle möglichst vortheilhaft benutzt werden sollen.

Effektverlust durch die in den Zellen enthaltene Luft.

Bei den Rädern, die am innern Umfange keinen Radboden haben, verdrängt das am äusseren Umfang eintretende Wasser, ohne einem merklichen Widerstande zu begegnen, die in den Schaufeln oder Zellenräumen enthaltene Luft und diese entweicht dann nach dem Innern des Rades. Bei den Rädern dagegen, die einen den innern Umfang ganz verschliessenden Boden haben, gibt es für die Luft keinen anderen Ausgang, als die äusseren Oeffnungen der Schaufel- oder Zellenräume, durch welche das Wasser eintritt, und wenn diese Oeffnungen durch das eintretende Wasser verschlossen werden, kann die Luft gar nicht mehr entweichen, sie wird daher, so wie sich die Zelle mehr und mehr füllt, comprimirt, wirkt auf das einströmende Wasser zurück, indem es seine Eintrittsgeschwindigkeit vermindert, oder es gar durch die Eintrittsöffnungen zurückdrängt, und dadurch können beträchtliche Effektverluste entstehen.

Die Figur 15 zeigt, dass bei den Rädern mit Gerinnen die Absperrung durch den Strahl immer in dem Augenblicke beginnt, wenn eine Schaufel oder Zellenkante a dem Strahl begegnet, und so lange fortdauert, bis die Kante durch den Strahl gegangen ist. Die Dauer der Absperrung richtet sich also nach der Dicke des Strahls und nach der Geschwindigkeit des Radumfanges. Die Stärke der Compression richtet sich theils nach der Dauer der Absperrung (weil von dieser die Wassermenge abhängt, welche die Compression bewirkt), theils nach dem Volumen eines Schaufel- oder Zellenraumes. Ist der Strahl dünne und die Geschwindigkeit des Rades, so wie auch der Schaufelraum gross, so wird die Luft nur wenig comprimirt. Ist dagegen der Strahl dick und ist die Geschwindigkeit des Rades und der Schaufelraum klein, so wird die Luft stark comprimirt. Diese für den Eintritt des Wassers sehr hinderliche Compression der Luft kann bei den Rädern Fig. 2 bis 5, die ein Gerinn haben, fast ganz vermieden werden, wenn man für jeden Zellen- oder Schaufelraum nach der Breite des Rades hin eine Spalte b c (Fig. 15) von 2 bis 3 Centimeter Höhe anbringt und dadurch der Luft einen Ausweg verschafft. Man nennt dies: das Rad ventiliren.

Oberschlächtige Räder können nicht ventilirt werden, es muss also dafür gesorgt werden, dass die Luft durch die äusseren Zellenmündungen entweichen kann, während durch dieselben das Wasser eintritt. Dies verursacht viele Schwierigkeiten, die jedoch gehoben werden können, wenn die Dicke des Wasserstrahls bedeutend kleiner genommen wird, als die Schluckweite (Weite der Zellenmündung) und wenn das Wasser so in die Zelle geleitet wird, dass die relative Bahn der Wassertheilchen gegen das Rad mit der Krümmung der äusseren Zellenwand übereinstimmt. Sind diese Bedingungen erfüllt, so wird während der Füllung einer Zelle zuerst oberhalb des Strahles, sodann oberhalb und unterhalb desselben, und zuletzt unterhalb ein freier Raum für das Entweichen der Luft vorhanden sein.

Der Nachtheil, welcher entsteht, wenn durch die Luft der Eintritt des Wassers erschwert oder verhindert wird, ist bei den oberschlächtigen Rädern noch bedeutender, als bei den übrigen, denn bei den letzteren kann zwar die Stosswirkung sehr geschwächt werden, es kann aber doch kein Wasserverlust eintreten. Bei den oberschlächtigen Rädern dagegen kann das Wasser, nachdem es bis zu einer gewissen Tiefe eingetreten ist, durch die comprimirte Luft wieder zurückgetrieben und selbst aus dem Rad hinausgeschleudert werden, somit für die Wirkung auf das Rad ganz verloren gehen. Diese Erscheinung kann man bei der Mehrzahl von den bestehenden oberschlächtigen Rädern beobachten.

Effektverlust beim Austritt des Wassers.

Bei allen Rädern ohne Ausnahme soll das Wasser ohne Geschwindigkeit das Rad verlassen, und die Punkte, in welchen die einzelnen Theilchen austreten, sollen nicht über dem Spiegel des Unterwassers liegen. Die Wahrheit dieses Grundsatzes ist leicht zu begreifen. Hat nämlich das Wasser im Moment seines Austrittes eine gewisse Geschwindigkeit, so besitzt es noch eine gewisse lebendige Kraft, die für die Wirkung auf das Rad verloren geht. Erfolgt ferner der Austritt über dem Spiegel des Unterwassers, so ist die Höhe des Austrittspunktes über dem letzteren ein Gefällsverlust, denn das Wasser fällt durch diese Höhe hinab, ohne auf das Rad zu wirken. Nach diesem Grundsatze können wir nun leicht die Effektverluste beurtheilen, welche beim Austritt entstehen. Bei dieser Beurtheilung abstrahiren wir aber von dem Verlust, der entsteht, wenn das Wasser theilweise oder vollständig das Rad verlässt, bevor es den tiefsten Punkt erreicht hat. Wir denken uns also, jedes in das Rad eingetretene Theilchen trete nicht eher aus, als bis es den tiefsten Punkt erreicht hat. Unter dieser Voraussetzung verhält sich die Sache wie folgt. Wenn durch den Stoss, welcher beim Eintritt entsteht, die relative Geschwindigkeit $\overline{eh}$ Fig. 9 ganz vernichtet wird (was in der Wirklichkeit nie vollständig eintritt), nehmen die Wassertheilchen nach dem Stosse die Geschwindigkeit v des Rades an und folgen demselben, bis sie das Rad verlassen. Alle Theilchen besitzen daher im Momente des Austrittes eine Geschwindigkeit v, welche mit jener des Radumfanges übereinstimmt; die lebendige Kraft, welche dieser Geschwindigkeit entspricht, geht daher verloren. Es entsteht also zunächst beim Austritt des Wassers ein Effekt-

verlust, welcher durch das Produkt aus der in 1 Secunde auf das Rad wirkenden Wassermasse Q in die Gefällshöhe $\frac{v^2}{2g}$, welche der Umfangsgeschwindigkeit des Wassers entspricht, gemessen wird. Dieser Verlust wächst demnach im quadratischen Verhältniss mit der Umfangsgeschwindigkeit des Rades, und könnte nur bei unendlich langsamer Geschwindigkeit desselben aufgehoben werden. Die Verluste, welche sowohl beim Eintritt als beim Austritt wegen der Geschwindigkeit des Rades entstehen, könnten daher beide zugleich nur beseitigt werden, wenn man das Rad unendlich langsam gehen und das Wasser nach tangentialer Richtung mit unendlich kleiner Geschwindigkeit eintreten liesse. Dies ist aber praktisch nicht realisirbar, weil das Rad, um diesen Bedingungen zu entsprechen, unendlich breit gemacht werden müsste. Es entsteht daher bei allen älteren Wasserrädern (von welchen gegenwärtig nur allein die Rede ist), wegen der Geschwindigkeiten des Rades und des eintretenden Wassers ein Effektverlust:

$$1000\,Q\,\frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Bei den Rädern, die mit einem Gerinne versehen sind, entsteht beim Austritt ferner noch ein Effektverlust, wenn der Spiegel des Unterwassers höher oder tiefer steht als der Spiegel in der untersten Zelle, und wenn die Soole des Abzugskanals tiefer liegt, als der unterste Punkt des Rades. Von der Richtigkeit dieser Behauptung wird man sich vermittelst der Fig. 16, 17, 18 leicht überzeugen. Bei dem Rade Fig. 16 stehen die Wasserspiegel in der untern Zelle und im Abflusskanal gleich hoch, und die Soole des letzteren ist tangirend an dem tiefsten Punkt des Rades. Das Wasser hat hier durch sein Gewicht möglichst tief herabgewirkt, und seine Geschwindigkeit stimmt (vorausgesetzt, dass es keine relative Bewegung gegen die Schaufeln hat) genau mit jener des Wassers im Abflusskanal überein. So wie die Schaufel a in die Höhe zu gehen beginnt, schliesst sich die Wassermasse b, ohne eine Geschwindigkeitsänderung zu erleiden, an den Wasserkörper c des Abflusskanals an, und beide gehen dann weiter mit einander und mit unveränderlicher Geschwindigkeit fort, wenn das Gefälle des Kanales so gross ist, dass dadurch die Reibung der Wasserkörper b und c an der Soole und an den Wänden des Kanals überwunden wird. Bei dieser Anordnung geht also, wie man sieht, nur allein die lebendige Kraft verloren, welche der Austrittsgeschwindigkeit des Wassers entspricht.

Anders verhält es sich bei den Anordnungen Fig. 17 und 18. Bei der ersteren steht der Wasserspiegel in der Zelle über dem Unterwasser und der Boden des Abflusskanals liegt tiefer als der unterste Punkt des Rades. So wie die Schaufel in die Höhe zu gehen beginnt, fliesst das Wasser bei a aus, hört also von diesem Augenblicke an auf, durch sein Gewicht noch tiefer herab zu wirken. Nebst der lebendigen Kraft, die das Wasser b unmittelbar vor seinem Austritt besitzt, geht also hier auch noch das Gefälle verloren, welches der Höhe des Schwerpunktes der Wassermasse b über dem Spiegel des Unterwassers entspricht.

Bei der Anordnung Fig. 18 steht der Wasserspiegel in dem untersten Schaufelraum tiefer als im Abflusskanal, und die Soole des letzteren liegt unter dem tiefsten Punkt

des Rades. Hier könnte man zunächst meinen, dass an Gefälle gewonnen werde; allein so ist es nicht, denn die Wirkung, welche das Gewicht von b entwickelt, während der Spiegel von b unter jenen von c herabsinkt, wird durch den Gegendruck des Hinterwassers c gegen die Schaufel aufgehoben. So wie die Schaufel a in die Höhe zu gehen anfängt, tritt das Hinterwasser in den Schaufelraum ein, mit einer Geschwindigkeit, welche der Höhe des Spiegels von c über jenen von b entspricht, und nach einer Richtung, die der, welche die Wassermasse b besitzt, entgegengesetzt ist. Dadurch entsteht in dem Wasser b ein unregelmässiges Durcheinanderwirbeln, die fortschreitende Bewegung der Masse b wird vermindert, sie folgt nicht mehr freiwillig der Schaufel, sondern muss durch die Schaufel d fortgeschoben werden, um aus dem Rade hinauszukommen. Während dies geschieht, muss die Schaufel a das Wasser c vor sich wegdrängen, da es wegen der grossen Wassertiefe im Abflusskanal eine geringere Geschwindigkeit hat, als die Schaufel, und wenn das Rad etwas schnell geht, mit radial gestellten Schaufeln versehen ist und keine sehr grossen Halbmesser hat, hebt die Schaufel a, während sie aus dem Unterwasser austritt, auch noch Wasser in die Höhe. Man sieht also, dass bei dieser Anordnung aus viererlei Ursachen Effektverlust entsteht. 1) Geht die lebendige Kraft verloren, die das Wasser b unmittelbar vor dem Augenblick besitzt, in welchem die Schaufel a in die Höhe zu gehen beginnt. 2) Muss der Wassermasse b die lebendige Kraft wieder ersetzt werden, die sie durch die unregelmässige Bewegung verliert, welche durch den Eintritt des Hinterwassers verursacht wird. 3) Muss die Schaufel a das Hinterwasser c verdrängen, ihm also lebendige Kraft mittheilen. 4) Hebt die Schaufel a Wasser in die Höhe. Hieraus ersieht man, wie nachtheilig es ist, wenn der Spiegel des Unterwassers zu hoch steht, was in Flüssen mit veränderlichen Wasserständen nur durch kostspielige Bauten vermieden werden kann. Man muss nämlich in solchen Fällen die Einrichtung treffen, dass das Rad sammt Gerinne gehoben oder gesenkt werden kann, so dass man den ganzen Bau den Veränderungen des Wasserstandes im Abflusskanal folgen lassen kann. Ist der Wasserstand im unteren Kanale nicht veränderlich, so soll man bei einem neu zu erbauenden Rade jederzeit die Anordnung Fig. 16 wählen.

Die oberschlächtigen Räder hängen gewöhnlich etwas über dem Spiegel des Unterwassers, was man „freihängen“ nennt, manchmal tauchen sie auch in das Unterwasser ein. Im ersteren Falle geht die Höhe des untersten Radpunktes über den Spiegel des Unterwassers verloren. Im zweiten Falle werden die Zellen, nachdem sie sich beim Niedergange allmählig entleert haben, während des Durchganges durch das Unterwasser wiederum theilweise gefüllt, und ziehen, wie man sich auszudrücken pflegt, Wasser mit in die Höhe, was mit Kraftverlust verbunden ist.

Bei dem *Poncelet-Rade* ist der Austritt des Wassers mit Effektverlust verbunden, wenn derselbe über dem Spiegel des Unterwassers und mit Geschwindigkeit erfolgt. Das erstere tritt ein, wenn der Halbmesser des Rads zu klein und die Krümmung der Schaufeln zu schwach ist, das letztere, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades merklich grösser oder kleiner ist als die Hälfte der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser das Rad erreicht.

Effektverlust durch Wasserverluste.

Um diese Verluste genauer kennen zu lernen, ist es nothwendig, das unterschlächtige Rad, die Räder mit Kreisgerinnen und das oberschlächtige Rad besonders zu betrachten.

Die unterschlächtigen Räder haben gewöhnlich ein geradlinig fortlaufendes Gerinne (Schnurgerinne), in welchem die Schaufeln 0·03^m, 0·04^m oder noch mehr Spielraum haben. Indem nun das Wasser auf der Bahn des Gerinnes hinläuft, kommen die untern Schichten desselben schnurgerade in den Spielraum und entweichen in den Abflusskanal, ohne auf das Rad eine Wirkung hervorzubringen. Der Effektverlust, welcher dadurch entsteht, ist offenbar der entweichenden Wassermenge und dem totalen Gefälle proportional, und das Verhältniss zwischen diesem Effektverlust und dem absoluten Effekte der Wasserkraft ist gleich dem Verhältniss zwischen der entweichenden und der dem Rad zufliessenden Wassermenge, oder auch gleich dem Verhältniss zwischen der Weite des Spielraums und der Dicke der Wasserschicht vor dem Rade; beträgt dieser Spielraum $^1/_{10}$ oder $^1/_5$ von der Dicke der Wasserschicht, so gehen 10 bis 20 % von der absoluten Kraft verloren. Dieser Verlust kann fast ganz beseitigt werden, wenn man das Gerinne unter dem Rade aushöhlt, Fig. 29, und das Rad in diese Aushöhlung herabsenkt, denn dann werden die untern Schichten des dem Rade zufliessenden Wassers nicht mehr direkt in den Spielraum, sondern in das Innere des Rades geleitet.

Bei dem unterschlächtigen Rade verursacht auch die Schaufeltheilung einen Wasserverlust, indem jederzeit eine gewisse Wassermenge zwischen den Schaufeln nach dem Abzugskanal gelangt, welche nur theilweise oder gar keine Geschwindigkeitsänderung erleidet. Dieser Wasserverlust wächst mit der Schaufeltheilung und mit der Geschwindigkeit des Rades, nimmt aber mit dem Halbmesser des Rades ab. Auch findet man, wenn man die Sache genau verfolgt, dass dieser Verlust bei radial stehenden Schaufeln kleiner ist als bei schief stehenden. Unterschlächtige Räder mit geradlinig fortlaufendem Gerinn sollen also wegen des Wasserverlustes, der durch die Schaufeltheilung verursacht wird, 1) einen grossen Halbmesser, 2) eine enge Schaufeltheilung, 3) radial gestellte Schaufeln, 4) einen langsamen Gang erhalten. Dieser Verlust kann aber wiederum fast ganz beseitigt werden, wenn man das Gerinne unter dem Rade aushöhlt, und in diese Aushöhlung das Rad einsenkt. Diese ausgehöhlten Gerinne schützen also gegen jeden Wasserverlust, und gewähren den Vortheil, dass der Halbmesser des Rades kleiner und die Schaufeltheilung grösser genommen werden kann, als bei einem geradlinigen Schnurgerinne. Was so eben von den unterschlächtigen Rädern gesagt wurde, findet auch seine Anwendung auf das Poncelet-Rad. Auch bei diesem können die Wasserverluste vermieden werden, wenn das Gerinne ausgehöhlt wird.

Bei den Rädern mit Kreisgerinnen haben die Schaufeln oder Zellen ebenfalls einen Spielraum, durch welchen aus allen denjenigen Zellen, wo der Wasserspiegel über der äusseren Zellenkante steht, Wasser entweicht und in die vorausgehende Zelle hineinfliesst, ohne während dieser Zeit auf das Rad wirken zu können. Bei den Schaufelrädern entweicht in der Regel das Wasser schon von da an, wo die Füllung geschieht. Bei den

Kübelrädern dagegen beginnt das Entweichen gewöhnlich erst in bedeutender Tiefe unter dem Orte, wo die Füllung statt findet. Die Wassermengen, welche aus den verschiedenen Zellen in einem bestimmten Zeittheilchen entweichen, sind nicht gleich gross. Diese Wassermenge ist gewöhnlich in einiger Tiefe unter dem Punkte, in welchem das Entweichen beginnt, am grössten, und nimmt immer mehr und mehr ab, je mehr eine Zelle nach aufwärts oder nach abwärts von diesem Punkte entfernt ist. Der Unterschied dieser Wassermengen ist aber nicht sehr bedeutend, so dass wir sie für eine ungefähre Schätzung des Effektverlustes als gleich gross annehmen dürfen. Unter dieser Voraussetzung ist aber klar, dass sich die Wassermenge in den einzelnen Zellen gar nicht ändert, während dieselben nieder gehen, denn jede Zelle empfängt in jedem Augenblicke so viel Wasser, als sie verliert. Es ist also dann gerade so, als ob auf das Rad um so viel weniger Wasser wirkte, als durch den Spielraum einer Schaufel entweicht; der daraus entstehende Effektverlust ist daher gleich dem Produkte aus dem Gewicht der aus einer Zelle in einer Secunde entweichenden Wassermenge in die Höhe des Punktes, in dem das Entweichen beginnt, über dem Spiegel des Unterwassers. Nennen wir zur Abkürzung der Sprache die so eben genannte Wassermenge q und die Höhe h, so ist $1000\, q\, h$ der Effektverlust. Nennen wir ferner die in einer Secunde auf das Rad wirkende Wassermenge Q und das totale Gefälle H, so ist:

$$\frac{q\,h}{Q\,H}$$

das Verhältniss zwischen dem Effektverlust und dem absoluten Effekt der Wasserkraft.

Bei den Schaufelrädern ist gewöhnlich h nicht viel kleiner als H, daher $\frac{h}{H}$ nahe gleich der Einheit, und das obige Verhältniss wird dann $\frac{q}{Q}$. Bei den Kübelrädern ist jederzeit h bedeutend kleiner als H, daher hier $\frac{h}{H}$ bedeutend kleiner als Eins ausfällt. Schaufelräder sind also hinsichtlich des Wasserverlustes nachtheiliger als Kübelräder. Die Wassermenge q ist gleich dem Produkte aus dem Flächeninhalt des Spielraumes in die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser entweicht. Nennen wir b die Breite des Rades, ε den Spielraum der Schaufel im Gerinne, und z die Höhe, welche der Geschwindigkeit entspricht, mit welcher das Wasser entweicht, so ist:

$$q = \varepsilon\, b \sqrt{2\, g\, z}$$

und der Werth von $\frac{q\,h}{Q\,H}$ wird dann:

$$\varepsilon \,.\, b \,.\, \frac{h}{H} \,.\, \frac{\sqrt{2\, g\, z}}{Q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Wenn die Schaufelkante, an welcher das Entweichen stattfindet, über dem Wasserspiegel der Zelle steht, nach welcher das Wasser entweicht, so ist z gleich der Höhe des Wasserspiegels in der Zelle, aus welcher das Wasser entweicht über der Kante, an

welcher dies geschieht. Wenn dagegen die Kante, an welcher das Entweichen stattfindet, in das Wasser der voraus gehenden Zellen eintaucht, ist der Werth von z gleich dem Vertikalabstand der Wasserspiegel in den beiden Zellen. Annäherungsweise dürfen wir annehmen, dass in dem einen wie in dem andern Fall die Höhe z um so grösser ist, je mehr Wasser eine Zelle enthält.

Dies Alles vorausgesetzt, sind wir nun im Stande, uns eine ungefähre Vorstellung zu verschaffen, wie das Verhältniss zwischen dem Effektverlust, der durch das Entweichen des Wassers entsteht, und dem absoluten Effekt der Wasserkraft unter verschiedenen Umständen beschaffen ist. Dieses Verhältniss ist:

1. bei Schaufelrädern grösser als bei Kübelrädern.

2. Es ist dem Spielraum proportional, daher bedeutend oder unbedeutend, je nachdem das Rad ungenau oder genau in das Gerinne eingepasst ist.

3. Es ist unter sonst gleichen Umständen bei einem eng geschaufelten Rade kleiner als bei einem weit geschaufelten, denn wenn bei zwei Rädern alles übereinstimmt bis auf die Schaufeltheilung, d. h. wenn zwei Räder bis auf die Schaufeltheilung ganz übereinstimmen, wenn ferner beide gleiche Umfangsgeschwindigkeiten haben, endlich auf beide gleich grosse Wassermassen einwirken, so wird bei dem weitgeschaufelten Rade der Wasserstand z grösser sein, als bei dem enggeschaufelten. Der Wasserverlust ist also bei dem ersteren grösser als bei dem letzteren. Eine enge Schauflung ist also hinsichtlich des Wasserverlustes vortheilhaft.

4. Jenes Verhältniss ist unter sonst gleichen Umständen bei einem breiteren Rade grösser als bei einem schmäleren, denn nehmen wir z. B. zwei Räder an, von denen das eine viermal so breit ist als das andere, so wird bei dem viermal so breiten Rade die Ausflussöffnung viermal so gross, der Wasserstand z viermal so klein, die Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2gz}$ aber nur zweimal so klein, die entweichende Wassermenge also zweimal so gross sein als bei dem schmäleren Rade. Für Räder, die nicht genau ausgeführt sind, ist demnach eine grosse Breite hinsichtlich des Wasserverlustes nachtheilig.

5. Jenes Verhältniss nimmt ab, wenn die radiale Tiefe des Rades zunimmt; denn offenbar ist der Wasserstand z und folglich auch die entweichende Wassermenge bei einem tieferen Rade kleiner als bei einem seichten. Ungenau gebaute Räder sollen daher hinsichtlich des Wasserverlustes tief gemacht werden, genau gebaute können jedoch seicht gemacht werden, weil dies für den Wassereintritt vortheilhaft ist.

6. Jenes Verhältniss ist unter sonst gleichen Umständen bei einem schnell gehenden Rade kleiner als bei einem langsam gehenden, denn so wie die Geschwindigkeit eines Rades wächst, nimmt der Wasserstand z, die Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2gz}$ und die Wassermenge q ab. Ungenaue Räder sollen also hinsichtlich des Wasserverlustes schnell, genau gebaute Räder aber können langsamer gehen.

7. Endlich nimmt jenes Verhältniss ab, wenn der Wasserzufluss wächst. Wird der Wasserzufluss viermal so gross, so wird es auch der absolute Effekt der Wasserkraft, die entweichende Wassermenge wird aber dann nur zweimal so gross, weil bei vierfachem Wasserzufluss zwar die Höhe z auch viermal, die Ausflussgeschwindigkeit aber nur zweimal so gross ausfällt. Hinsichtlich des Wasserzuflusses ist es insbesondere bei

ungenau gebauten Rädern gut, wenn eine grosse Wassermenge auf dieselben geleitet wird, oder mit anderen Worten, ungenaue Räder geben mit starkem Wasserzufluss einen günstigeren Effekt als mit schwachen.

Betrachten wir nun noch das oberschlächtige Rad hinsichtlich des Wasserverlustes, der durch das allmählige Entleeren der Zellen entsteht. Weil diese Räder keine Gerinne haben, entleert sich jede Zelle, bevor sie den tiefsten Punkt des Rades erreicht. Diese Entleerung beginnt, wenn eine Zelle diejenige Stellung erreicht hat, in der der Spiegel des in ihr befindlichen Wassers mit der äusseren Kante zusammentrifft, und dauert so lange fort, bis die Tangente an dem äussersten Punkt der Zelle eine horizontale Stellung erreicht. Halbirt man die Entfernung der Punkte des Radumfangs, die dem Beginne und dem Ende der Entleerung entsprechen, und misst die Höhe dieses Punktes über dem Spiegel des Unterwassers, so hat man annähernd den Gefällverlust, der durch die allmählige Entleerung entsteht, und das Verhältniss zwischen dieser Höhe und dem totalen Gefälle ist gleich dem Verhältniss zwischen dem Effektverlust und dem absoluten Effekt der Wasserkraft.

Dieses Verhältniss wird klein:

1. Wenn die Zellen, nach dem Umfang des Rades gemessen, tief gebaut sind, und wenn die äussere Wand, welche die Bestimmung hat, das Wasser in dem Rade zu erhalten, den Umfang des Rades unter einem kleinen Winkel schneidet. Dies ist für sich klar und bedarf keiner Erläuterung.

2. Wenn die Zellen des Rades nur wenig gefüllt werden; die Füllung ist aber um so schwächer, je kleiner die Wassermenge ist, welche in einer Secunde auf das Rad wirkt, und je grösser Breite, Tiefe und Geschwindigkeit des Rades ist.

3. Wenn die Schaufeltheilung klein ist. Um dies einzusehen, denke man sich zwei Räder, auf welche gleiche Wassermengen wirken, die gleiche Geschwindigkeiten haben, und die in ihrem Bau ganz congruent sind bis auf die Zahl der Zellen, und nehmen wir an, das eine dieser Räder habe zweimal so viel Zellen als das andere, so ist klar, dass in einer Zelle von dem Rade mit zweimal so viel Zellen nur halb so viel Wasser enthalten sein wird, als in einer Zelle des anderen Rades, dass also bei dem ersteren die Entleerung viel später beginnen wird, als bei dem letzteren, woraus der Vortheil einer engen Zellentheilung erhellet.

Bei den oberschlächtigen Rädern kommt auch die Centrifugalkraft in Betracht. Diese strebt fortwährend, die Theilchen des in den Zellen enthaltenen Wassers nach radialer Richtung hinaus zu treiben. Die Oberfläche des Wassers in den Zellen erhält dadurch eine concave, gegen die äussere Kante ansteigende, cylindrische Fläche, die Entleerung muss desshalb früher beginnen, als wenn diese Oberfläche eine horizontale Ebene ist. Der Einfluss der Centrifugalkraft ist daher nachtheilig, jedoch nur bei kleinen Rädern mit grosser Umfangsgeschwindigkeit, denn die Kraft, mit welcher jedes Theilchen nach radialer Richtung durch die Centrifugalkraft getrieben wird, ist dem Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit direkt und dem Halbmesser des Rades verkehrt proportional. Der Einfluss der Centrifugalkraft ist daher bei grossen und langsamer gehenden Rädern ganz unmerklich, bei kleinen schnell gehenden dagegen beträchtlich.

Bewegungszustand des Wassers im Rade.

Die früher angegebene Berechnung des Effektverlustes, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers und durch den Austritt entsteht, ist streng genommen nur dann richtig, wenn das Wasser durch den Stoss seine ganze relative Geschwindigkeit verliert; also nach dem Stosse ruhig den Schaufeln oder Zellen folgt, ohne gegen dieselben eine relative Bewegung zu haben, daher zuletzt mit einer Geschwindigkeit austritt, die mit der Umfangsgeschwindigkeit des Rades übereinstimmt. Diese Voraussetzung ist nicht ganz richtig, denn das Wasser besitzt nach dem Stosse immer noch eine gewisse relative, entweder regelmässig schwingende oder unregelmässig durch einander wirbelnde Bewegung gegen die Schaufel. Wie gross die Summe der Effektverluste ausfällt, welche beim Ein- und Austritt entstehen, wenn das Wasser, während es im Rade verweilt, einen regelmässig oscillirenden Bewegungszustand hat, hängt von sehr zusammengesetzten Verhältnissen ab und kann im Allgemeinen nicht angegeben werden. Nur so viel kann man sagen, dass jene Verluste nicht grösser ausfallen können als sie es dann sind, wenn das Wasser beim Eintritt die ganze relative Geschwindigkeit verliert, daher ruhig den Schaufeln oder Zellen folgt. Eine regelmässig oscillirende Bewegung des Wassers in den Zellen kann daher den Nutzeffekt nicht schwächen. Wohl aber ist es möglich, dass ein solcher Bewegungszustand der Gleichförmigkeit der Bewegung des Rades nachtheilig wird; wenn es sich z. B. trifft, dass gleichzeitig in einer Mehrzahl von Zellen die Richtungen, nach welchen die Wassermassen schwingen, übereinstimmen, so ist zwar der mittlere Druck, mit welchem das im Rade befindliche Wasser auf dasselbe einwirkt, eben so gross, als er ist, wenn das Wasser ruhig den Zellen folgt, allein dieser mittlere Druck ist dann nicht in jedem Augenblicke vorhanden, sondern der wirklich stattfindende Druck ist bald grösser, bald kleiner als der mittlere. Das erstere ist der Fall, während die Wassermassen abwärts, das letztere, während sie aufwärts schwingen. Man sieht also, dass in Folge dieser Schwingungen eine sehr ungleichförmige Einwirkung des Wassers auf das Rad, und folglich eine sehr ungleichförmige Bewegung desselben entstehen kann, was in der Regel für den Betrieb der Maschinen sehr nachtheilig ist. Bei den oberschlächtigen Rädern fällt in Folge der schwingenden Bewegungen sehr viel Wasser frühzeitig aus dem Rade, was für den Nutzeffekt nachtheilig ist und Unregelmässigkeiten in der Bewegung können auch hier eintreten.

Wenn die Wassertheilchen nach dem Stosse unregelmässig durch einander wirbeln, vernichten sie bald wechselseitig ihre Geschwindigkeiten, die Bewegung wird daher nach und nach ruhiger und verschwindet nach einiger Zeit, so dass dann das Wasser im Momente seines Austritts aus dem Rade nur mehr noch die Geschwindigkeit des Radumfanges besitzt. Es ist klar, dass in diesem Falle der Effektverlust nicht ungünstiger ausfällt, als in jenem, wenn das Wasser gleich beim Stosse seine ganze relative Geschwindigkeit verliert.

Das Endresultat dieser Betrachtungen ist also folgendes :

1. Ein unregelmässiges Durcheinanderwirbeln des Wassers hat auf den Effekt keinen merklichen, weder günstigen noch schädlichen Einfluss.

2. Bei Rädern mit Gerinnen hat zwar ein regelmässiges Oscilliren des Wassers in den Zellen keinen nachtheiligen Einfluss auf den Effekt, wohl aber auf den Gang des Rades, denn dieser wird dadurch ungleichförmig.

3. Bei den oberschlächtigen Rädern, die kein Gerinne haben, verursacht ein regelmässiges Oscilliren des Wassers sowohl einen Effektverlust, als auch eine ungleichförmige Bewegung des Rades. Hieraus geht hervor, dass es besser ist, wenn man Alles zu vermeiden sucht, was eine regelmässig oscillirende Bewegung des Wassers veranlassen kann. Regelmässig gekrümmte Schaufeln oder Zellen soll man daher nicht anwenden, insbesondere soll der tiefere Theil der Zellen, gegen welchen das Wasser am stärksten hinschlägt, nicht abgerundet, sondern eckig gemacht werden, damit sich das Wasser gleich beim Eintritt zerschlägt.

Betrachten wir nun noch das Poncelet-Rad hinsichtlich des Zustandes, in welchem sich das Wasser befindet, während es im Rade verweilt.

Die auf und nieder oscillirende Bewegung des Wassers erfolgt in dem Falle, wenn das Volumen der Wassermenge, die in einen Schaufelraum gelangt, bedeutend kleiner ist als das Volumen des Schaufelraumes, ganz anders als wenn jene Volumina nur wenig von einander verschieden sind; wir müssen daher jeden dieser zwei Fälle besonders betrachten.

Wenn das in einen Schaufelraum gelangende Wasservolumen bedeutend kleiner ist, als das Volumen des Schaufelraumes, kann die Füllung und Entleerung eines Schaufelraumes in drei Perioden getheilt werden. In der ersten Periode, die dann anfängt, wenn die Wassertheilchen einzutreten beginnen, und so lange fortdauert, bis das zuerst eingetretene Theilchen die Höhe erreicht hat, welche seiner relativen Eintrittsgeschwindigkeit entspricht, ist nur ein aufsteigender Strom von Wassertheilchen vorhanden. Während der zweiten Periode, die mit dem Schlusse der ersten beginnt und in dem Augenblicke endigt, wenn das zuletzt in den Schaufelraum eingetretene Theilchen seine grösste Erhebung erreicht hat, sind zwei Ströme, ein aufsteigender und ein niedergehender, vorhanden. In der dritten Periode, welche sich an die zweite anschliesst, und mit dem Austritt des letzten Wassertheilchens endiget, ist nur ein niedergehender Strom von Wassertheilchen vorhanden. In der ersten Periode ist es allerdings möglich, dass die Wassertheilchen ihre aufsteigende Bewegung ohne wechselseitige Störung vollbringen. In der zweiten Periode ist dies nicht möglich, denn die gleichzeitig vorhandenen, nach entgegengesetzter Richtung gehenden Strömungen verursachen wechselseitig Störungen. In der dritten Periode könnte allerdings wiederum eine regelmässige Bewegung vorhanden sein, wenn nicht schon vorher die Unordnung begonnen hätte.

Wenn das in einen Schaufelraum eingetretene Wasservolumen nicht viel kleiner ist, als das Volumen des Schaufelrades, füllt der zunächst aufsteigende Strom den Schaufelraum der ganzen Weite nach aus, es kann sich daher ein Doppelstrom nicht bilden, weil es dazu an freiem Raum fehlt. Die ganze Zeit der Füllung und Entleerung zerfällt daher hier in zwei Perioden. In der ersten findet ein aufsteigender, in der zweiten ein niedergehender Strom statt, und in diesen Strömen haben die Theilchen fast keine relative Bewegung gegen einander, sondern die ganze Wassermasse schwingt als ein Körper

an der Schaufel hinauf, bis der Schwerpunkt desselben die Höhe erreicht hat, welche der relativen Eintrittsgeschwindigkeit entspricht, schwingt dann wiederum herab und fällt aus dem Rade heraus. Die Höhe, welche dabei die einzelnen Wassertheilchen erreichen, ist also ungleich, die zuerst eingetretenen werden von dem Augenblick an, wenn sie die ihrer relativen Eintrittsgeschwindigkeit entsprechende Höhe erreicht haben, von dem nachfolgenden Wasser noch höher hinaufgehoben, die zuletzt eintretenden Theilchen dagegen erreichen nur eine geringe Höhe, weil sie durch das voraus befindliche Wasser daran verhindert werden.

Vergleicht man nun, wie die schwingende Bewegung des Wassers in dem einen, und wie sie in dem andern Falle erfolgt, so wird man sich wohl überzeugen, dass vorzugsweise das Vorhandensein eines Doppelstromes Unregelmässigkeiten und Störungen in der Bewegung des Wassers verursacht; dass demnach bei dem Poncelet-Rade durch den Bewegungszustand des Wassers, während es im Rade verweilet, beträchtliche Verluste an lebendiger Kraft eintreten müssen, wenn das Rad nur wenig gefüllt ist. Dieses Rad soll also nur so geräumig angeordnet werden, als durchaus nöthig ist, um die Wassermasse fassen zu können, welche auf das Rad wirken soll.

Effektverluste wegen Wasserreibung. Adhäsion des Wassers am Rade. Luftwiderstand. Zapfenreibung.

Wasserreibung kommt bei allen Rädern vor, die mit Gerinnen versehen sind. Bei den unterschlächtigen und bei dem Poncelet-Rade gleitet das Wasser mit grosser Geschwindigkeit über den Theil des Gerinnes hin, der den Einlauf bildet, und wird durch Reibung an dem Gerinnsboden und an den Wänden in seiner Bewegung etwas verzögert. Von merklichem Einfluss ist diese Reibung jedoch nur dann, wenn die Schütze, wie es bei den alten Mühlenrädern der Fall ist, in grosser Entfernung vom Rade angebracht wird. Bei den Rädern, die mit Kreisgerinnen versehen sind, stehen die in den Zellen enthaltenen Wassermassen der Mehrzahl nach mit dem Gerinne in Berührung und gleiten an demselben nieder. Der Effektverlust, welcher durch diese Reibung des Wassers am Gerinne entsteht, ist der Ausdehnung der Berührungsfläche und dem Kubus der Geschwindigkeit des Wassers proportional. Dieser Verlust ist bei Schaufelrädern grösser, als bei Kübelrädern, weil bei den ersteren die Berührungsfläche grösser ist, als bei den letzteren; ferner bei schnell gehenden Rädern grösser, als bei langsam gehenden, beträgt jedoch immer nur sehr wenig.

Durch die Adhäsion des Wassers an den Schaufeln und Zellenwänden bleibt nach erfolgter Entleerung immer einiges Wasser an dem Rade hängen und tröpfelt oder spinnt von demselben herab, während die Schaufeln in die Höhe gehen. Wenn das totale Gefälle gross ist, kann der dadurch entstehende Effektverlust nie merklich werden, wohl aber bei kleinem Gefälle, indem bei diesem die Höhe, bis zu welcher die Wassertheilchen durch die Adhäsion gehoben werden, im Vergleich zur ganzen Gefällshöhe sehr gross wird. Wenn z. B. $\frac{1}{20}$ von der Wassermenge, welche eine Zelle aufnimmt, an den

Wänden hängen bleibt und bis zu 1^m Höhe gehoben wird, so beträgt der Verlust, wenn das Gefäll 1^m ist, $\frac{1}{20}$, und wenn es 5^m ist, nur $\frac{1}{5} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{100}$ von dem absoluten Effekt der Wasserkraft. Der durch die Adhäsion entstehende Effektverlust ist ferner bei einem schwach gefüllten und schnell gehenden Wasserrade grösser, als bei einem stark gefüllten und langsam gehenden, weil im ersteren Falle mehr Wasser hängen bleibt und höher gehoben wird, als im letzteren.

Die Luft, in welcher das Rad sich bewegt, leistet gegen alle sie verdrängenden Theile des Rades Widerstand. Dieser ist nur bei Schaufelrädern, insbesondere wenn sie schnell gehen, von einigem Belang, denn bei den Kübelrädern verdrängen nur die Radarme etwas Luft, die äusseren Theile des Rades aber keine. Der Effektverlust wegen des Luftwiderstandes ist bei Schaufelrädern der Fläche einer Schaufel, der Anzahl derselben und dem Kubus ihrer Geschwindigkeit proportional, beträgt aber nie mehr als 1 Prozent vom absoluten Effekt der Wasserkraft.

Das Gewicht des Rades liegt vermittelst der Zapfen seiner Welle in Lagern und verursacht daselbst Reibung. Das Gewicht eines Rades ist ungefähr dem absoluten Effekt der Wasserkraft und der Durchmesser des Zapfens der Quadratwurzel aus diesem Effekt proportional. Berücksichtigt man diese Bemerkung, so findet man leicht, dass das Verhältniss zwischen dem Effektverlust, der durch die Zapfenreibung entsteht, und dem absoluten Effekt der Wasserkraft der Quadratwurzel aus dem absoluten Effekt der Wasserkraft direkt und dem Halbmesser des Rades verkehrt proportional ist. Der nachtheilige Einfluss der Zapfenreibung auf den Effekt ist daher bei Rädern, die einen kleinen Halbmesser haben und mit grosser Wasserkraft arbeiten, am bedeutendsten, bei grösseren Rädern mit kleiner Wasserkraft am geringsten.

Einfluss der Solidität des Baues auf den Effekt.

Die Solidität des Baues, d. h. die mehr oder weniger vollkommene Verbindung seiner Theile zu einem Ganzen, kann aus mehreren Gründen einen bemerkenswerthen Einfluss sowohl auf den Nutzeffekt, als auch auf den Bewegungszustand des Rades verursachen. Sind diese Verbindungen äusserst vollkommen, bilden sie also ein starres Ganzes von unveränderlicher Form, so behält die ganze Masse des Baues die lebendige Kraft, welche sie in der Zeit in sich aufgenommen hat, in der das Rad aus dem Zustande der Ruhe in den Beharrungszustand der Bewegung gelangt. Die Masse des Rades bedarf also dann in diesem Beharrungszustande der Bewegung keinen Nachtrieb, sondern sie geht vermöge der Trägheit von selbst fort. Ist dagegen die Verbindung der Theile unvollkommen, sind sie also gegen einander mehr oder weniger beweglich, so werden dieselben in Folge des tumultuarischen Wassereintritts gegen einander gerüttelt, es entstehen dabei krafterschöpfende Stösse, die Masse des Rades braucht dann fortwährend einen Nachtrieb, damit sie mit unveränderlicher Geschwindigkeit fortgehen kann, und die Bewegung des Rades wird zitternd. Nebst diesen Nachtheilen, welche bei allen Arten von Rädern stattfinden, wenn sie ungenau ausgeführt sind, entsteht noch ein anderer,

der jedoch nur bei Rädern mit Gerinnen vorkommt. Wenn nämlich der Bau nicht solide ist, werden gewöhnlich die Räder nach einiger Zeit unrund, einige von den Schaufeln oder Zellenkanten streifen dann an das Gerinne und verursachen Reibung oder Stösse, andere haben zu grossen Spielraum und lassen viel Wasser entweichen. Verlieren die Räder ihre runde Form, so rückt gewöhnlich der Schwerpunkt des ganzen Baues aus der geometrischen Drehungsaxe der Radwelle und es entsteht dann auch noch eine ungleichförmige Bewegung. Aus diesen Bemerkungen folgen die Vorzüge der eisernen Räder gegen die hölzernen. Eiserne Räder sind zwar im Vergleich mit hölzernen sehr theuer, allein sie sind so zu sagen von ewiger Dauer und entwickeln zu allen Zeiten einen gleich guten Nutzeffekt. Dieser ist also bei einem eisernen Rade eine von der Zeit unabhängige constante Grösse. Anders ist es bei den hölzernen Rädern. Diese sind den mannigfaltigsten Veränderungen unterworfen, die mit der Zeit mehr und mehr anwachsen und zuletzt den ganzen Bau unbrauchbar machen. Das Holz wird fortwährend durch die Einwirkung der Nässe und der Atmosphäre in seiner Form und materiellen Beschaffenheit geändert. Diese Räder verlieren mit der Zeit ihre ursprüngliche runde Form, die Bewegung wird ungleichförmig und es treten Wasserverluste ein. Das Holz geht ferner allmählig in den Zustand der Fäulniss über, es verliert seine eigene Festigkeit, alle Verbindungen werden lose, die Bewegung wird schlotternd und durch die vielen Ritzen und Spalten, welche nach und nach entstehen, gleicht zuletzt der Bau einem Siebe, welches überall Wasser durchrinnen lässt.

Hölzerne Räder mit Gerinnen können aber selbst im ganz neuen Zustande nicht ganz so gut arbeiten, als eiserne, weil bei jenen schon von vornherein wegen der später eintretenden Formveränderungen kein so genaues Anschliessen der Schaufeln an das Gerinne zulässig ist.

Das Material, aus welchem das Rad besteht, und die Solidität der Verbindungen aller Theile zu einem Ganzen ist übrigens bei grossen Rädern noch wichtiger, als bei kleinen, weil bei den ersteren alle Veränderungen in einem grösseren Maasse auftreten, als bei den letzteren.

Schlussbemerkungen.

Diese vorläufigen Erläuterungen über die mannigfaltigen Umstände, welche auf den Nutzeffekt eines Rades Einfluss haben, setzen uns zwar in den Stand, die Leistungen eines bestehenden Rades, dessen Construktionselemente vollständig bekannt sind, mit einer für alle praktischen Zwecke hinreichenden Genauigkeit zu bestimmen oder die Zweckmässigkeit oder Unzweckmässigkeit einer Construktion zu beurtheilen. Jene Erläuterungen genügen aber noch nicht zur Bestimmung der vortheilhaftesten Abmessungen und Geschwindigkeit eines zu erbauenden Rades, denn wir haben zwar die Vortheile und Nachtheile der Grösse eines jeden Construktions-Elements hinsichtlich der verschiedenen Effektverluste kennen gelernt; haben aber noch kein Mittel angegeben, diese Vortheile und Nachtheile gegen einander abzuwägen, was absolut nothwendig ist, um die zweckmässigste Grösse eines jeden Construktions-Elementes ausfindig zu machen.

Zu diesem Abwägen reicht aber der unbewaffnete Verstand nicht mehr aus; man muss es daher entweder ganz unterlassen, oder muss sich mit dem Brecheisen der Analysis bewaffnen, was in den zwei nächstfolgenden Abschnitten geschehen soll. Vorläufig bitte ich aber die Praktiker, welche mir etwa die Ehre erweisen, diese Zeilen zu lesen, über die obigen Aeusserungen nicht zu erschrecken, denn ich kann ihnen zwar nicht erlassen, die mathematischen Schlachten und Grossthaten, welche jene Abschnitte enthalten, mit in den Kauf zu nehmen, versichere sie jedoch, dass es nicht unumgänglich nothwendig ist, sie persönlich mitzumachen, um auf der minder gefährlichen praktischen Laufbahn, welche vom vierten Abschnitt an verfolgt wird, Nutzen ziehen zu können.

Diese vorläufigen Betrachtungen über die verschiedenen Effektverluste muss ich den Lesern dieses Buches angelegentlichst empfehlen. Es ist in denselben das Wichtigste ausgesprochen, was man über Wasserräder nur sagen kann, und es beruhen hierauf grösstentheils die Regeln, welche im vierten Abschnitt aufgestellt werden. Auch ist es sehr gut, wenn man sich vermittelst der in dieser Einleitung vorkommenden Regeln in der Effektberechnung von verzeichneten Rädern übt.

BERECHNUNG DES NUTZEFFEKTES DER WASSERRÄDER NACH DER METHODE DER FRANZÖSISCHEN SCHULE.

Diese Methode besteht darin, dass man Alles, was Schwierigkeiten verursacht, bei Seite lässt und nur diejenigen Effektverluste berücksichtigt, die sich leicht bestimmen lassen. Man nimmt daher an, dass alle Wassertheilchen in einem bestimmten Punkt des Radumfanges mit gleicher Geschwindigkeit ankommen, daselbst mit ihrer relativen Eintrittsgeschwindigkeit gegen das Rad stossen, hierauf von dem Stosspunkte an bis zum Spiegel des Unterwassers hinab durch ihr Gewicht wirken und endlich mit einer absoluten Geschwindigkeit, die mit jener des Radumfanges übereinstimmt, am Spiegel des Unterwassers austreten. Diese Annahmen sind nur richtig, wenn das Wasser in Form eines unendlich dünnen Strahls eintritt, wenn ferner das Rad mit unendlich vielen und unendlich seichten radial gestellten Schaufeln versehen ist, und endlich weder ein Wasserverlust, noch sonst einer von den verschiedenen Verlusten stattfindet, von denen früher die Rede war.

Nennt man:

Q die Wassermenge, welche in 1 Secunde in das Rad eintritt;

H das totale Gefälle, von Spiegel zu Spiegel gemessen;

h_1 die Tiefe des Punktes, wo die Wassertheilchen den Umfang des Rades erreichen unter dem Spiegel des Wassers im Zuflusskanal;

$h = H - h_1$ die Höhe des Eintrittspunktes über dem Spiegel des Unterwassers;

V die absolute Eintrittsgeschwindigkeit;

v die absolute Umfangsgeschwindigkeit des Rades;

α den Winkel, den die Richtungen von V und v mit einander bilden;

$g = 9{\cdot}808$ die Endgeschwindigkeit beim freien Fall nach der ersten Secunde;

E_n den in Killogramm-Metern ausgedrückten Nutzeffekt des Rades;

so ist:

$$\sqrt{V^2 + v^2 - 2\,V\,v\cos.\alpha}$$

die relative Geschwindigkeit, mit welcher die Wassertheilchen gegen das Rad stossen;

$$1000\,\frac{Q}{2\,g}\,(V^2 + v^2 - 2\,V\,v\cos.\alpha)$$

der Effektverlust, welcher bei dem Stosse entsteht, wenn alle Theilchen ihre relative Geschwindigkeit vollständig verlieren;

$$1000 \frac{Q}{2g} v^2$$

die lebendige Kraft, welche im Wasser noch enthalten ist, nachdem es das Rad verlassen hat, die also für die Wirkung auf das Rad verloren geht.

In der Voraussetzung, dass sonst keine Effektverluste stattfinden, ergibt sich nun der Nutzeffekt des Rades, wenn man von dem absoluten Effekt $1000\ Q\,H$ der Wasserkraft die so eben bestimmten Verluste abzieht. Man findet daher:

$$E_n = 1000\ Q\,H - 1000 \frac{Q}{2g}(V^2 + v^2 - 2\,V\,v \cos.\alpha) - 1000 \frac{Q}{2g} v^2$$

oder

$$E_n = 1000\ Q \left[H - \frac{V^2}{2g} + \frac{(V \cos.\alpha - v)\,v}{g}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (10)$$

Nun ist aber nach bekannten hydraulischen Prinzipien

$$\frac{V^2}{2g} = h_1, \text{ demnach } H - \frac{V^2}{2g} = H - h_1 = h$$

demnach kann man auch schreiben:

$$E_n = 1000\ Q \left[h + \frac{(V \cos.\alpha - v)\,v}{g}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (11)$$

Das erste Glied dieses Ausdruckes, nämlich $1000\ Q\,h$, ist der Effekt, den das Wasser durch sein Gewicht hervorbringt, indem es durch die Höhe h nach dem Stosse niedersinkt. Das zweite Glied

$$1000\ Q \frac{(V \cos.\alpha - v)\,v}{g}$$

ist der Effekt, den das Wasser beim Eintritt durch Stoss entwickelt.

Für ein wirklich existirendes Rad sind H, h, α, V ganz bestimmte unveränderliche Grössen, und nur die Geschwindigkeit v kann veränderlich sein. Ist $v = o$ oder $v = V \cos.\alpha$, so bringt der Stoss gar keine Nutzwirkung hervor, denn es wird dann

$$E_n = 1000\ Q\,h$$

Ist dagegen $v = \frac{1}{2} V \cos.\alpha$, d. h. beträgt die Umfangsgeschwindigkeit des Rades die Hälfte von der tangentialen Geschwindigkeit des eintretenden Wassers, so wird der Nutzeffekt des Rades ein Maximum und man findet für diesen Werth von v:

$$(E_n)_{\text{max. r}} = 1000\ Q \left(h + \frac{1}{2} h_1 \cos.^2 \alpha\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (12)$$

Bei der vortheilhaftesten Geschwindigkeit des Rades beträgt also (weil $\cos.^2 \alpha < 1$) der durch Stoss hervorgebrachte Effekt nicht einmal halb so viel, als der absolute Effekt, welcher der Wassermenge Q und dem Gefälle h_1 entspricht.

Für ein neu zu erbauendes Rad sind nur Q und H bestimmte Grössen, V und v dagegen können nach Belieben gemacht werden. Es ist nun die Frage, ob diese zwei Geschwindigkeiten nicht so angenommen werden könnten, dass der Nutzeffekt gleich dem absoluten Effekt der Wasserkraft würde. Dies ist, wie aus der Gleichung (10) erhellet, dann der Fall, wenn $V = v = 0$ wird; d. h. wenn das Rad unendlich langsam geht, und wenn das Wasser mit unendlich kleiner Geschwindigkeit eintritt.

Ungeachtet die wirklichen Räder (insbesondere die Kübelräder) in ihrer Einrichtung von dem dieser Theorie zu Grunde gelegten idealen Rade so enorm abweichen, so hat man sich doch erlaubt, die Ergebnisse dieser Theorie für alle älteren Räder gelten zu lassen. Um jedoch die dadurch entstehenden Fehler einigermassen gut zu machen, hat man durch Versuche mit bestehenden Rädern gewisse Corrections-Coeffizienten auszumitteln gesucht, mit welchen die Formel (11) multiplicirt werden muss, damit dieselbe mit den Versuchsresultaten übereinstimmende Werthe gibt.

Smeaton, *Borda*, *Bossut*, *Morosit*, *Christian* und Andere haben derlei Versuche mit gewöhnlichen unterschlächtigen Rädern angestellt. *Morin* hat das Gleiche mit den übrigen Arten der älteren Räder gethan.

Bezeichnet man durch A und B die Coeffizienten, mit welchen die beiden Glieder der Gleichung (11) versehen werden müssen, damit dieselbe mit den genannten Resultaten übereinstimmende Werthe gibt, so hat man statt jener theoretischen Formel die folgende praktische Formel :

$$E_n = A\ 1000\, Q\, h + B\ 1000\, Q\, \frac{(V \cos.\alpha - v)\, v}{g} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

welche nun leicht den verschiedenen Arten von Rädern angepasst werden kann.

Unterschlächtige Räder.

Für diese ist $h = 0$ und $\alpha = 0$ zu setzen, denn das Wasser wirkt nur durch Stoss, und kommt fast nach tangentialer Richtung an das Rad an. Nach den Versuchen von *Bossut* und *Smaeton*, die mit gewöhnlichen Mühlenrädern angestellt wurden, bei welchen die Schütze vertikal steht, und die im Gerinne 0·03^m bis 0·04^m Spielraum haben, ist $B = 0{\cdot}6$ zu nehmen. Die Formel (13) wird daher für solche Räder :

$$E_n = 61\, V\, (Q - v)\, v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Diese Versuche haben ferner gezeigt, dass die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades nicht $\frac{1}{2}$ V, sondern

$$v = 0{\cdot}4\ V$$

ist, was durch den Umstand erklärt wird, dass bei langsamer Geschwindigkeit die Wassermenge, welche zwischen den Schaufeln entweicht, kleiner ausfällt.

Kropfräder.

Nach den Versuchen, welche *Morin* mit vier Rädern dieser Art angestellt hat, muss man in der Formel (13)

$$A = B = 0{\cdot}750$$

setzen und dann gibt dieselbe Resultate, die bis auf $^1/_{20}$ mit den Versuchsresultaten übereinstimmen, vorausgesetzt jedoch, dass die Füllung nicht mehr als $^2/_3$ beträgt, und dass die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nicht grösser als jene des ankommenden Wassers ist. Innerhalb dieser Grenzen ist also für Kropfräder:

$$E_n = 750\ Q \left[h + \frac{(V \cos.\alpha - v)\ v}{g}\right] \quad \dots\dots\dots \quad (15)$$

Das Rad mit überflutheter Schütze.

Nach den Versuchen, welche *Morin* mit einem gut construirten Rade dieser Art angestellt hat, ist $A = B = 0{\cdot}799$ zu nehmen, und dann gibt die Formel (13) Werthe, die bis auf $^1/_{20}$ mit den Versuchsresultaten übereinstimmen, so lange die Füllung nicht mehr als $^2/_3$ beträgt und so lange die Umfangsgeschwindigkeit des Rades jene des ankommenden Wassers nicht übersteigt. Es ist daher für diese Räder innerhalb der so eben bezeichneten Grenzen:

$$E_n = 799\ Q \left[h + \frac{(V \cos.\alpha - v)\ v}{g}\right] \quad \dots\dots\dots \quad (16)$$

Das Schaufelrad mit Coulisseneinlauf.

Mit einem Rade dieser Art sind noch nie genauere Versuche angestellt worden. Man wird sich aber ziemlich der Wahrheit nähern, wenn man auch hier die Werthe von A und B gelten lässt, die für das Rad mit Ueberfalleinlauf gefunden wurden. Wir setzen daher:

$$E_n = 799\ Q \left[h + \frac{(V \cos.\alpha - v)\ v}{g}\right] \quad \dots\dots\dots \quad (17)$$

Rückschlächtige und oberschlächtige Kübelräder.

Wenn bei diesen Rädern die Zellen nicht mehr als bis zur Hälfte gefüllt sind, die Umfangsgeschwindigkeit nicht mehr als 2^m und der Halbmesser nicht weniger als 2^m

beträgt, so ist nach den Versuchen, welche *Morin* mit vier Rädern dieser Art angestellt hat, A = 0·780, B = 1·000 zu setzen, und dann gibt die Formel (13) Werthe, die bis auf $^1/_{20}$ mit den Versuchsresultaten übereinstimmen. Es ist demnach innerhalb jener Beschränkungen

$$E_n = 780\,Q\,h + 1000\,Q\,\frac{(V\cos.\alpha - v)\,v}{g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Wenn dagegen diese Räder mehr als zur Hälfte gefüllt sind, oder wenn ihre Peripheriegeschwindigkeit grösser als 2^m und ihr Halbmesser kleiner als 2^m ist, kann man für die Formel (13) keinen Corrections-Coeffizienten auffinden, durch welchen sie mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate liefern würde. Für diese Räder muss daher eine Theorie aufgestellt werden, welche auf die besonderen bei denselben obwaltenden Umstände Rücksicht nimmt.

Es ist nun die Frage, ob die hier entwickelte Theorie in Verbindung mit den aus Versuchen gewonnenen Corrections-Coeffizienten zur Berechnung des Nutzeffektes bereits bestehender Räder, oder zur Beurtheilung der Zweckmässigkeit oder endlich zur Bestimmung von zweckmässigen Dimensionen für neu zu erbauende Räder mit Sicherheit gebraucht werden könne? Diese Fragen müssen verneinend beantwortet werden.

Diese praktischen Formeln enthalten mit Ausnahme des Winkels α kein auf den Bau des Rades bezügliches Grössenelement, weil eben bei ihrer Herleitung von allen Specialitäten des Baues abgesehen wurde; sie geben daher für alle Räder von einerlei Art einen gleich guten Effekt, es mag nun die Anordnung und Ausführung gut oder schlecht sein. Dass *Morin* bei verschiedenen Rädern derselben Art nahe übereinstimmende Coeffizienten gefunden hat, beweist nichts anderes, als dass diese Räder ungefähr gleich gut oder gleich schlecht angeordnet und ausgeführt waren, und so ist es auch; denn von den Versuchsrädern ist in der That nur das mit dem Ueberfalleinlauf gut angeordnet, alle anderen sind ungefähr gleich fehlerhaft. Wenn die Versuche mit guten Anordnungen gemacht worden wären, hätten sich gewiss andere Coeffizienten ergeben. Hieraus geht zunächst hervor, dass die aufgestellten Formeln zur Berechnung des Nutzeffekts eines bereits bestehenden Rades nicht mit Sicherheit angewendet werden können.

Wenn man beurtheilen will, ob ein Rad zweckmässig oder unzweckmässig angeordnet ist, muss man zu sagen wissen, ob die einzelnen Construktionselemente, namentlich Breite, Tiefe, Theilung u. s. f. so gewählt sind, wie es zur Erzielung eines guten Nutzeffektes nothwendig ist. Darüber geben aber die Formeln durchaus keinen Aufschluss, und können auch keinen geben, weil, wie schon gesagt wurde, bei ihrer Herleitung von allen diesen Dingen ganz abgesehen wurde. Diese Formeln leisten also für die Beurtheilung einer Anordnung gar nichts.

Wenn es sich endlich darum handelt, ein neues Rad zu bauen, muss man angeben, wie alle Dimensionen desselben genommen werden müssen: 1) wenn das Rad einen möglichst guten Effekt geben soll und kostspielig werden darf; 2) wenn das Rad nicht zu kostspielig werden, aber doch einen befriedigenden Effekt soll geben können; 3) wenn

es gleichgültig ist, ob man viel oder wenig Betriebswasser braucht, wenn nur der Bau möglichst wohlfeil wird.

Hierüber schweigen die aufgestellten Formeln ganz, und können auch nichts aussagen, weil in denselben der Einfluss der Dimensionen eines Rades auf den Nutzeffekt nicht hineingelegt wurde.

Man sieht also, dass diese ganze Theorie von gar keinem praktischen Nutzen ist.

Zum Schlusse dieses Abschnittes wollen wir noch die Annäherungstheorie folgen lassen, welche *Poncelet* für sein Rad zuerst aufgestellt hat.

Annäherungstheorien für das Poncelet-Rad.

Denken wir uns eine horizontale Bahn MN, Fig. 19, und eine stetig gekrümmte cylindrische Fläche, welche die Bahn berührt, und sich parallel mit der Bahn mit unveränderlicher Geschwindigkeit v fortbewegt. Denken wir uns ferner, dass dieser Fläche ein Körpertheilchen, z. B. ein Kügelchen mit einer Geschwindigkeit V, die grösser als v ist, nachfolge, so wird das Kügelchen die Fläche erreichen, wenn diese einen gewissen Ort AB erreicht hat, und sodann an der Fläche hinaufrollen. Diese relative Bewegung des Kügelchens auf der Fläche erfolgt gerade so, wie wenn die Fläche keine Bewegung hätte, und das Theilchen mit einer Geschwindigkeit $V - v$ eingetreten wäre. Es rollt also mit abnehmender Geschwindigkeit an der Fläche hinauf und drückt dabei fortwährend gegen dieselbe, rollt dann wiederum mit beschleunigter Bewegung herab und erreicht nach einiger Zeit wiederum den untersten Punkt. Die Höhe, welche das Theilchen in seiner aufsteigenden Bewegung erreicht, ist $\frac{(V-v)^2}{2g}$, wie auch die Krümmung der Fläche beschaffen sein mag. Die relative Geschwindigkeit des Theilchens gegen die Bahn, wenn es wiederum unten angekommen ist, beträgt $V - v$. Die absolute Geschwindigkeit dagegen $v - (V - v) = 2v - V$. Wenn $2v = V$ oder $v = \frac{1}{2} V$ ist, bleibt das Theilchen, nachdem es unten angekommen ist, ruhig stehen. Von $2v > V$ geht es nach der Richtung fort, nach der sich die Fläche bewegt; wenn endlich $2v < V$ ist, ist die Richtung seiner Bewegung jener der Fläche entgegengesetzt. Die Wirkung, welche das Theilchen der Fläche mittheilt, während es hinauf- und herabrollt, wird gefunden, wenn man von der lebendigen Kraft, die es anfänglich hatte, diejenige abzieht, die es zuletzt noch besitzt. Nennt man q das Gewicht des Theilchens, so ist die der Fläche mitgetheilte Wirkung

$$\frac{q}{2g} V^2 - \frac{q}{2g} (2v - V)^2$$

oder nach einfacher Reduktion

$$\frac{2q}{g} \cdot (V - v) v$$

Ist $v = \frac{1}{2} V$, so wird diese Wirkung:

$$\frac{q}{2g} \cdot V^2$$

d. h. wenn die Geschwindigkeit der Fläche halb so gross ist, als die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen an der Fläche ankommt, so theilt es derselben seine ganze Wirkungsfähigkeit mit, und besitzt zuletzt keine Geschwindigkeit mehr.

Obgleich die grösste Höhe, welche das Theilchen erreicht, die Geschwindigkeit, welche es während der Niederbewegung erlangt, endlich die Wirkung, welche es der Fläche mittheilt, ganz unabhängig von der Gestalt der letzteren ist, so richtet sich doch die Zeit, während welcher die Auf- und Niederoscillation erfolgt, nach der Form der Fläche, und es ist leicht einzusehen, dass diese Oscillation bei einer sehr rapid gekrümmten Fläche schnell, bei einer schwach gekrümmten dagegen langsam erfolgt. Vergleicht man die hier betrachtete Bewegung eines Körpertheilchens auf einer beweglichen Fläche mit der Bewegung des Wassers gegen die Schaufeln eines Poncelet-Rades, so wird man finden, dass sich bei der letzteren alles ungefähr so verhält, wie bei der ersteren. Die Bewegung der Radschaufeln ist zwar nicht geradlinig, allein der Bogen, welchen eine Schaufel beschreibt, während auf sie das Wasser einwirkt, weicht doch nicht sehr stark von einer geraden Linie ab. Die Bewegungen der Wassertheilchen im Rade stimmen allerdings weder unter sich, noch mit jener eines isolirten Körperchens überein, denn die Bewegung eines jeden Wassertheilchens wird durch die Anwesenheit der übrigen mehr oder weniger modifizirt. Im Wesentlichen erfolgt sie aber doch ungefähr so, wie bei den isolirten Theilchen. Wenn daher kein grosser Grad von Genauigkeit gefordert wird, so kann man sich erlauben, die im Vorhergehenden für ein isolirtes Theilchen aufgefundenen Resultate auf die ganze Wassermenge Q anzuwenden, welche in einer Secunde auf ein Poncelet-Rad einwirkt, und dann erhalten wir für den Nutzeffekt desselben den Ausdruck:

$$E_n = 1000 \cdot \frac{2Q}{g} (V - v) v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

für die vortheilhafteste Geschwindigkeit:

$$v = \frac{1}{2} V$$

und für das correspondirende Maximum des Nutzeffekts:

$$(E_n)_{max.} = 1000 \cdot Q \cdot \frac{V^2}{2g}$$

Nach zahlreichen Versuchen, welche *Poncelet* mit zwei Rädern angestellt hat, variirt der Corrections-Coeffizient, mit welchem man die Formel (19) multipliziren muss, damit sie mit der Erfahrung gut übereinstimmende Resultate gibt, von 0·65 bis 0·75. Die

Versuche zeigen ferner, dass die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit 0·5 V bis 0·6 V ist. Wir können daher folgende praktische Formeln aufstellen :

$$\left.\begin{array}{l} E_n = 1300 \cdot \frac{Q}{g} (V - v)\, v \text{ bis} \\ E_n = 1500 \cdot \frac{Q}{g} (V - v)\, v \\ (v)_{max.} = 0{\cdot}55\, V \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Diese Theorie mag vorläufig genügen, obgleich sie eben so wenig wie die früheren Theorien zur Beurtheilung eines bestehenden Rades, noch zur Bestimmung der Dimensionen eines zu erbauenden Rades gebraucht werden kann.

ZWEITER ABSCHNITT.

BERECHNUNG DER EFFEKTVERLUSTE, WELCHE BEI DEN ÄLTEREN WASSERRÄDERN VORKOMMEN.

Bezeichnung der Grössen für die Theorie der älteren Wasserräder.

Bei allen Rechnungen und Formeln, welche die Schaufel- und Kübelräder betreffen, wollen wir im ganzen Verlaufe des Werkes die folgenden Bezeichnungen beibehalten. Wenn also in der Folge im Text die Bedeutung eines Buchstabens nicht ausdrücklich angegeben ist, so beliebe man in dem Verzeichniss nachzusehen, welches wir hier ein für alle mal aufstellen wollen. Alle Längen sind in Metern gemessen, Gewichte und Pressungen in Kilogrammen ausgedrückt.

Der Effekt wird in Kilogramm-Metern oder in Pferdekräften à 75 Kilogramm-Meter ausgedrückt.

H das Gefälle, d. h. der Vertikalabstand der Wasserspiegel im Zufluss- und im Abflusskanal.

Q der Wasserzufluss in Kubikmetern per 1 Sekunde.

$E_a = 1000\,Q\,H$ der in Kilogramm-Metern ausgedrückte absolute Effekt der Wasserkraft, welche auf das Rad wirkt.

$N_a = \frac{E_a}{75}$ der in Pferdekräften à 75 Kilogramm-Meter ausgedrückte absolute Effekt der Wasserkraft.

E_n N_n der in Kilogramm-Metern und der in Pferdekräften ausgedrückte Nutzeffekt, welchen das Rad entwickelt.

R der Halbmesser des Rades.

a die Tiefe des Rades, worunter die Differenz zwischen dem äusseren und inneren Halbmesser des Rades zu verstehen ist.

b die Breite des Rades, d. h. die mit der Axe des Rades parallele Dimension der Schaufeln oder Zellen.

c die Länge des äusseren Theiles $a\,b$ einer (Fig. 20) Schaufel oder Zellenwand. Für den Fall, dass die Schaufel oder Zelle aus krummen Flächen bestünde, kann man für die Rechnung eine ebenflächige Form substituiren, welche mit der krummflächigen möglichst nahe übereinstimmt, und dann bedeutet c die Länge des äusseren Theiles der ebenen Form.

β der Winkel, unter welchem der äussere Theil einer Zelle oder Schaufel den Umfang des Rades durchschneidet.

e die Schaufel- oder Zellentheilung des Rades.

$i = \frac{2 R \pi}{e}$ die Anzahl der Schaufeln oder Zellen des Rades.

v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades.

$n = 9{\cdot}548 \frac{v}{R}$ die Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute.

V die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser am Umfang des Rades ankommt. Je nach Umständen wird darunter die Geschwindigkeit irgend eines einzelnen Wassertheilchens, oder die mittlere Geschwindigkeit sämmtlicher Wassertheilchen des Strahles, oder endlich die Geschwindigkeit der untersten Theilchen des Strahles verstanden.

δ der Winkel, den die Richtung von V mit dem Umfang des Rades bildet.

γ der Winkel, den der nach dem Eintrittspunkt gezogene Radius mit dem vertikal abwärts gerichteten Radius des Rades bildet; wobei unter Eintrittspunkt derjenige Punkt verstanden wird, in welchem der mittlere oder auch der untere Faden des Strahles den Umfang des Rades durchschneidet.

ε hat nur bei Rädern mit Gerinnen eine Bedeutung und bezeichnet da den Spielraum zwischen den äusseren Schaufel- oder Zellenkanten und dem Gerinne.

s die Bogenlänge von dem Theil des Gerinnes, welcher von dem im Rade befindlichen Wasser berührt wird.

h bedeutet bei den Rädern mit Gerinne die Höhe des Wasserstandes in der untersten Zelle über dem Spiegel des Unterwassers; bei dem oberschlächtigen Rade dagegen das sogenannte Freihängen, d. h. die Höhe des untersten Punktes des Radumfanges über dem Spiegel des Unterwassers.

f der Reibungscoefficient für die Zapfenreibung.

$m = \frac{Q}{a\,b\,v}$ der Füllungscoefficient, d. h. das Verhältniss zwischen dem Volumen der Wassermenge, welche in 1 Secunde dem Rade zufliesst, und dem Volumen der Zellenräume, welche diese Wassermenge aufzunehmen haben.

s die Höhe, in der sich unmittelbar nach beendigter Füllung der Schwerpunkt i der Wassermasse über dem Punkte c (Fig. 10) der Zelle befindet.

$g = 9{\cdot}808^{m}$ die Endgeschwindigkeit eines aus der Ruhe frei fallenden Körpers nach der ersten Secunde.

$q = Q \cdot \frac{e}{v}$ die Wassermenge in Kubikmetern, welche in einer Zelle nach beendigter Füllung enthalten ist.

Effektverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht.

Wenn wir uns mit einer Annäherung begnügen und den Einfluss der Dicke des Strahles unberücksichtigt lassen wollen, können wir sehr leicht einen Ausdruck für den Effektverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers in das Rad entsteht, aufstellen, indem wir die Regel, welche in dem ersten Abschnitte Seite 8 aufgestellt wurde, in die analytische Sprache übersetzen. Thut man diess, so findet man für jenen Effektverlust folgenden Ausdruck:

$$1000 \cdot \frac{Q}{2g}\left[V^2 + v^2 - 2 V v \cos.\delta + 2 g \left(\frac{1}{2} e \sin.\gamma + e \sin.(\gamma - \beta) - s\right)\right] \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wobei v die Geschwindigkeit bedeutet, mit welcher die Theilchen des mittleren Wasserfadens dem Umfang des Rades begegnen. Wenn die Dicke des Wasserstrahls und seine Tiefe unter dem Spiegel des Oberwassers bekannt sind, kann man die Geschwindigkeit jederzeit leicht bestimmen. Es kommt aber bei gewissen Rechnungen vor, dass diese Elemente zur Bestimmung von v nicht bekannt sind, und dann werden die Rechnungen bedeutend einfacher, wenn man sich erlaubt, statt der Geschwindigkeit, welche dem mittleren Wasserfaden entspricht, diejenige zu nehmen, welche dem untersten Faden des Wasserstrahles zugehört. Der Fehler, welcher entsteht, wenn man v in diesem letzteren Sinn nimmt, ist äusserst gering. Will man sich mit der Genauigkeit des Ausdruckes (1) nicht begnügen, sondern auf die Dicke des Strahles genau Rücksicht nehmen, so muss man den erwähnten Effektverlust auf folgende Weise berechnen.

Der Eintritt des Wassers in eine Zelle beginnt, wenn diese mit ihrer äusseren Kante mit der Oberfläche des Strahles zusammentrifft, und dauert so lange fort, bis jene Kante um eine Schaufeltheilung unter den Strahl gekommen ist. Dieses Bogenstück des Radumfanges, welches die äussere Kante einer Zelle während ihrer Füllung durchläuft, entspricht nur einem kleinen Centriwinkel am Mittelpunkte des Rades; wir können uns daher erlauben, jenes Bogenstück als eine gerade Linie anzusehen, a b h (Fig. 21) sei diese gerade Linie, a und b seien die Punkte, in welchen die obere und die untere Fläche des Strahles den Umfang des Rades durchschneiden, e f g die Position einer Zelle in dem Augenblick, wenn ein gewisses Theilchen bei c den Umfang des Rades erreicht, $e_1 f_1 g_1$ die Position der gleichen Zelle, wenn das bei c eingetretene Theilchen die Oberfläche des in der Zelle bereits befindlichen Wassers bei i erreicht, und daselbst durch Stoss seine relative Geschwindigkeit verliert.

Nennen wir:

y die Tiefe des Punktes c unter der Oberfläche des Wassers im Zuflusskanal.

$\overline{e\,c} = \xi$ die Entfernung der äusseren Zellenkante von dem Eintrittspunkte des Theilchens.

$i f_1 = \zeta$ die Höhe des Wasserspiegels in der Zelle über f_1, in dem Augenblick, wenn das Theilchen bei i ankommt.

u die Geschwindigkeit des Theilchens bei c.

$v_0\ v_1$ die Geschwindigkeiten der Theilchen bei a und b.

k einen Correktionscoeffizienten, zur Berechnung der Wassermengen.

t die Zeit, von dem Augenblicke an gemessen, in welchem die Zelle die Position efg einnimmt.

dq das Volumen der Wassermenge, welche im Zeittheilchen dt bei c eintritt.

Dies vorausgesetzt, ist, nach der Seite 8 angegebenen Regel, wenn man sie in die analytische Sprache übersetzt, die lebendige Kraft, welche durch den Stoss des Theilchens dq gegen die Wasserfläche bei l verloren geht

$$\frac{1000\,dq}{2g}\left(u^2 + v^2 - 2uv\cos.\delta + 2g\,[\xi \sin.\gamma + c\sin.(\gamma - \beta) - \zeta]\right) \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Ferner ist:

$$dq = k.b.\frac{\sin.\delta}{\sin.\gamma}\,u\,dy.dt$$

und

$$u^2 = 2gy \qquad \text{demnach} \qquad u\,dy = \frac{u^2\,du}{g}$$

endlich

$$dt = \frac{d\xi}{v}$$

Diese Werthe von $u\,dy$ und dt in den Ausdruck für dq substituirt, erhält man

$$dq = \frac{k}{g}\,b\,\frac{\sin.\delta}{\sin.\gamma}\,u^2\,du\,\frac{d\xi}{v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Um nun die Wirkung zu finden, welche während der Füllungszeit der Zellen verloren geht, muss man den so eben gefundenen Werth von dq in den Ausdruck (2) substituiren und diesen dann in Bezug auf ξ von o bis e und in Bezug auf u von V_0 bis V_1 integriren. Die durch die Füllung einer Zelle verlorene lebendige Kraft ist demnach:

$$\frac{1000\,kb}{2g^2v}\,\frac{\sin.\delta}{\sin.\gamma}\int_{u=V_0}^{u=V_1}\int_{\xi=o}^{\xi=e}\left\{\begin{matrix} u^2 + v^2 - 2uv\cos.\delta + \\ 2g\,[\xi\sin.\gamma + c\sin.(\gamma - \beta)] \end{matrix}\right\} u^2\,du\,d\xi - 1000\int\zeta\,dq$$

Verrichtet man diese doppelte Integration, so findet man:

$$e\,\frac{1000\,kb}{2g^2v}\,\frac{\sin.\delta}{\sin.\gamma}\left\{\begin{matrix} \frac{1}{5}(V_1^5 - V_0^5) - \frac{1}{2}v\cos.\delta\,(V_1^4 - V_0^4) + \\ \frac{1}{3}(V_1^3 - V_0^3)\left[v^2 + 2g\left(\frac{e}{2}\sin.\gamma + c\sin.(\gamma - \beta)\right)\right] \end{matrix}\right\} - 1000\int\zeta\,dq \quad (4)$$

Das letzte nur angedeutete Integrale ist auf alle Wassertheilchen auszudehnen, die sich am Ende der Füllung in der Zelle befinden.

Es ist daher:

$$\int \zeta \, d\, q = q\, s \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

wenn q die Wassermenge bedeutet, die nach der Füllung in der Zelle enthalten ist. Für den Werth von q findet man durch Integration der Gleichung (3)

$$q = \frac{e}{v} \cdot \frac{k\, b}{g} \frac{\sin.\, \delta}{\sin.\, \gamma} \frac{1}{3} (V_{\prime}^3 - V_0^3) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

Substituirt man diesen Werth von q in (5), sodann den sich ergebenden Werth von $\int \zeta\, d\, q$ in (4), dividirt sodann den Ausdruck (4) und die Gleichung (6) durch $\frac{e}{v}$, so findet man für den Effektverlust, welcher durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht, den Ausdruck:

$$\frac{1000\, k\, b \sin.\, \delta}{2\, g^2 \sin.\, \gamma} \left\{ \begin{array}{c} \left(\frac{1}{5} (V_{\prime}^5 - V_0^5) - \frac{1}{2} v \cos.\, \delta (V_{\prime}^4 - V_0^4) + \right. \\ \left. \frac{1}{3} (V_{\prime}^3 - V_0^3) \left[v^2 + 2\, g \left(\frac{e}{2} \sin.\, \gamma + c \sin.\, (\gamma - \beta) - s \right) \right] \right) \end{array} \right\} \; . \; . \quad (7)$$

und für die in 1 Secunde dem Rade zuströmende Wassermenge Q

$$Q = \frac{1}{3} \frac{k\, b}{g} \frac{\sin.\, \delta}{\sin.\, \gamma} (V_{\prime}^3 - V_0^3) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Vermittelst dieses Werthes von Q findet man endlich aus (7):

$$\frac{1000\, Q}{2\, g} \left\{ \begin{array}{c} \frac{3}{5} \frac{V_{\prime}^5 - V_0^5}{V_{\prime}^3 - V_0^3} - \frac{3}{2} v \cos.\, \delta \frac{V_{\prime}^4 - V_0^4}{V_{\prime}^3 - V_0^3} + v^2 + \\ 2\, g \left(\frac{e}{2} \sin\, \gamma + c \sin.\, (\gamma - \beta) - s \right) \end{array} \right\} \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

und dies ist der genauere Werth des Effektverlustes, der durch den stossweisen Eintritt des Wassers entsteht.

Dieser Ausdruck führt wiederum auf (1) zurück, wenn man annimmt, dass der Strahl unendlich dünn sei. Setzt man nämlich $\overline{a\, b}$ (Fig. 3), gleich σ, und bezeichnet durch V die Geschwindigkeit, mit welcher die Theilchen im Halbirungspunkt von $a\, b$ eintreten, so ist:

$$V_{\prime} = \sqrt{V^2 + g\, \sigma \sin\, \gamma}$$

$$V_0 = \sqrt{V^2 - g\, \sigma \sin.\, \gamma}$$

Entwickelt man diese Wurzelgrössen in Reihen, und vernachlässigt alle Glieder, welche zweite und höhere Potenzen von σ enthalten, so wird

$$V_{\prime} = V + \frac{1}{2} \frac{g\, \sigma \sin.\, \gamma}{V}$$

$$V_0 = V - \frac{1}{2} \frac{g\, \sigma \sin.\, \gamma}{V}$$

Führt man diese Werthe von v, V_1 und v_0 in (8) und (9) ein, entwickelt die Potenzen, und vernachlässigt alle Glieder, welche zweite und höhere Potenzen von σ enthalten, so findet man für die Wassermenge

$$Q = k\, b\, \sigma \sin \delta\, V \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

und für den Effektverlust:

$$1000 \frac{Q}{2g} \left[V^2 + v^2 - 2 V v \cos.\delta + 2 g \left(\frac{c}{2} \sin.\gamma + c \sin.(\gamma - \beta) - s \right) \right] \quad \ldots \quad (11)$$

welcher Ausdruck mit (1) übereinstimmt.

Aus diesem Ausdruck (1) oder (11) kann man nun leicht mit aller Bequemlichkeit alles herauslesen, was in dem ersten Abschnitte hinsichtlich des Effektverlustes, der bei dem stossweisen Eintritt entsteht, ausführlich gesagt wurde.

Für das unterschlächtige Rad mit Schaufeln ist zu setzen:

δ nahe $= o$ $\quad$ γ nahe $= o$ $\quad$ $c = o$ $\quad$ s nahe $= o$

Der Effektverlust wird demnach:

$$1000 \frac{Q}{2g} (V - v)^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Für ein Rad mit radial gestellten Schaufeln ist $c = o$, und der Effektverlust wird

$$1000 \frac{Q}{2g} \left[V^2 + v^2 - 2 V v \cos.\delta + 2 g \,.\left(\frac{c}{2} \sin.\gamma - s \right) \right] \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Für ein oberschlächtiges Rad ist γ nahe $= 180^\circ$, der Effektverlust wird demnach:

$$1000 \,.\frac{Q}{2g} \left[V^2 + v^2 - 2 V v \cos.\delta + 2 g (c \sin.\beta - s) \right] \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Was die Grösse s betrifft, so kann diese nur dann genau berechnet werden, wenn die Gestalt der Zelle genau bekannt ist. Der Ausdruck für s wird aber selbst für die einfachsten, ebenflächigen Zellen äusserst complizirt, so dass es zweckmässiger ist, in den aufgestellten Formeln den Werth von s gar nicht durch die Dimension der Zellen auszudrücken.

BERECHNUNG DER WASSERMENGE, WELCHE ZWISCHEN DEN SCHAUFELN EINES UNTERSCHLÄCHTIGEN RADES DURCHGEHT, OHNE EINE WIRKUNG HERVORZUBRINGEN.

Es ist schon früher bemerkt worden, dass bei unterschlächtigen Rädern ein Theil des zufliessenden Wassers zwischen den Schaufeln durchgeht, ohne eine Geschwindigkeitsveränderung zu erleiden. Diese für die Wirkung auf das Rad verlorene Wassermenge wollen wir nun berechnen.

Es sei X Y der Boden des Gerinnes, x y die Oberfläche des zufliessenden Wassers (Fig. 22). Denken wir uns, dass die Schaufeln des Rades durch Rahmen ersetzt werden, deren Form und Ausdehnung mit den Schaufeln übereinstimmt, so wird ein Theil des zufliessenden Wassers diese Rahmen durchfliessen, ein anderer Theil aber nicht, und dieser letztere bestimmt offenbar die Wassermenge, welche für die Wirkung auf das Rad ganz verloren geht. Bei der folgenden Rechnung nehmen wir an:

1) eine radiale Stellung der Schaufeln;
2) ein horizontales Gerinne;
3) gleiche Geschwindigkeit aller Wassertheilchen;
4) gleichförmige Geschwindigkeit des Rades.

Es sei B b ein Rahmen, welcher mit seiner untern Kante das Wasser berührt, demnach in dieses einzutreten beginnt, B_1 b_1 der nächstfolgende Rahmen. Während ein Rahmen von B b bis in die tiefste Position A K gelangt, beschreibt der Punkt B den Kreisbogen B M A, und es treffen während dieser Bewegung immer andere und andere Wassertheilchen mit dem beweglichen Punkte B zusammen. Alle diese Wassertheilchen befinden sich in dem Augenblicke, in welchem der Rahmen in B b ist, an gewissen Orten, und alle diese Orte bilden zusammen eine krumme Linie B M_1 O_1, deren Natur leicht ausgemittelt werden kann.

Ist nämlich M_1 ein Punkt der Kurve, so muss sein:

$$\overline{M_1 M} : \widehat{B M} = V : v$$

demnach

$$\overline{M M_1} = \frac{V}{v} \cdot \widehat{M B}$$

Für den untersten Punkt O_1 hat man auf gleiche Weise:

$$\overline{A O_1} = \frac{V}{v} \widehat{B A}$$

Man findet also irgend einen Punkt M_1 der Linie B M_1 O_1, wenn man die mit dem Verhältniss $\frac{V}{v}$ multiplicirte Bogenlänge $\widehat{M B}$ von M nach M_1 in horizontaler Richtung aufträgt. Diese Linie B M_1 O_1 lässt sich mithin leicht construiren.

Macht man $\overline{BH} = \frac{V}{v} \cdot \widehat{BB_1}$, so erhält man den Punkt H der Oberfläche des Wassers, welcher mit dem unteren Punkte B_1 des nächstfolgenden Rahmens $B_1\,b_1$ zusammentrifft, und zeichnet man, von H ausgehend, eine mit $BM_1\,O_1$ congruente Linie HG, so enthält dieselbe diejenigen Wassertheilchen, welche im Verlaufe der Bewegung der Reihe nach mit B_1 zusammentreffen. Alle innerhalb der Figur $GHBO_1$ befindlichen Wassertheilchen treten also in den Raum ein, welcher durch die zwei Schaufeln Bb und $B_1\,b_1$ begrenzt ist.

Verschieben wir die Figur $GHBO_1$ nach horizontaler Richtung, bis der Punkt O_1 nach A und die Figur nach EFDA kommt, so ist AK der correspondirende Ort für den Rahmen Bb und es ist klar, dass die Figur KDA die Wassertheilchen enthält, welche während der Bewegung des Rahmens von Bb nach AK durch denselben ausgetreten sind. Dass dagegen die in der Figur AEFK enthaltenen Wassertheilchen bis zu diesem Augenblick noch nicht den Rahmen erreicht haben. Da der Rahmen von dem Punkte A an wiederum allmählig aus dem Wasser heraustritt, so können bei der Fortsetzung der Bewegung des Rahmens über A hinaus nicht alle zwischen EFKA enthaltenen Wassertheilchen den Rahmen erreichen. Ist zum Beispiel der Rahmen nach N gekommen, so gelangt gleichzeitig der Punkt N_1 auch daselbst an, wenn $\frac{\overline{NN_1}}{V} = \frac{\widehat{AN}}{v}$ ist und alle zwischen $N_1\,Q$ befindlichen Wassertheilchen werden folglich durch den Rahmen gehen, die zwischen $N_1\,N_2$ befindlichen Theilchen dagegen gelangen in den Abflusskanal, ohne durch einen Rahmen getreten zu sein. In dem Moment, in welchem der Rahmen in A ist, befinden sich die Wassertheilchen, welche während seiner Bewegung über A hinaus mit seiner unteren Kante zusammentreffen, an gewissen Orten, welche zusammen eine krumme Linie $AN_1\,J$ bilden, die vermittelst der Beziehung:

$$\overline{NN_1} = \frac{V}{v} \cdot \widehat{AN}$$

leicht construirt werden kann.

Durch die Linie $AN_1\,J$ wird die Figur ADFE in zwei Theile $ADFJN_1$ und $AN_1\,JN_2E$ getheilt. Der erstere enthält die Wassermenge, welche durch einen Rahmen geht und der letztere enthält die Wassermenge, welche in den Abflusskanal gelangt, ohne durch einen Rahmen getreten zu sein.

Denken wir uns nun wiederum die Rahmen durch Schaufeln ersetzt, so werden wir der Wahrheit ziemlich nahe kommen, wenn wir annehmen, dass das in der Figur $AN_1\,JN_2E$ enthaltene Wasser mit seiner ursprünglichen Geschwindigkeit entweicht, ohne irgend eine Wirkung auf die Schaufeln auszuüben. Dass dagegen alle in Figur ADFJ enthaltenen Wassertheilchen einen vollkommenen Stoss gegen die Schaufeln ausüben, demnach von der Geschwindigkeit V auf die Geschwindigkeit v gebracht werden.

Unter dieser Voraussetzung, welche allerdings auch nicht streng richtig ist, durch welche wir aber doch der Wahrheit näher kommen, als wenn wir annehmen, dass alles dem Rade zuströmende Wasser auch vollkommen zum Stosse gelange, wollen wir nun die für die Wirkung auf das Rad verlorene Wassermenge berechnen.

Durch einfache Betrachtungen an der Figur findet man, wenn $\widehat{ACN} = \varphi$ und $AC = R$ gesetzt wird, für die Linie $A N_1 J$

$$\overline{AQ} = R(1 - \cos.\varphi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

$$\overline{QN_1} = R\left(\frac{V}{v}\varphi - \sin.\varphi\right)$$

oder annähernd

$$\overline{QN_1} = R\sin.\varphi\left(\frac{V}{v} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

wenn man sich erlaubt $\sin.\varphi$ statt φ zu setzen.

Aus diesen Werthen von $\overline{AQ}$ und $\overline{QN_1}$ ersieht man, dass die Linie $A N_1 J$ nahe eine Elypse ist, deren Mittelpunkt in C liegt, und von welcher die eine vertikale Hauptaxe eine Länge $2R$ und die andere horizontale Hauptaxe eine Länge $2R\left(\frac{V}{v} - 1\right)$ hat.

Für die Kurve $E N_2 F$ findet man dagegen, wenn $BB_1 = e$ gesetzt wird

$$\overline{AQ} = R(1 - \cos.\varphi) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

$$\overline{QN_2} = e\frac{V}{v} - R\left(\varphi\frac{V}{v} - \sin.\varphi\right)$$

oder wenn man wiederum $\sin.\varphi$ statt φ setzt:

$$\overline{QN_2} = e\frac{V}{v} - R\sin.\varphi\left(\frac{V}{v} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Aus diesen Gleichungen (17) und (18) ergibt sich durch Vergleichung mit (15) und (16), dass die Linie $A N_1 J$ mit AD vollkommen übereinstimmt, es bildet also AJ die Fortsetzung des ellyptischen Bogens DA.

Für den Punkt J, in welchem sich die Bögen EF und AL durchschneiden, sei $\varphi = \varphi_1$, dann hat man zur Bestimmung dieses Winkels die Gleichung:

$$\overline{QN_1} = \overline{QN_2} \text{ oder}$$

$$R\sin.\varphi_1\left(\frac{V}{v} - 1\right) = e\frac{V}{v} - R\sin.\varphi_1\left(\frac{V}{v} - 1\right)$$

woraus folgt:

$$\sin.\varphi_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot \frac{V}{v}}{R\left(\frac{V}{v} - 1\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

und nun wird, weil annähernd:

$$Aq = R(1 - \cos.\varphi_1) = \frac{1}{2}R \cdot \varphi_1^2$$

$$J\,q = R \sin. \varphi_1 . \left(\frac{V}{v} - 1\right) = R \left(\frac{V}{v} - 1\right) \varphi_1$$

ist:

$$\left.\begin{aligned} A\,q &= \frac{1}{8} \frac{e^2 \left(\frac{V}{v}\right)^2}{R . \left(\frac{V}{v} - 1\right)^2} \\ J\,q &= \frac{1}{2} e . \frac{V}{v} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Annähernd können wir die Linien $A\,N_1\,J$ und $E\,N_2\,J$ für Parabeln annehmen und dann ist:

$$\text{Fläche } E\,N_2\,J\,N_1\,A = \frac{2}{3}\,\overline{A\,q} \times \overline{q\,J} = \frac{1}{24} \frac{e^3 \left(\frac{V}{v}\right)^3}{R . \left(\frac{V}{v} - 1\right)^2}$$

Multiplizirt man diese Fläche mit $b . \frac{v}{e}$, so erhält man die Wassermenge q_1, welche in jeder Sekunde zwischen den Schaufeln entweicht, ohne eine Wirkung auf dieselben hervorzubringen. Es ist demnach:

$$q_1 = \frac{1}{24} \frac{e^2 b}{R} . \left(\frac{\frac{V}{v}}{\frac{V}{v} - 1}\right)^2 V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Diese Gleichung drückt aber den Wasserlust nur dann richtig aus, wenn der Punkt J nicht oberhalb $x\,y$ fällt, d. h. nur dann, wenn $\overline{A\,q} \leqq t$, wobei t die Tiefe des zufliessenden Wassers bedeutet.

Die Gleichung (21) gilt daher nur, wenn:

$$\frac{1}{8\,R} \left(\frac{e \frac{V}{v}}{\frac{V}{v} - 1}\right)^2 \leqq t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Liegt der Punkt J oberhalb $x\,y$, so ist dieser Verlust nach der Fläche $E\,F\,L\,A$ (Fig. 23) zu bestimmen. Nun ist:

$$A\,K = t, \quad K\,L = S\,F = R \left(\frac{V}{v} - 1\right) \sqrt{\frac{2\,t}{R}}$$

und man findet, wenn man wiederum $A\,K\,L$ und $E\,S\,F$ als Parabelflächen berechnet:

$$\text{Fläche } EFLA = e\frac{V}{v}t - \frac{4}{3}.\overline{LK}\times\overline{AK} = \left[e\frac{V}{v} - \frac{4}{3}R\left(\frac{V}{v}-1\right)\sqrt{\frac{2t}{R}}\right]t$$

endlich:

$$q_1 = btV - \frac{4}{3}\frac{Rbt}{e}(V-v)\sqrt{\frac{2t}{R}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Wenn im Abzugskanal Boden und Wasserspiegel tiefer liegen, als im Zuflusskanal, fliesst das Wasser, so wie die Schaufel ihre tiefste Stellung A K (Fig. 25) passirt hat, mit grosser Geschwindigkeit in den Abzugskanal herab. Bei einer solchen Anordnung muss man annehmen, dass nur diejenige Wassermenge einen Stoss gegen die Schaufel ausüben kann, welche durch den Rahmen tritt, bis derselbe in seiner tiefsten Stellung angekommen ist. Für diesen Fall ist demnach der Wasserverlust nach dem Theile der Fläche A E F D zu berechnen, welcher vor der Linie A K liegt. Zur Berechnung dieses Flächentheils müssen wir aber den Fall, wenn F linker Hand von K liegt (Fig. 24), von demjenigen unterscheiden, wenn F rechter Hand von K liegt (Fig. 25). Im ersteren Fall handelt es sich um die Berechnung von A K F E (Fig. 24), im letzteren dagegen um die Berechnung von E W A (Fig. 25).

Der Punkt F liegt linker Hand von A K, wenn:

$$t < \frac{1}{2R}\left(\frac{e\frac{V}{v}}{\frac{V}{v}-1}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

und dann ist:

$$\text{Fläche } EAFK = t\left[e\frac{V}{v} - \frac{2}{3}\left(\frac{V}{v}-1\right)\sqrt{2tR}\right]$$

und

$$q_1 = 1Vb - \frac{2}{3}\frac{bt}{e}(V-v)\sqrt{2tR} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Der Punkt F liegt rechter Hand von A K, wenn

$$t > \frac{1}{2R}\left(\frac{e\frac{V}{v}}{\frac{V}{v}-1}\right)^2$$

und dann ist (Fig. 25)

$$\text{Fläche } EWA = \frac{1}{3}\overline{AE}\times\overline{AW} = \frac{1}{6}\frac{e^3}{R}\frac{\left(\frac{V}{v}\right)^3}{\left(\frac{V}{v}-1\right)^2}$$

endlich:

$$q_1 = \frac{1}{6}\frac{bVe^2}{R}\cdot\left(\frac{\frac{V}{v}}{\frac{V}{v}-1}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Der Punkt F fällt mit K zusammen, wenn:

$$t = \frac{1}{2R}\left(\frac{e\frac{V}{v}}{\frac{V}{v}-1}\right)^2$$

und dann kann man zur Berechnung von q_1 sowohl (25) als (26) anwenden; jede derselben gibt:

$$q_1 = \frac{1}{3} b t V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

also den dritten Theil der in 1 Secunde zufliessenden Wassermenge.

Die Wassermenge, welche in jeder Secunde zwischen den Schaufeln entweicht, ohne auf das Rad zu wirken, wird nun auf folgende Art bestimmt:

1. Wenn der Boden des Zuflusskanals und der Boden des Abflusskanals in einer geraden Linie liegen, berechne man zuerst den Werth von

$$\frac{e^2}{8R}\left(\frac{\frac{V}{v}}{\frac{V}{v}-1}\right)^2$$

und dann findet man:

$$\left.\begin{array}{lll} q_1 = \frac{1}{24}\frac{e^2 b}{R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 V & \text{wenn } \frac{e^2}{8R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 & < t \\ q_1 = b t V - \frac{4}{3}\frac{b t}{e}(V-v)\sqrt{2Rt} & \quad " & > t \\ q_1 = \frac{1}{3} b V t & \quad " \quad\quad " & = t \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

2. Wenn im Abflusskanal Boden und Wasserspiegel tiefer liegen, als im Zuflusskanal unmittelbar vor dem Rade, berechne man zuerst den Werth von

$$\frac{e^2}{2R}\left(\frac{\frac{V}{v}}{\frac{V}{v}-1}\right)^2$$

dann findet man:

$$\left.\begin{array}{lll} q_1 = b t V - \frac{2}{3}\frac{b t}{e}(V-v)\sqrt{2tR} & \text{wenn } \frac{e^2}{2R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 & > t \\ q_1 = \frac{1}{6}\frac{b e^2}{R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 V & \quad " \quad\quad " & < t \\ q_1 = \frac{1}{3} b t V & \quad " \quad\quad " & = t \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Vergleicht man die 3 Werthe von q_1 der Gleichungen (28), so überzeugt man sich leicht, dass der erste kleiner und dass der zweite grösser ist, als der dritte, vorausgesetzt, dass in allen drei Fällen v, b und t übereinstimmen. Bei der Anordnung mit einem durchaus geradlinigen Gerinne ist also der Wasserverlust in dem ersten der drei Fälle (28) ein Minimum. Setzen wir für diesen günstigsten Fall

$$\frac{e^2}{8\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 = k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

so ist

$$k < t$$

und die erste der Gleichungen (28) gibt:

$$q_1 = \frac{1}{3}\,b\,V\,k = \frac{1}{3}\,\frac{k}{t} \times b\,V\,t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

Diese Wassermenge ist also kleiner als $\frac{1}{3}\,b\,V\,t$, d. h. kleiner, als ein Drittheil der in 1 Secunde dem Rade zufliessenden Wassermenge, und aus dem Werth von k ersieht man, dass ein unterschlächtiges Rad eine enge Schauflung und einen grossen Halbmesser haben soll, damit nicht zu viel Wasser zwischen den Schaufeln durchgeht, ohne gegen dieselben zu stossen. Ferner sieht man aus dieser Gleichung noch, dass in dieser Hinsicht ein langsamer Gang des Rades vortheilhaft ist.

Für ein unterschlächtiges Rad von gewöhnlicher Ausführung kann man nehmen:

$$e = 0{\cdot}5^m$$
$$R = 2$$
$$v = 0{\cdot}5\,V$$
$$t = 0{\cdot}12$$

dann finden wir: $k = \frac{1}{16}$ mithin $< t$ und der Wasserverlust wird:

$$q_1 = \frac{1}{3}\,b\,V\,t \times \frac{k}{t} = 0{\cdot}18\,b\,V\,t$$

demnach 18 Prozent von der zufliessenden Wassermenge. Wenn das gleiche Rad schneller geht, wenn z. B. $v = 0{\cdot}6\,V$ ist, findet man:

$$k = 0{\cdot}098 < t$$

und

$$q_1 = 0{\cdot}27\,b\,V\,t$$

Der Verlust beträgt also nun schon 27 Prozent.

Vergleicht man die drei Werthe von q_1 der Gleichungen (29), so überzeugt man sich wiederum leicht, dass der erste grösser und der zweite kleiner ist als der dritte.

Bei der Anordnung mit dem tiefer liegenden Abflusskanal ist demnach der Wasserverlust in dem zweiten der drei Fälle (29) am kleinsten. Setzen wir für diesen günstigsten Fall:

$$\frac{e^2}{2R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 = k_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (32)$$

so ist

$$k_1 < t$$

und die zweite der Gleichungen (29) wird:

$$q_1 = \frac{1}{3} b V k_1 = \frac{1}{3} \frac{k_1}{t} \times b V t \quad \ldots \ldots \ldots \quad (33)$$

Diejenigen Werthe von e, R, V, v, t, welche der Bedingung $k_1 < t$ entsprechen, genügen um so viel mehr der Bedingung $k < t$, und können daher sowohl auf die Gleichungen (30) und (31), als auch auf (32) und (33) angewendet werden. Dann ist aber $4k = k_1$ und der Werth von q_1, welcher sich aus (31) ergibt, viermal kleiner, als jener, welchen (33) bestimmt, d. h. wenn $k_1 < t$ ist, fällt der Wasserverlust bei der Anordnung mit dem tiefer liegenden Abflusskanale viermal grösser aus, als bei jener mit dem ununterbrochen fortlaufenden Gerinne. Noch vortheilhafter erscheint die letztere Anordnung gegen die erstere, wenn zwar $k < t$, dagegen $k_1 > t$ ist.

Wenn ein unterschlächtiges Rad neu angeordnet werden soll, wird man daher ein ununterbrochenes Gerinne wählen, und die Anzahl der Schaufeln so zu bestimmen suchen, dass die nutzlos entweichende Wassermenge nur gewisse Prozente von der zufliessenden Wassermenge beträgt.

Bezeichnet man diese Prozente mit p, so ist wegen (31)

$$p = \frac{q_1}{V b t} = \frac{1}{3} \frac{k}{t}$$

demnach: $k = 3pt$ und wegen (30)

$$3pt = \frac{e^2}{8R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

Hieraus folgt:

$$e = 2 \cdot \frac{V-v}{V} \sqrt{6ptR} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (34)$$

Bezeichnet man die dieser Theilung entsprechende Anzahl der Schaufeln mit i, so findet man:

$$i = \pi \frac{V}{V-v} \sqrt{\frac{R}{6pt}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Wenn wir z. B. verlangen, dass der Wasserverlust nur 10 Prozent betragen soll, so ist zu setzen $p = 0{\cdot}1$. Ist überdies: $v = 0{\cdot}5\, V$, $R = 2$, $t = 0{\cdot}12$, so wird nach (35)

$$i = 33.$$

Die besseren unterschlächtigen Räder von ungefähr 2^m Halbmesser haben 30 bis 36 Schaufeln, was mit unserem Rechnungsresultat übereinstimmt.

Wenn das Gerinne so angeordnet wird, dass es durch einen Bogen von der Länge

$$e \frac{V}{V-v}$$

an den Umfangskreis des Rades anschliesst, kann kein Wassertheilchen zwischen den Schaufeln in den Abflusskanal entweichen, ohne auf das Rad zu wirken.

Hievon überzeugt man sich auf folgende Art. Denken wir uns das Gerinn X A Y, (Fig. 22) von A an nach dem Umfang des Rades bogenförmig fortgesetzt, und die Schaufeln des Rades durch Rahmen ersetzt. Nehmen wir an, dass die Wassermasse A D F E mit unveränderlicher Geschwindigkeit V an den Bogen A N hinaufgleitet, während die untere Kante des Rahmens mit einer Geschwindigkeit v von A gegen N fortrückt, so wird nach einer gewissen Zeit das letzte Theilchen E der Wassermasse E F A D mit der unteren Kante des Rahmens zusammentreffen, und in diesem Augenblick ist die ganze Wassermasse durch den Rahmen getreten. Wenn also das Gerinne nach dem Umfangskreis des Rades gekrümmt, und bis an jenen Punkt fortgesetzt wird, in welchem sich der Rahmen befindet, wenn er von dem Theilchen E erreicht worden ist, so ist klar, dass alle Wassertheilchen vollständig gegen die Schaufeln stossen müssen.

Ist nun z. B. N der Punkt, in welchem der Rahmen von dem Theilchen E erreicht wird, und setzen wir $AN = x$, so hat man zur Bestimmung dieser Grösse offenbar folgende Gleichung:

$$\frac{x}{v} = \frac{AE + x}{V} = \frac{e \frac{V}{v} + x}{V}$$

und hieraus folgt:

$$x = 2e \cdot \frac{V}{V-v}$$

Es ist hiermit die Richtigkeit der oben ausgesprochenen Behauptung erwiesen.

Für die vortheilhaftere Geschwindigkeit der Räder ist v nahe $= 0.5\,V$, und dann wird:

$$x = 2e$$

Bei einem unterschlächtigen Rad muss man also das Gerinne auf eine Länge von zwei Schaufeltheilungen an den Umfangskreis des Rades anschliessend anordnen, damit kein Wasser zwischen den Schaufeln entweichen kann. Wenn man diese Regel beachtet, kann man auch mit einer geringeren Anzahl von Schaufeln und mit einem kleineren Rade eine ebenso gute Wirkung hervorbringen, wie mit einer grösseren Anzahl und einem grössen Rade, was für die Praxis von Werth ist.

Wassermenge, welche unter dem Rade durch den Spielraum der Schaufel am Gerinne entweicht.

Die Schaufeln des Rades können nie vollkommen in das Gerinne eingepasst werden, indem sie sonst bei der geringsten Formveränderung des Rades an den Boden oder an die Wände des Gerinnes anstossen würden. Um die Wassermenge zu bestimmen, welche durch den Spielraum der Schaufel am Gerinne entweicht, muss die besondere Anordnung des Gerinnes mit in Betrachtung gezogen werden. Vergleicht man die Anordnungen Fig. 26, 27, 28, 29, so wird man finden, dass bei den zwei letzeren der Wasserverlust nur von sehr geringer Bedeutung sein kann, indem keines von den zufliessenden Wassertheilchen direkt in die Spalte unter dem Rade gelangt. Bei 28 und 29 dürfen wir daher den Wasserverlust als eine in praktischer Hinsicht nicht beachtenswerthe Grösse ansehen. Bei den Ordnungen 26 und 27 dagegen fliesst das Wasser der untern Schichte direkt gegen die Spalte hin, es muss daher eine merkliche Quantität entweichen, welche wir nun wenigstens annähernd berechnen wollen.

Die Höhe der Spalte, durch welche das Wasser entweicht, ändert sich mit der Stellung der in der Nähe des tiefsten Punktes des Rades befindlichen Schaufeln.

Bezeichnen wir durch ε die Entfernung des tiefsten Punkts des Radumfanges von dem Boden des Zuflusskanals, so beträgt die Höhe der Spalte, wenn eine Schaufel wie bei 27 in der tiefsten Stelle angekommen ist, ε. Diese Höhe ist dagegen, wie man leicht findet $\varepsilon + \frac{e^2}{8R}$ wenn eine Schaufel nur die Hälfte einer Theilung von ihrer tiefsten Stellung abweicht. Die mittlere Höhe der Spalte können wir daher setzen

$$\frac{1}{2}\left(\varepsilon + \varepsilon + \frac{e^2}{8R}\right) = \varepsilon + \frac{e^2}{16R}$$

Wenn wir die Wassermenge nicht in Anschlag bringen, welche an den radialen Kanten der Schaufeln entweicht, so ist der Querschnitt, durch welchen bei 26 und bei 27 das Wasser entweicht, gleich

$$b\left(\varepsilon + \frac{e^2}{16R}\right)$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser durch diese Oeffnung tritt, ist bei der Anordnung 26 nahe

$$\sqrt{V^2 - 2g \cdot \left(\frac{V}{v} t\right)}$$

indem die Tiefe des Wassers unmittelbar hinter dem Rade: $\frac{V}{v} t$ beträgt, und bei der Anordnung 27 nahe gleich V.

Bezeichnen wir die in einer Sekunde unter dem Rade entweichende Wassermenge mit q_2, so ist

$$\left.\begin{array}{l} \text{für die Anordnung 26: } q_2 = b\,V\,t\left(\frac{\varepsilon}{t} + \frac{e^2}{16\,R\,t}\right)\sqrt{1 - \frac{2\,g\,t}{v\,V}} \\ \text{für die Anordnung 27: } q_2 = b\,V\,t\left(\frac{\varepsilon}{t} + \frac{e^2}{16\,R\,t}\right) \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (36)$$

und man sieht hieraus, dass eine enge Spalte, ein tiefer Wasserstand vor dem Rade, ein grosser Halbmesser und eine enge Theilung die zu erfüllenden Bedingungen sind, damit der betrachtete Wasserverlust möglichst klein ausfällt. Die beiden ersteren dieser Bedingungen sind vorzugsweise wichtig, denn wenn die Schauflung nicht gar zu weit, und der Halbmesser nicht gar klein ist, hat das zweite Glied in der Klammer immer einen verschwindend kleinen Werth im Vergleich mit dem ersten Gliede.

Für ein neu zu erbauendes Rad wird man übrigens die eine oder die andere von den Anordnungen 28 und 29 wählen; indem bei diesen, wie schon bemerkt wurde, der Wasserverlust unter dem Rade fast ganz vermieden werden kann.

BERECHNUNG DES EFFEKTVERLUSTES, WELCHER DURCH DAS ENTWEICHEN DES WASSERS BEI MITTEL- UND RÜCKSCHLÄCHTIGEN RÄDERN ENTSTEHT.

Diese Räder sind mit einem Mantel umgeben, welcher bestimmt ist, das Wasser in den Zellen zurückzuhalten, so dass es erst ganz unten aus dem Rade herausfallen kann. Da es nicht möglich ist, die Schaufeln so ganz genau in den Mantel einzupassen, so sind an ihren äussern Kanten jederzeit Spalten vorhanden, durch welche Wasser von einer Zelle in die andere entweicht, wodurch ein Effektverlust entsteht, welchen wir nun berechnen wollen. Es seien (Fig. 30) $A\,C$, $A_1\,C_1$ zwei auf einander folgende mit Wasser gefüllte Zellen eines Rades, y die Tiefe der Schaufelkante A unter der Oberfläche des Wassers $m\,n$. z der Vertikalabstand der Wasserspiegel $m\,n$ und $m_1\,n_1$. b die Breite des Rades. ε die Weite der Spalte zwischen der Schaufelkante und der Mantelfläche. Die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser bei A entweicht ist $\sqrt{2\,g\,y}$ und die in einem kleinen Zeittheilchen t entweichende Menge $b\,\varepsilon\sqrt{2\,g\,y}\times t$, und da für die Wirkung derselben auf das Rad das Gefälle z verloren geht, so ist der hieraus entstehende Verlust

$$1000\,\varepsilon\,b\,z\sqrt{2\,g\,y}\,.\,t$$

Auf ähnliche Weise kann man die Wirkungsverluste ausdrücken, welche durch das Entweichen des Wassers an den übrigen Kanten entstehen. Die totale Wirkung, welche im Zeittheilchen t verloren geht, ist daher

$$1000\,\varepsilon\,b\,\Sigma z\,\sqrt{2gy} \times t$$

wobei Σ das bekannte Summenzeichen ist.

Während die Schaufeln um eine Theilung fortrücken, ändern sich die sämmtlichen y und z theils durch die Aenderungen in den Stellungen der Schaufeln, theils desshalb, weil die in den Zellen enthaltenen Wasserquantitäten veränderlich sind, indem die durch die einzelnen Spalten entweichenden Wassermengen nicht gleich gross sind; allein diese Veränderungen der Werthe von y und z sind so unbedeutend, dass kein merklicher Fehler entsteht, wenn man sie ganz vernachlässigt; wir dürfen daher annehmen, dass in allen gleich grossen Zeittheilen gleich grosse Wirkungsverluste entstehen, der Effektverlust wird demnach:

$$1000\,b\,\varepsilon\,\Sigma z\,\sqrt{2gy}$$

Wenn es sich um die numerische Berechnung dieses Ausdruckes für ein Rad von gegebenen Abmessungen handelt, ist es am einfachsten, wenn man die Werthe von y, z, welche jeder einzelnen Schaufelkante entsprechen, an welcher Wasser entweicht, durch Construktion bestimmt, indem man in der Durchschnittszeichnung des Rades den Wasserstand in den einzelnen Zellen einträgt, wodurch sich dann die verschiedenen Werthe von y und z ergeben. Die Wasserlinien $m\,n$, $m_1\,n_1$ müssen so gezogen werden, dass die Flächenräume

$$m\,n\,A\,C = m_1\,n_1\,A_1\,C_1 = \ldots\ldots = \frac{Q\,e}{b\,v}$$

werden.

Wenn man aber kennen lernen will, wie der Werth von $\Sigma z\,\sqrt{2gy}$ von den Dimension des Rades abhängt, so muss man diese Grösse durch die Dimensionen des Rades ausdrücken, was nun geschehen soll.

Wir werden keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir diese Berechnung unter der Voraussetzung machen, dass die in einer Zelle enthaltene Wassermenge unveränderlich bleibt, denn die aus den einzelnen Zellen entweichenden Quantitäten sind sehr klein, und nahe einander gleich, die Wassermenge, welche eine Zelle enthält, kann sich demnach nicht merklich ändern.

Unter dieser Voraussetzung ist die in einer jeden Zelle fortwährend enthaltene Wassermenge $= .\,Q\,\frac{e}{v}$.

Wenn man von dem, bei mässiger Umfangsgeschwindigkeit eines Rades unbedeutenden Einfluss der Centrifugalkraft auf das Wasser, so wie auch von den Schwankungen desselben in der Zelle abstrahirt, sind die Wasserspiegel $m\,n$ als horizontal anzunehmen. Unter dieser Voraussetzung findet man für den Querschnitt $m\,n\,A\,B\,C$, Fig. 31, des in der Zelle enthaltenen Wasserkörpers, wenn die verlängerte Bodenlinie $B\,C$ durch den Mittelpunkt O des Rades geht, und mit der Vertikallinie $O\,Z$ im Winkel $\widehat{B\,O\,Z} = \Delta$ bildet, folgenden Ausdruck:

$$c\cos.\beta\left[a - \frac{1}{2}\,c\sin.\beta\right] - \frac{1}{2}\,a^2\,\mathrm{cotg.}\,\Delta + \frac{a}{\sin.\Delta}\,.\,y$$

welcher mit b multiplizirt die in einer Zelle enthaltene Wassermenge $Q\frac{e}{v}$ gibt; man hat daher:

$$b\,c\cos.\beta\left[a-\frac{1}{2}c\sin.\beta\right]-\frac{1}{2}a^2 b\operatorname{cotg}.\varDelta+\frac{a\,b}{\sin.\varDelta}y=\frac{Q\,e}{v}$$

und daraus folgt:

$$y=\frac{1}{2}a\cos.\varDelta+e\left[\frac{Q}{a\,b\,v}-\frac{c\cos.\beta}{e}\left(1-\frac{c}{2\,a}\sin.\beta\right)\right]\sin.\varDelta \quad .\ .\ .\ .\ .\ (37)$$

Für den Vertikalabstand $O\,q$ des Mittelpunktes O des Rades von dem Wasserspiegel $m\,n$ findet man:

$$O\,q=\left(R-\frac{1}{2}a\right)\cos.\varDelta-e\left(\frac{Q}{a\,b\,v}+\frac{c^2}{2\,a\,e}\sin.\beta\cos.\beta\right)\sin.\varDelta$$

Da der Centriwinkel, welcher einer Theilung entspricht, sehr klein und in Theilen des Halbmessers ausgedrückt $=\frac{e}{R}$ ist, so kann man sich erlauben

$$z=-\frac{d\,(O\,q)}{d\,\varDelta}\,\frac{e}{R}$$

zu setzen; und dann findet man

$$z=\frac{e}{R}\left(R-\frac{1}{2}a\right)\sin.\varDelta+\frac{e^2}{R}\left(\frac{Q}{a\,b\,v}+\frac{c^2}{2\,a\,e}\sin.\beta\cos.\beta\right)\cos.\varDelta \quad .\ .\ .\ .\ (38)$$

Setzt man der Kürze halber:

$$\left.\begin{aligned}
A &= \frac{1}{2}a\\
B &= e\left[\frac{Q}{a\,b\,v}-\frac{c\cos.\beta}{e}\left(1-\frac{c}{2\,a}\sin.\beta\right)\right]\\
A_1 &= \frac{e}{R}\left(R-\frac{1}{2}a\right)\\
B_1 &= \frac{e^2}{R}\left(\frac{Q}{a\,b\,v}+\frac{c^2}{2\,a\,e}\sin.\beta\cos.\beta\right)
\end{aligned}\right\} \quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (39)$$

so erhält man für y und z folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned}
y &= A\cos.\varDelta+B\sin.\varDelta\\
z &= A_1\sin.\varDelta+B_1\cos.\varDelta
\end{aligned}\right\} \quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (40)$$

Bei der Berechnung des in Rede stehenden Effektverlustes müssen die Kübelräder von den Schaufelrädern unterschieden werden, weil bei ersteren das Entweichen immer

erst unterhalb des Punktes, bei den letzteren dagegen in dem Punkte selbst beginnt, in welchem das Wasser in das Rad eintritt.

Für Kübelräder beginnt das Entweichen, wenn eine Zelle in diejenige Stellung $A_0 B_0 C_0$ gekommen ist, für welche $y = o$ ist.

Bezeichnen wir den dieser Stellung entsprechenden Werth von Δ mit Δ_0, so hat man zur Bestimmung dieses Winkels die Beziehung:

$$A \cos. \Delta_0 + B \sin. \Delta_0 = o$$

demnach:

$$\text{cotg.}\, \Delta_0 = -\frac{B}{A} = -2\frac{e}{a}\left[\frac{Q}{a\,b\,v} - \frac{c \cos. \beta}{e}\left(1 - \frac{c}{2\,a}\sin. \beta\right)\right] \quad . \; . \; . \quad (41)$$

Die Werthe von y und z, welche die Gleichungen (40) angeben, gelten nur von diesem Winkel Δ_0 an bis zu demjenigen Werth von Δ, bei welchem die Schaufelkante in das Wasser der vorangehenden Zelle einzutauchen beginnt, was dann der Fall ist, wenn $y = z$ geworden ist. Nennen wir diesen speziellen Werth von Δ, Δ_1 so haben wir zur Bestimmung desselben die Gleichung:

$$A \cos. \Delta_1 + B \sin. \Delta_1 = A_1 \sin. \Delta_1 + B_1 \cos. \Delta_1$$

oder:

$$\text{cotg.}\, \Delta_1 = \frac{A_1 - B}{A - B_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (42)$$

Während die Zelle aus der Stellung, welche dem Winkel Δ_1 entspricht, bis in die tiefste Stellung, für welche $\Delta = o$ ist, herabrückt, ist $y = z$, und wir dürfen annäherungsweise für diesen Zeitraum:

$$y = z = A_1 \sin. \Delta + B_1 \cos. \Delta$$

setzen. Genau ist diese Gleichung desshalb nicht, weil sie unter der Voraussetzung abgeleitet wurde, dass sich die Schaufel $B\,C$ über dem Wasser der ihr vorausgehenden Zelle befindet, und dass der Punkt n am Radboden liegt.

Wollte man den Werth von z für die Bewegung durch den Winkel Δ_1 ganz genau bestimmen, so würde dies wegen der polygonalen Gestalt des Querschnitts der Zelle zu sehr grossen Weitläufigkeiten führen.

Aus der letzten der Gleichungen (39) ersieht man, das der Werth von B_1 sehr klein ist im Vergleich mit A, B, A_1, so dass man gewiss keinen merklichen Fehler begehen wird, wenn man $B_1 = o$ nimmt. Ferner zeigt die dritte der Gleichungen (39), dass $A_1 = e$ gesetzt werden darf, indem $\frac{1}{2}a$ gegen R jederzeit eine sehr kleine Grösse ist. Setzen wir also $B_1 = o$ und $A_1 = e$, so erhalten wir in dem Falle, wenn der Eintrittspunkt des Wassers oberhalb des Punktes liegt, in welchem das Entweichen beginnt, zur Berechnung des in Frage stehenden Effektverlustes folgende Gleichungen:

von $\Delta = \Delta_0$ bis zu $\Delta = \Delta_1$

$$\left.\begin{aligned}
y &= A\left(\cos.\Delta + \frac{B}{A}\sin.\Delta\right) = \frac{1}{2}\,a\left(\cos.\Delta - \operatorname{cotg}.\Delta_0 \sin.\Delta\right) = \frac{1}{2}\,a\,\frac{\sin.(\Delta_0 - \Delta)}{\sin.\Delta_0}\\
z &= e\sin.\Delta\\
\operatorname{cotg}.\Delta_0 &= -2\,\frac{e}{a}\left[\frac{Q}{a\,b\,v} - \frac{c\cos.\beta}{e}\left(1 - \frac{c}{2a}\sin.\beta\right)\right]\\
\operatorname{cotg}.\Delta_1 &= 2\,\frac{e}{a} + \operatorname{cotg}.\Delta_0\\
&\text{ferner von } \Delta = \Delta_1 \text{ bis } \Delta = o\\
y &= z = e\sin.\Delta
\end{aligned}\right\} \quad (43)$$

Wenn, wie es bei den Schaufelrädern immer, und bei stark gefüllten Kübelrädern manchmal der Fall ist, der Wasserspiegel einer Zelle gleich nach beendigter Füllung eben so hoch oder höher steht, als die äussere Zellenkante, so beginnt das Entweichen unmittelbar nach dem Eintritt.

Die so eben aufgestellten Gleichungen gelten auch für diesen Fall, allein das Entweichen darf nicht von $\Delta = \Delta_0$ an, sondern von $\Delta = \gamma$, Seite 34, an gerechnet werden, und der Winkel Δ_0 ist hier nur eine ideale Hilfsgrösse, welche die Stelle bestimmt, in welcher das Entweichen beginnen würde, wenn das Wasser im Scheitel des Rades eintreten würde.

Nach diesen Vorbereitungen können wir nun zur Berechnung des durch das Entweichen entstehenden Effektverlustes übergehen.

Die unendlich kleine Wirkung, welche während eines Zeitelements $d\,t$ durch das Entweichen von Wasser aus einer Zelle verloren geht, ist:

wenn $\Delta > \Delta_1$

$$1000\,\varepsilon\,b\,z\sqrt{2\,g\,y}\,d\,t = 1000\,\varepsilon\,b\,e\sin.\Delta\sqrt{2\,g\,\frac{1}{2}\,a\,\frac{\sin.(\Delta_0 - \Delta)}{\sin.\Delta_0}}\,d\,t$$

und wenn $\Delta < \Delta_1$

$$1000\,\varepsilon\,b\,z\sqrt{2\,g\,y}\,d\,t = 1000\,\varepsilon\,b\,e\sin\Delta\sqrt{2\,g\,e\sin.\Delta}\,d\,t$$

oder auch, weil wegen der gleichförmigen Bewegung des Rades $d\,t = \frac{R\,d\,\Delta}{v}$ ist.

$$\text{wenn } \Delta > \Delta_1,\quad 1000\,\varepsilon\,b\,e\sqrt{g\,a}\,\frac{R}{v}\sin.\Delta\sqrt{\frac{\sin.(\Delta_0 - \Delta)}{\sin.\Delta_0}}\,d\,\Delta$$

$$\text{und wenn } \Delta < \Delta_1,\quad 1000\,\varepsilon\,b\,e\sqrt{2\,g\,e}\,\frac{R}{v}\sin.\Delta\sqrt{\sin.\Delta}\,d\,\Delta$$

Liegt der Eintrittspunkt höher, als der Punkt, in welchem das Entweichen beginnt, so findet man den Effektverlust, welcher durch das Entweichen des Wassers aus einer

Zelle entsteht, bis diese die tiefste Stellung erreicht hat, wenn man den ersteren dieser Ausdrücke von $\Delta = \Delta_1$ bis $\Delta = \Delta_0$ und den letzteren von $\Delta = 0$ bis zu $\Delta = \Delta_1$ integrirt und die Summe beider Integrale nimmt. Beginnt dagegen das Entweichen unmittelbar nach dem Eintritt, so muss das erstere dieser Integrale von $\Delta = \Delta_1$ bis $\Delta = \gamma$ genommen werden. Der Verlust, welcher einer Zelle entspricht, ist daher im ersteren Fall:

$$1000\,\varepsilon\,b\,R\,\frac{e}{v}\,\sqrt{2\,g\,e}\times\left[\sqrt{\frac{a}{2\,e}}\int_{\Delta=\Delta_1}^{\Delta=\Delta_0}\sin.\Delta\sqrt{\frac{\sin.(\Delta_0-\Delta)}{\sin.\Delta_0}}\,d\Delta+\int_{\Delta=0}^{\Delta=\Delta_1}(\sin.\Delta)^{\frac{3}{2}}\,d\Delta\right]$$

und im letzteren Falle

$$1000\,\varepsilon\,b\,R\,\frac{e}{v}\,\sqrt{2\,g\,e}\times\left[\sqrt{\frac{a}{2\,e}}\int_{\Delta=\Delta_1}^{\Delta=\gamma}\sin.\Delta\sqrt{\frac{\sin.(\Delta_0-\Delta)}{\sin.\Delta_0}}\,d\Delta+\int_{\Delta=0}^{\Delta=\Delta_1}\sin.\Delta^{\frac{3}{2}}\,d\Delta\right]$$

Multiplicirt man diese Ausdrücke mit $\frac{v}{e}$ so erhält man die Effektverluste $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$, welche in einer Sekunde das Entweichen des Wassers aus sämmtlichen Zellen des Rades verursacht. Diese Effektverluste sind demnach

$$1000\,\varepsilon\,b\,R\,\sqrt{2\,g\,e}\left[\sqrt{\frac{a}{2\,e}}\int_{\Delta=\Delta_1}^{\Delta=\Delta_0}\sin.\Delta\sqrt{\frac{\sin.(\Delta_0-\Delta)}{\sin.\Delta_0}}\,d\Delta+\int_{\Delta=0}^{\Delta=\Delta_1}(\sin.\Delta)^{\frac{3}{2}}\,d\Delta\right]=\mathfrak{V}_1 \quad (44)$$

$$1000\,\varepsilon\,b\,R\,\sqrt{2\,g\,e}\left[\sqrt{\frac{a}{2\,e}}\int_{\Delta=\Delta_1}^{\Delta=\gamma}\sin.\Delta\sqrt{\frac{\sin.(\Delta_0-\Delta)}{\sin.\Delta_0}}\,d\Delta+\int_{\Delta=0}^{\Delta=\Delta_1}(\sin.\Delta)^{\frac{3}{2}}\,d\Delta\right]=\mathfrak{V}_2 \quad (45)$$

Der erstere dieser Ausdrücke gilt vorzugsweise für Zellenräder und der letztere für Schaufelräder. Diese Integrale kann man nicht auf Kreisfunktionen oder Exponenzialgrössen zurückführen, sie können aber, wenn man sich mit Annäherungen begnügt, auf ganz einfache Ausdrücke reduzirt werden. Es ist allgemein:

$$\int_0^z(\sin.x)^{\frac{3}{2}}\,dx=\int_0^z\sin.x\sqrt{\sin.x}\,dx=-\frac{2}{3}\cos.z\sqrt{\sin.z}+\frac{1}{3}\int_0^z\frac{dx}{\sqrt{\sin.x}}$$

Das Integrale $\int_0^z\frac{dx}{\sqrt{\sin.x}}$ lässt sich im Allgemeinen nicht auf Kreisfunktionen, noch auf Exponentialgrössen zurückführen, wir können aber für dasselbe einen Annäherungswerth angeben, weil wir es nur für einen von 0 nicht sehr verschiedenen Werth von z zu kennen brauchen. Ist nämlich z ein kleiner Winkel, so kann man $dx = d(\sin.x)$ setzen, und dann wird:

$$\int_0^z \frac{dx}{\sqrt{\sin. x}} = 2 \sqrt{\sin. z}$$

und

$$\int_0^z (\sin. x)^{\frac{3}{2}} d x = \frac{2}{3} (1 - \cos. z) \sqrt{\sin. z} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (46)$$

Vermittelst dieses Resultats lassen sich die Integrale der Gleichungen (44) und (45) auf folgende Art bestimmen:

Setzen wir für einen Augenblick:

$$\varDelta_0 - \varDelta = \psi$$

so ist:

$$\int_{\varDelta = \varDelta_1}^{\varDelta = \varDelta_0} \sin \varDelta \sqrt{\frac{\sin. (\varDelta_0 - \varDelta)}{\sin. \varDelta_0}} d \varDelta = \frac{1}{\sqrt{\sin. \varDelta_0}} \int_0^{\varDelta_0 - \varDelta_1} \sin. (\varDelta_0 - \psi) \sqrt{\sin. \psi} \, d \psi =$$

$$\frac{1}{\sqrt{\sin. \varDelta_0}} \int_0^{\varDelta_0 - \varDelta_1} (\sin. \varDelta_0 \cos. \psi - \cos. \varDelta_0 \sin. \psi) \sqrt{\sin. \psi} \, d \psi$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sin. \varDelta_0}} \left(\sin. \varDelta_0 \int_0^{\varDelta_0 - \varDelta_1} \cos. \psi \sqrt{\sin. \psi} \, d \psi - \cos. \varDelta_0 \int_0^{\varDelta_0 - \varDelta_1} \sin. \psi \sqrt{\sin. \psi} \, d \psi \right)$$

Das erste Integrale kann leicht berechnet werden, wenn man bedenkt, dass $\cos. \psi \, d \psi = d (\sin. \psi)$ ist, und das zweite Integrale kann, weil $\varDelta_0 - \varDelta_1$ nie sehr gross ist, nach (46) bestimmt werden. Man findet:

$$\int_{\varDelta_1}^{\varDelta_0} \sin. \varDelta \sqrt{\frac{\sin. (\varDelta_0 - \varDelta)}{\sin. \varDelta_0}} d \varDelta = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sin. (\varDelta_0 - \varDelta_1)}{\sin. \varDelta_0}} \left(\cos. \varDelta_1 - \cos. \varDelta_0 \right)$$

Berücksichtiget man diesen Ausdruck und die Gleichung (46), so findet man:

$$\mathfrak{B}_1 = 1000 \, \varepsilon \, b \, \frac{2}{3} \, R \sqrt{2 g e} \left(\sqrt{\frac{a}{2 e}} \sqrt{\frac{\sin. (\varDelta_0 - \varDelta_1)}{\sin. \varDelta_0}} \times [\cos. \varDelta_1 - \cos. \varDelta_0] + (1 - \cos. \varDelta_1) \sqrt{\sin. \varDelta_1} \right)$$

Es ist aber:

$$\sqrt{\frac{\sin. (\varDelta_0 - \varDelta_1)}{\sin. \varDelta_0}} = \sqrt{\sin. \varDelta_1} \sqrt{\frac{\sin. (\varDelta_0 - \varDelta_1)}{\sin. \varDelta_0 \sin. \varDelta_1}} =$$

$$\sqrt{\sin. \varDelta_1} \sqrt{\operatorname{cotg.} \varDelta_1 - \operatorname{cotg.} \varDelta_0} = \sqrt{\sin. \varDelta_1} \sqrt{2 \frac{e}{a}}$$

und dadurch wird:

$$\mathfrak{V}_1 = 1000\ \varepsilon\, b\ \frac{2}{3} R \sqrt{2 g e}\ \sqrt{\sin. \Delta_1}\ (1 - \cos. \Delta_0) \quad \ldots\ldots \quad (47)$$

Auf ähnliche Weise findet man:

$$\mathfrak{V}_2 = 1000\ \varepsilon\, b\ \frac{2}{3} R \sqrt{2 g e}\ \sqrt{\sin. \Delta_1}\ (1 - \cos. \gamma) \quad \ldots\ldots \quad (48)$$

Diese Formeln geben nun schon einige Aufklärung über den Gegenstand, mit welchem wir uns so eben beschäftigen. Sie belehren uns, dass der Effektverlust, welcher bei Mantelrädern durch das Entweichen des Wassers entsteht, proportional ist:

1) Der Quadratwurzel aus der Schaufeltheilung; denn die Gleichungen (43) zeigen, dass der Winkel Δ_1 und Δ_0 zwar von dem Verhältniss $\frac{e}{a}$, aber nicht von einem freien e abhängen; diess Verhältniss hat aber bei allen Rädern fast den gleichen Werth.
2) Der Höhe, durch welche Wasser aus dem Rade entweicht; denn es ist für Kübelräder $R(1 - \cos. \Delta_0)$ und für Schaufelräder $R(1 - \cos. \gamma)$ der Vertikalabstand des Punktes, in welchem das Entweichen anfängt über den tiefsten Punkt des Rades.

Der Einfluss des Zellenbaues und der Füllung auf die Werthe von $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ ist in den Winkelfunktionen $\sqrt{\sin. \Delta_1}\ (1 - \cos. \Delta_0)$ und $\sqrt{\sin \Delta_1}$ enthalten.

Man könnte diese Funktionen vermittelst der Gleichungen (43) berechnen, allein man kommt auf sehr zusammengesetzte Ausdrücke, die wiederum kein anschauliches Resultat liefern. Wenn wir aber die Werthe jener Funktionen für die gewöhnlich bei Zellen vorkommenden Verhältnisse und für verschiedene Füllungen numerisch berechnen, so erreichen wir unser Ziel mit ziemlicher Genauigkeit.

Nehmen wir für Zellenräder an:

$$a = e = c \cos. \beta,\ \ c \sin. \beta = \frac{a}{2},$$

so geben die Gleichungen (43):

$$\text{cotg. } \Delta_0 = 2\left(\frac{3}{4} - \frac{Q}{a\, b\, v}\right)$$

$$\text{cotg. } \Delta_1 = 2\left(\frac{7}{4} - \frac{Q}{a\, b\, v}\right)$$

Nimmt man für $\frac{Q}{a\, b\, v}$ verschiedene Werthe an, berechnet hierauf die entsprechenden Werthe von Δ_0 und Δ_1, so wie auch von $\sqrt{\sin. \Delta_1}\ (1 - \cos. \Delta_0)$, so findet man folgende Resultate:

für	wird			
$\frac{Q}{a\,b\,v}$	$\varDelta_0$	$\varDelta_1$	$\frac{2}{3}\sqrt{\sin.\varDelta_1}\times(1-\cos.\varDelta_0)$	$\frac{2}{3}\sqrt{\sin.\varDelta_1}\times(1-\cos.\varDelta_0)\times\frac{a\,b\,v}{Q}$
0·666	80° + 35′	24° + 46′	0·3608	0·5412
0·500	63° + 27′	21° + 48′	0·2247	0·4494
0·333	50° + 12′	19° + 26′	0·1383	0·4149
0·250	45° + 0′	18° + 26′	0·1098	0·4392
0·200	42° + 0′	17° + 52′	0·0948	0·4740
			Mittel . .	0·4637

Wie man sieht, sind die Zahlen der letzten Columne so wenig veränderlich, dass man sie, wenn kein hoher Grad von Genauigkeit gefordert wird, als constant annehmen kann; wir können also setzen:

$$\frac{2}{3}\sqrt{\sin.\varDelta_1}\,(1-\cos.\varDelta_0)\,\frac{a\,b\,v}{Q}=0{\cdot}464$$

und

$$\frac{2}{3}\sqrt{\sin.\varDelta_1}\,(1-\cos.\varDelta_0)=0{\cdot}464\,\frac{Q}{a\,b\,v}$$

Hierdurch wird der Werth von $\mathfrak{B}_1$ wie folgt:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{B}_1=464\,\varepsilon\,b\,R\,\sqrt{2\,g\,e}\,.\,\frac{Q}{a\,b\,v}=464\,\varepsilon\,R\,\sqrt{2\,g\,e}\,.\,\frac{Q}{a\,v} \\ \text{und} \\ \frac{\mathfrak{B}_1}{1000\,Q\,H}=0{\cdot}464\,.\,\varepsilon\,\frac{R}{H}\,.\,\frac{\sqrt{2\,g\,e}}{a\,v} \end{array}\right\}\quad\ldots\ldots\ (49)$$

Nach dieser Formel können wir also sagen, dass bei Zellenrädern mit Mänteln das Verhältniss zwischen dem Effektverluste, welcher durch das Entweichen des Wassers entsteht und dem absoluten Effekt

1) direct proportional ist der Weite ε der Spalte und der Quadratwurzel aus der Zellentheilung;
2) umgekehrt proportional ist der Tiefe a und der Geschwindigkeit des Rades;
3) unabhängig ist von der Wassermenge, welche auf das Rad wirkt;
4) dem Halbmesser des Rades direct und dem Gefälle umgekehrt proportional ist.

Die numerischen Resultate, welche die Formel (49) liefert, stimmen ganz gut mit denjenigen überein, welche man durch die Methode, Seite 16, erhält, wobei eine graphische Construction angewendet wird.

Nehmen wir beispielsweise an, es sei für ein rückschlächtiges Kübelrad

$$\varepsilon=0{\cdot}02^m,\quad R=3^m,\quad H=4{\cdot}5^m,$$

$$e=0{\cdot}5^m,\quad a=0{\cdot}5^m,\quad v=1{\cdot}5^m,$$

so findet man:

$$\frac{\mathfrak{V}_1}{1000\,Q\,H} = 0{\cdot}026$$

Es gehen demnach nicht ganz 3% von dem absoluten Effekt verloren, die kaum einer Beachtung werth sind.

Wir wollen nun auch den Werth von $\mathfrak{V}_2$, welchen die Gleichung (48) gibt, zu reduciren suchen.

Für Räder mit radial gestellten Schaufeln ist $c = o$, und dann geben die Gleichungen (43)

$$\text{cotg.}\, \Delta_1 = 2\left(1 - \frac{Q}{a\,b\,v}\right)$$

vermittelst dieses Ausdruckes findet man folgende Resultate:

$\frac{Q}{a\,b\,v}$	Δ_1	$\sqrt{\text{sin.}\,\Delta_1}$
0·666	56° + 19′	0·911
0·500	45° + 0′	0·843
0 333	36° + 52′	0·774
0·250	33° + 40′	0·741
0·200	32° + 0′	0·728
	Mittel . .	0·799

Die Werthe der letzten Columne sind so wenig veränderlich, dass wir uns wohl erlauben dürfen, sie als constant anzusehen; nehmen wir den mittleren Werth 0·799, so wird

$$\mathfrak{V}_2 = 533\, b\, \varepsilon\,.\, \sqrt{2\,g\,e}\,.\, R\,(1 - \text{cos.}\,\gamma)$$

und

$$\frac{\mathfrak{V}_2}{1000\,Q\,H} = 0{\cdot}533\,.\,\frac{b}{Q}\,.\,\varepsilon\,\sqrt{2\,g\,e}\,.\,\frac{R\,(1 - \text{cos.}\,\gamma)}{H}$$

Genauer werden die Zahlen der letzten Columne durch folgende Formel dargestellt:

$$\sqrt{\text{sin.}\,\Delta_1} = 0{\cdot}65 + 0{\cdot}39\,\frac{Q}{a\,b\,v}$$

und dann wird

$$\mathfrak{V}_2 = 1000\,\varepsilon\, b\, R\,\sqrt{2\,g\,e}\,(1 - \text{cos.}\,\gamma)\left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (50)$$

und

$$\frac{\mathfrak{V}_2}{1000\,Q\,H} = \varepsilon\,.\,\frac{b}{Q}\,\frac{R\,(1 - \text{cos.}\,\gamma)}{H}\left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right)\sqrt{2\,g\,e}$$

oder endlich weil annähernd

$$R\,(1 - \text{cos.}\,\gamma) = H - \frac{V^2}{2\,g} \quad \text{ist:}$$

$$\frac{\mathfrak{V}_2}{1000\,Q\,H} = \varepsilon\,\frac{b}{Q}\,\frac{H - \frac{V_2}{2\,g}}{H}\left(0\,43 + 0\,26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right)\sqrt{2\,g\,e} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (51)$$

BERECHNUNG DES EFFEKTVERLUSTES, WELCHER BEI OBERSCHLÄCHTIGEN RÄDERN, DIE KEINEN MANTEL HABEN, DADURCH ENTSTEHT, DASS DAS WASSER AUS DEN ZELLEN HERAUSFÄLLT, BEVOR SIE DIE TIEFSTE STELLUNG ERREICHT HABEN.

Diese Berechnung kann wiederum mit Hülfe einer Construktion, oder auf rein analytischem Wege geschehen. Wenn es sich um den numerischen Werth des Effektverlustes für ein Rad von gegebenen Abmessungen handelt, führt das erstere Verfahren am schnellsten und einfachsten zum Ziele; wenn man aber den Einfluss der Dimensionen des Rades auf den Effektverlust kennen lernen will, muss das letztere, das analytische Verfahren angewendet werden. Wir werden nun die Berechnung nach beiden Methoden und mit Rücksicht auf die Centrifugalkraft, welche das Entleeren der Zellen beschleuniget, vornehmen, wozu erforderlich ist, dass wir zunächst die Form der Oberfläche des Wassers in einer Zelle bestimmen.

Durch die Centrifugalkraft wird jedes in den Zellen befindliche Wassertheilchen nach radialer Richtung getrieben, was zur Folge hat, dass die Oberfläche des Wassers in den Zellen, abgesehen von den Schwankungen, nicht horizontal bleiben kann, sondern eine concave cylindrische Fläche bilden muss. Um die Gestalt dieser Fläche zu bestimmen, können wir annäherungsweise annehmen, dass jedes Wassertheilchen an der Oberfläche unter der Einwirkung seines eigenen Gewichtes und jener Centrifugalkraft im Gleichgewichte sei, dass mithin die Resultirende dieser beiden Kräfte eine auf die Wasserfläche normale Richtung habe.

Es sei Fig. 32 C der Mittelpunkt des Rades; m B n die Oberfläche des Wassers in einer Zelle $BD = q$ das Gewicht eines im Punkt B befindlichen Theilchens; $BC = x$ die Entfernung desselben vom Mittelpunkt des Rades; $BE = \frac{q}{g} \frac{v^2}{x}$ die Centrifugalkraft, welche nach radialer Richtung C B E auf das Theilchen wirkt, B F die auf m B n in B normal stehende Richtung der Resultirenden aus jenen Kräften. Verlängert man B F bis die durch C gezogene Vertikallinie in A geschnitten wird, so erscheinen die zwei ähnlichen Dreiecke F B D und B A C und es ist

$$AC : BC = BD : DF \text{ oder}$$

$$AC : x = q : \frac{q}{g} \frac{v^2}{x}$$

demnach

$$AC = g \left(\frac{x}{v}\right)^2$$

Nun ist aber für alle Wassertheilchen in allen Zellen x sehr nahe gleich dem Halbmesser R des Rades, es ist daher, wenigstens sehr nahe, für die Oberfläche des Wassers einer jeden Zelle

$$AC = g\left(\frac{R}{v}\right)^2$$

Die Oberflächen des Wassers in den verschiedenen Zellen sind also von der Art, dass sich die Richtungen aller Normallinien sehr nahe in einem Punkt A schneiden, der sich in einer Entfernung $AC = g\left(\frac{R}{v}\right)^2$ oberhalb des Mittelpunktes des Rades befindet; d. h. die Wasserflächen in den einzelnen Zellen sind concentrische Cylinderflächen, und die gemeinschaftliche horizontale Axe befindet sich in einer Höhe $AC = g\left(\frac{R}{v}\right)^2$ oberhalb der Radaxe.

Bezeichnet man mit n die Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Secunde, so ist wie bekannt:

$$n = 9{\cdot}548 \cdot \frac{v}{R}$$

und mit Rücksicht auf diese Beziehung findet man auch:

$$AC = \frac{895}{n^2}$$

Für die grösseren oberschlächtigen Wasserräder ist die Anzahl ihrer Umdrehungen in 1 Minute immer so klein, dass AC ausserordentlich gross ausfällt, so dass man die Oberflächen des Wassers in den Zellen als horizontale Ebenen betrachten darf.

Der Effektverlust, welcher durch das allmählige Entleeren der Zellen entsteht, kann nun mit Hilfe einer Construction auf folgende Weise bestimmt werden.

Zuerst müssen die Punkte a und z (Fig. 33) des Radumfanges ausgemittelt werden, in welchen das Entleeren anfängt und aufhört, was construktiv nicht leicht anders als durch Probiren geschehen kann. Man nimmt nämlich die Punkte a und z versuchsweise an, verzeichnet die Zellen acb, zuv, und beschreibt aus dem Punkte C, der von O um $g\left(\frac{R}{v}\right)^2$ entfernt ist, durch a und z concentrische Kreise.

Berechnet man dann vermittelst der Abmessungen, welche die Zeichnung liefert, den Flächeninhalt der Figur ab und findet man denselben gleich $\frac{Q\,e}{b\,v}$, so ist der Punkt a zufällig richtig gewählt worden. Findet man dagegen, dass ab nicht gleich $\frac{Q\,e}{b\,v}$ ist, so liegt der wahre Punkt a oberhalb oder unterhalb des versuchsweise angenommenen Punktes a, je nachdem $ab <$ oder $>$ als $\frac{Q\,e}{b\,v}$ ist, und man muss die gleiche Operation mit einem zweckmässiger gewählten Punkt wiederholen, und dies so lange fortsetzen, bis man den Punkt erräth, bei welchem $ab = \frac{Q\,e}{b\,v}$ wird.

Ob der Punkt z richtig gewählt wurde, erkennt man daran, dass der aus C als Mittelpunkt durch z gezogene Kreisbogen längs der äussern Schaufellinie fortläuft. Fällt der Kreisbogen in die Zelle hinein, so liegt der wahre Punkt z unterhalb. Fällt er unter die Zelle, so liegt der wahre Punkt oberhalb des angenommenen.

Nachdem so die Punkte a und z ausgemittelt worden sind, theile man den Bogen $a\,z$ in so viele gleiche Theile $a\,a_1$, $a_1\,a_2$, $a_2\,a_3$, dass dieselben nicht grösser als die Schaufeltheilung ausfallen, zeichne zu jedem Theilungspunkt eine Zelle, beschreibe auz c als Mittelpunkt durch $a_1\,a_2\,a_3 \ldots$ concentrische Kreise, und berechne die Flächeninhalte der Figuren $a_1\,b_1$, $a_2\,b_2 \ldots$ und multiplizire sie mit b, so hat man die Wasserquantitäten, welche in einer Zelle enthalten sind, wenn sie sich während ihrer Niederbewegung in den Theilungspunkten $a_1\,a_2 \ldots$ befindet. Es seien $q, q_1, q_2, q_3 \ldots$ diese Wassermenge.

Nun halbire man die Theilungen und messe die Verticalabstände der Halbirungspunkte $\alpha\,\alpha_1\,\alpha_2 \ldots$ von dem unteren Wasserspiegel; sie seien $z\,z_1\,z_2 \ldots$

Während die Zelle aus der Position $a\,b$ in die Position $a_1\,b_1$ gelangt, fällt aus ihr eine Wassermenge $q_1 - q$ heraus, und der dadurch entstehende Verlust an Wirkung ist, wenn die Theilung eng genug gemacht wurde, sehr nahe $= 1000\,(q - q_1)\,z$.

Bei dem Uebergang aus $a_1\,b_1$ in $a_2\,b_2 \ldots$ entstehen die Wirkungsverluste $1000\,(q_1 - q_2)\,z_1$, $1000\,(q_2 - q_3)\,z_2 \ldots$ und die ganze Wirkung, welche durch die allmählige Entleerung einer Zelle verloren geht, ist demnach

$$1000\,[(q - q_1)\,z + (q_1 - q_2)\,z_1 + (q_2 - q_3)\,z_2 + \ldots]$$

oder auch

$$1000\,[q\,z - q_1\,(z - z_1) - q_2\,(z_1 - z_2) - q_3\,(z_2 - z_3) + \ldots]$$

Multiplizirt man diesen Ausdruck mit $\frac{v}{e}$, so erhält man den Effektverlust, welcher durch das allmählige Entleeren sämmtlicher Zellen in 1 Secunde entsteht.

Dieser Effektverlust ist demnach:

$$1000\,\frac{v}{e}\,[(q - q_1)\,z + (q_1 - q_2)\,z_1 + (q_2 - q_3)\,z_2 + \ldots] \quad \ldots\ldots \quad (52)$$

Wir wollen nun diesen Effektverlust auch analytisch berechnen, erlauben uns aber, die Centrifugalkraft zu vernachlässigen, weil die Berücksichtigung derselben zu äusserst zusammengesetzten Resultaten führt, und bei allen besseren Anordnungen von oberschlächtigen Rädern von ganz unbedeutendem Einfluss ist.

Wir betrachten demnach die Wasserflächen in den Zellen als horizontale Ebenen.

Die Entleerung einer Zelle beginnt, wenn sie in die Stellung $A_0\,B_0\,C_0$ (Fig. 34) gekommen ist, in welcher der Wasserspiegel die äussere Kante der Zelle erreicht, und dauert so lange fort, bis die äussere Zellenwand bei $A_2\,B_2$ eine horizontale Lage hat.

Während die Zelle aus der Lage $A_0\,B_0\,C_0$ in die Lage $A_2\,B_2\,C_2$ übergeht, gelangt sie in eine Position $A_1\,B_1\,C_1$, in welcher der Wasserspiegel durch den Eckpunkt C_1 der Zelle geht. Von $A_0\,B_0\,C_0$ bis $A_1\,B_1\,C_1$ schneidet die Wasserfläche den innern Radboden, von $A_1\,B_1\,C_1$ bis $A_2\,B_2\,C_2$ schneidet sie die Bodenfläche $B_1\,C_1$ der Zelle.

Nennen wir Δ_0, β_1, β die Winkel, welche in diesen drei Stellungen die radiale Bodenlinie der Zelle mit dem vertikalen Durchmesser des Rades bildet; Δ den analogen Winkel für irgend eine Stellung zwischen A_0 und A_1 und ψ für irgend eine Stellung zwischen A_1 und A_2, $q_1\,q_2$ die Wassermengen, welche die Zelle in den Stellungen enthält,

welche den Winkeln Δ und ψ entsprechen. Dies vorausgesetzt, findet man durch ganz einfache Betrachtungen an der Figur für q_1 und q_2 folgenden Ausdruck:

$$q_1 = a^2 b \left[\frac{c}{a} \cos \beta \left(1 - \frac{c}{2a} \sin. \beta\right) - \frac{1}{2} \operatorname{cotg.} \Delta\right] \quad \ldots\ldots (53)$$

$$q_2 = \frac{1}{2} b c^2 \cos. \beta (\cos. \beta \operatorname{tang.} \psi - \sin \beta) \quad \ldots\ldots\ldots (54)$$

Nun ist für

$$\Delta = \Delta_0 , \; q_1 = Q \frac{e}{v}$$

demnach:

$$Q \frac{e}{v} = a^2 b \left[\frac{c}{a} \cos. \beta \left(1 - \frac{c}{2a} \sin. \beta\right) - \frac{1}{2} \operatorname{cotg.} \Delta_0\right]$$

woraus folgt:

$$\operatorname{cotg.} \Delta_0 = 2 \frac{c}{a} \cos. \beta \left(1 - \frac{c}{2a} \sin. \beta\right) - 2 \frac{Q}{a b v} . \frac{e}{a} \quad \ldots\ldots (55)$$

Ferner ist, wie die Figur zeigt:

$$\operatorname{tang.} \beta_1 = \frac{a}{c \cos. \beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (56)$$

Hierdurch sind nun die Winkel Δ_0 und β_1 bestimmt, welche man zur Berechnung des in Rede stehenden Effektverlustes kennen muss.

Es sind nun $d q_1$ und $d q_2$ die Wassermengen, welche aus der Zelle fallen, während sie ihre Stellung um $d \Delta$ und $d \psi$ ändert, und $1000 R (1 - \cos. \Delta)$, $1000 R (1 - \cos. \psi)$ sind, vorausgesetzt, dass der untere Wasserspiegel das Rad im tiefsten Punkt berührt, die Höhen, durch welche jene Wassermengen herabfallen ohne auf das Rad zu wirken.

$$R (1 - \cos. \Delta) \, d q \text{ und } R (1 - \cos. \psi) \, d q_1$$

sind folglich die entsprechenden verlorenen Wirkungen, und

$$1000 \int_{\Delta = \beta_1}^{\Delta = \Delta_0} R (1 - \cos. \Delta) \, d q_1 + 1000 \int_{\Delta = \beta}^{\Delta = \beta_1} R (1 - \cos. \psi) \, d q_2$$

ist die Wirkung, welche durch die allmählige Entleerung einer Zelle verloren geht.

Multiplizirt man diesen Ausdruck mit $\frac{v}{e}$, so erhält man den durch das gleichzeitige Entleeren der verschiedenen Zellen des Rades entstehenden Effektverlust; dieser ist demnach:

$$1000 . \frac{v R}{e} \left(\int_{\Delta = \beta_1}^{\Delta = \Delta_0} (1 - \cos. \Delta) \, d q_1 + \int_{\Delta = \beta}^{\Delta = \beta_1} (1 - \cos \psi) \, d q_2 \right)$$

Durch Differenziation der Gleichungen (53), (54) findet man:

$$d q_1 = \frac{1}{2} a^2 b \frac{d \Delta}{\sin.^2 \Delta}$$

$$d q_2 = \frac{1}{2} c^2 b \cos.^2 \beta . \frac{d \psi}{\cos.^2 \psi}$$

und durch Einführung dieser Werthe von $d q_1$ und $d q_2$ in obigen Ausdruck für den Effektverlust wird derselbe:

$$1000 \frac{v R}{e} \frac{1}{2} b a^2 \left(\int_{\Delta = \beta_1}^{\Delta = \Delta_0} \frac{(1 - \cos. \Delta)}{\sin.^2 \Delta} . d \Delta + \frac{c^2}{a^2} \cos.^2 \beta \int_{\Delta = \beta}^{\Delta = \beta_1} \frac{(1 - \cos. \psi)}{\cos.^2 \psi} d \psi \right)$$

Verrichtet man diese Integrationen und dividirt das Resultat durch den absoluten Effekt $1000 Q H$ der Wasserkraft, so findet man für das Verhältniss zwischen dem Effektverlust und dem absoluten Effekt folgenden Ausdruck:

$$\frac{1}{2} \frac{R}{H} \frac{a b v}{Q} \frac{a}{e} \left\{ \begin{array}{l} \text{tang.} \frac{1}{2} \Delta_0 - \text{tang.} \frac{1}{2} \beta_1 + \frac{c^2 \cos.^2 \beta}{a^2} \times \\ \left(\text{tang.} \beta_1 - \text{tang.} \beta - \text{lognat.} \frac{\text{tang.} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta_1}{2} \right)}{\text{tang.} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\beta}{2} \right)} \right) \end{array} \right\} \quad . . \quad (57)$$

in welchem die Werthe von Δ_0 und β_1 durch die Gleichungen (55, 56) bestimmt werden.

Dieser Ausdruck ist nun wiederum so komplizirt, dass man nach seiner Zusammensetzung über den Einfluss der verschiedenen Grössen auf den Effektverlust gar keine anschauliche Vorstellung erhält. Nun ist aber wenigstens bei allen bessern Anordnungen von Wasserrädern der Winkel Δ_0, bei welchem die Entleerung anfängt, nie sehr viel von β_1 verschieden, man kann also die Differenz $\Delta_0 - \beta_1$ als eine kleine Grösse ansehen, und unter dieser Voraussetzung ist es möglich, dem letzten Ausdruck eine Gestalt zu geben, durch welche er, wenn auch nicht in jeder, so doch in mehrerer Hinsicht anschauliche Resultate liefert. Ist nämlich $\Delta_0 - \beta$ eine kleine Grösse, so hat man annähernd:

$$\text{cotg.} \Delta_0 - \text{cotg.} \beta_1 = - \frac{\Delta_0 - \beta_1}{\sin.^2 \beta_1}$$

$$\text{tang.} \frac{1}{2} \Delta_0 - \text{tang.} \frac{1}{2} \beta_1 = \frac{\frac{1}{2} (\Delta_0 - \beta_1)}{\cos.^2 \frac{1}{2} \beta_1}$$

und hieraus folgt durch Elimination von $\Delta_0 - \beta_1$

$$\text{tang.} \frac{1}{2} \Delta_0 - \text{tang.} \frac{1}{2} \beta_1 = 2 \sin.^2 \frac{1}{2} \beta_1 (\text{cotg.} \beta_1 - \text{cotg.} \Delta_0)$$

und mit Berücksichtigung der Gleichungen (55), (56)

$$\text{tang.}\,\frac{1}{2}\,\Delta_0 - \text{tang.}\,\frac{1}{2}\,\beta_1 = 2\,\sin.^2\,\frac{1}{2}\,\beta_1 \times \left[2\,.\,\frac{e}{a}\,.\,\frac{Q}{a\,b\,v} - \frac{c\,\cos.\,\beta}{a}\left(1 - \frac{c}{a}\,\sin.\,\beta\right)\right]$$

Durch die Einführung dieses Werthes in den Ausdruck (57) kann derselbe auf die Form gebracht werden:

$$\frac{2\,R}{H}\left[m - n\left(\frac{a\,b\,v}{Q}\right)\left(\frac{a}{e}\right)\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

wobei m und n zwei Grössen sind, welche nur von dem Winkel β und von dem Verhältniss $\frac{c}{a}$, mithin von der Form einer einzelnen Zelle abhängen; es ergibt sich demnach: dass das Verhältniss zwischen dem Fffektverluste, welcher durch die allmählige Entleerung der Zellen entsteht, und dem absoluten Effekt der Wasserkraft

1) bei allen geometrisch ähnlich konstruirten, und gleich stark gefüllten oberschlächtigen Rädern einerlei Werth hat; denn unter diesen Umständen stimmen die Grössen m, n, $\frac{a\,b\,v}{Q}\,.\,\frac{a}{v}$ für beide Räder überein, und $\left(\frac{2\,R}{H}\right)$ ist überhaupt für alle oberschlächtigen Räder sehr nahe gleich gross und zwar nahe gleich der Einheit;

2) bei einem Rade von bestimmter Construktion in dem Maase abnimmt, als die Zellen schwächer gefüllt sind;

3) von dem Verhältniss zwischen der radialen Dimension a des Zellenringes und der Theilung e abhängt, und mit diesen letzteren gleichzeitig abnimmt.

Für die gewöhnliche Form der Zelle ist: $c\,\cos\beta = a$, $c\,\sin.\,\beta = \frac{a}{2}$, $e = a$.

Berechnet man mit diesen Grössen für verschiedene Füllungen den Ausdruck (57), und sucht dann die so erhaltenen Resultate mit (58) in Uebereinstimmung zu bringen, so findet man, dass $m = 0{\cdot}25$ und $n = 0{\cdot}0352$ genommen werden muss. Für die gewöhnliche Zellenconstruktion ist demnach der in Prozenten des absoluten Effekts ausgedrückte Effektverlust:

$$\frac{2\,R}{H}\left[0{\cdot}250 - 0{\cdot}035\left(\frac{a\,b\,v}{Q}\right).\,\frac{a}{e}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

wenn $\left(\frac{2\,R}{H}\right) = 1$ und $\frac{a}{e} = 1$ genommen wird, findet man:

für $\frac{a\,b\,v}{Q} =$ 1·5 2, 3, 4,

Verluste in % = 0·198, 0·179, 0·144, 0·109.

Bei Rädern mit gewöhnlichem Zellenbau beträgt also der durch das allmählige Entleeren entstehende Effektverlust 10 bis 20 Prozent von dem absoluten Effekt des Motors, 10 Prozent wenn die Füllung $^1/_4$, 20 Prozent wenn sie $^2/_3$ ist.

Dieser Verlust kann durch einen zweckmässigen Zellenbau, durch eine enge Theilung, und durch eine geringe Füllung vermindert, und durch Anwendung eines Mantels grösstentheils beseitiget werden. Bei kleinen, und insbesondere bei schnell gehenden und stark gefüllten Hammerrädern ist gewiss der Mantel das beste Mittel, bei grossen Rädern würde aber ein genau verschliessender Mantel sehr kostspielig ausfallen, für diese Räder muss man daher durch Form, Füllung und Theilung der Zellen dem Uebelstand des zu frühen Entleerens zu begegnen suchen.

BERECHNUNG DES EFFEKTVERLUSTES, WELCHER BEI DEM AUSTRITT DES WASSERS AUS DEN RÄDERN ENTSTEHT.

a. Bei dem unterschlächtigen Rade.

Wenn die Schaufeln des Rades gegen den Radius geneigt sind, wie bei Fig. 38, haben sie bei ihrem Austritt fast eine vertikale Stellung und ihre Geschwindigkeit nach horizontaler Richtung stimmt mit jener des Wassers überein. Der Bewegungszustand des Wassers muss also, ein geradlinig fortlaufendes Gerinne vorausgesetzt, unmittelbar nach dem Austritt genau so sein, wie er vor dem Austritt war, d. h. es haben alle Wassertheilchen, welche auf die Schaufeln einen Stoss ausüben, nach ihrem Austritt aus dem Bereiche des Rades eine horizontale Geschwindigkeit v.

Bezeichnen wir, wie früher Seite 42, durch q_1 die Wassermenge, welche zwischen den Schaufeln mit unveränderter Geschwindigkeit V durchgeht, und durch q_2 die Wassermenge, welche (bei einem geradlinigen Gerinne) durch den Spielraum der Schaufeln im Gerinne entweicht, so ist die lebendige Kraft oder die Wirkungsfähigkeit, welche in dem in 1 Secunde vom Rade wegfliessenden Wasser enthalten ist, bei dieser Anordnung des Rades und Gerinnes:

$$\left.\begin{array}{c} 1000\,(Q - q_1 - q_2)\,\frac{v^2}{2\,g} + 1000\,(q_1 + q_2)\,\frac{V^2}{2\,g} \\ \text{oder} \\ 1000\,Q\,\frac{v^2}{2\,g} + 1000\,(q_1 + q_2)\left(\frac{V^2}{2\,g} - \frac{v^2}{2\,g}\right) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ (60)$$

Anders verhält sich dagegen die Sache, wenn die Schaufeln radial gestellt sind; in diesem Falle heben sie beim Austreten einen Theil des Wassers in die Höhe, wodurch eine für den Effekt nachtheilige Rückwirkung auf das Rad entsteht. Um hier die Wirkungsfähigkeit zu bestimmen, welche in der Wassermenge in dem Moment enthalten ist, wenn sie das Rad verlässt, wollen wir zuerst ein einzelnes Wassertheilchen betrachten, und die Frage zu beantworten suchen, in welcher Höhe und mit welcher Geschwindigkeit dasselbe die untere Kante einer Schaufel verlassen wird.

Es sei:

m die Masse des Theilchens;

r_0 die Entfernung des Theilchens von der Axe des Rades, wenn die radial gestellte Schaufel vertikal steht;

r die Entfernung des Theilchens von der Axe nach Verlauf der Zeit t, die wir von dem Augenblicke an zählen, in welchem die Schaufel vertikal stund;

w die Winkelgeschwindigkeit des Rades;

T die Zeit, in welcher das Theilchen die untere Kante der Schaufel erreicht;

u_a u_r die absolute und relative Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen die Schaufel verlässt.

Dies vorausgesetzt ist die Gleichung für die relative Bewegung des Theilchens auf der in Bewegung befindlichen Schaufel:

$$\frac{d^2 r}{d t^2} = r w^2 + g \cos. w t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (61)$$

Für das allgemeine Integrale dieser Differenzialgleichung findet man (am bequemsten nach der Methode der Variation der Constanten)

$$r = - \frac{g}{2 w^2} \cos. w t + A e^{w t} + B e^{- w t} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (62)$$

wobei A und B die Constanten der Integration und $e = 2{\cdot}718$ die Basis der natürlichen Logarithmen bedeuten.

Berücksichtigt man, dass für

$$t = o, \; r = r_0 \text{ und } \frac{d r}{d t} = o$$

ist, so findet man aus diesem allgemeinen Integrale

$$r = - \frac{g}{2 w^2} \cos. w t + \frac{1}{2} \left(r_0 + \frac{g}{2 w^2} \right) \left(e^{w t} + e^{- w t} \right) \quad \ldots \ldots \quad (63)$$

Da das Theilchen nach sehr kurzer Zeit die untere Kante der Schaufel erreicht, so brauchen wir diese Gleichung nur für sehr kleine Werthe von t zu betrachten, können uns daher erlauben:

$$\cos. w t = 1 - \frac{1}{2} w^2 t^2$$

$$e^{+ w t} = 1 + w t + \frac{1}{2} w^2 t^2$$

$$e^{- w t} = 1 - w t + \frac{1}{2} w^2 t^2$$

zu setzen und dann findet man:

$$r = r_0 + \frac{t^2}{2} (g + r_0 w^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

Für $t = T$ wird $r = R$, demnach findet man:

$$T^2 = \frac{2 (R - r_0)}{g + r_0 w^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

Aus (64) folgt durch Differenziation:

$$\frac{d r}{d t} = t (g + r_0 w^2)$$

Quadrirt man diese Gleichung, eliminirt hierauf t^2 vermittelst (64) und setzt zuletzt $r = R$, so findet man für das Quadrat der relativen Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen die Schaufel verlässt, folgenden Ausdruck:

$$u_r^2 = 2 (R - r_0) (g + r_0 w^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

In dem Augenblicke, in welchem das Theilchen an der unteren Kante der Schaufel angekommen ist, hat es nach der Richtung der Schaufel die Geschwindigkeit u_r und senkrecht gegen die Schaufel die Geschwindigkeit v, für die absolute Geschwindigkeit u_a ist demnach:

$$u_a^2 = u_r^2 + v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (67)$$

Während der Zeit T legt ein Punkt der äusseren Schaufelkante einen Weg $v T$ zurück, der Punkt, in welchem das Theilchen die Schaufel verlässt, befindet sich daher über dem tiefsten Punkt des Rades in einer Höhe, die sehr nahe gleich $\frac{1}{2} \frac{v^2 T^2}{R}$ ist.

Da nun das Theilchen während der betrachteten Bewegung um:

$$\frac{1}{2} v^2 \frac{T^2}{R^2} - (R - r_0)$$

gehoben worden ist und zuletzt eine absolute Geschwindigkeit u_a besitzt, so geht durch dieses Theilchen eine Wirkung

$$2 g m \left(\frac{u_a^2}{2 g} + \frac{1}{2} v^2 \frac{T^2}{R} - (R - r_0)\right)$$

verloren.

Mit Berücksichtigung der Gleichungen (65) (66) (67) und dass $R w = v$ ist, wird dieser Ausdruck

$$m v^2 \left[1 + 2 (R - r_0) \left(\frac{r_0}{R^2} + \frac{g R}{g R^2 + r_0 v^2}\right)\right] \quad \ldots\ldots \quad (68)$$

Denken wir uns nun die zwischen den Schaufeln enthaltenen Wassermassen in ihren Schwerpunkten vereiniget und erlauben wir uns, die Gleichung auf diese concentrirt gedachten Massen anzuwenden. Die wirklich in 1 Secunde zum Stoss gelangende Wassermasse ist: $\frac{100\,(Q - q_1 - q_2)}{2\,g}$, die Tiefe des Wassers in der unteren Schaufel ist: $\frac{Q}{b\,v}$, die Höhe des Schwerpunktes des zwischen den Schaufeln befindlichen Wassers über dem tiefsten Punkt des Rades ist demnach $\frac{1}{2}\,\frac{Q}{b\,v}$. Setzen wir nun die Gleichung (68)

$$m = \frac{1000\,(Q - q_1 - q_2)}{2\,g}$$

$$r_0 = R - \frac{1}{2}\,\frac{Q}{b\,v}$$

so erhalten wir für den Effektverlust, welcher der Wassermenge $Q - q_1 - q_2$ entspricht; und wenn wir noch den Effektverlust:

$$1000\,(q_1 + q_2)\,\frac{V^2}{2\,g}$$

dazu addiren, welcher der nicht zum Stoss kommenden Wassermenge entspricht, so erhalten wir endlich für den totalen Effektverlust, der beim Austritt des Wassers aus dem Rade entsteht, folgenden Ausdruck:

$$1000\,(Q - q_1 - q_2)\,\frac{v^2}{2\,g}\left\{1 + \frac{Q}{b\,v}\left[\frac{R - \frac{1}{2}\,\frac{Q}{b\,v}}{R^2} + \frac{g\,R}{g\,R^2 + \left(R - \frac{1}{2}\,\frac{Q}{b\,v}\right)v^2}\right]\right\} +$$

$$1000\,(q_1 + q_2)\,\frac{V^2}{2\,g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (69)$$

oder weil $\frac{1}{2}\,\frac{Q}{b\,v}$ gegen R und $\left(R - \frac{1}{2}\,\frac{Q}{e\,v}\right)\,v^2$ gegen $g\,R^2$ vernachlässigt werden kann.

$$1000\,(Q - q_1 - q_2)\,\frac{v^2}{2\,g}\left(1 + \frac{Q}{a\,b\,v}\cdot\frac{2\,a}{R}\right) + 1000\,(q_1 + q_2)\,\frac{V^2}{2\,g} \quad . \; . \; . \quad (70)$$

Die Werthe von q_1 und q_2 sind früher, Seite 44 und 49, bestimmt worden.

Wenn das Gerinne so angeordnet ist, dass alles dem Rade zufliessende Wasser die Geschwindigkeit der Schaufel annehmen muss, ist q_1 und q_2 gleich Null zu setzen.

Bisher haben wir angenommen, dass das Wasser hinter dem Rade genau so hoch steht, als in dem Rade selbst. Sollte das Hinterwasser um h höher oder tiefer stehen, als das Wasser im Rade, so müsste der obige Ausdruck (70) noch um $\frac{1}{2}\,1000\,Q\,h$ vermehrt werden.

b. Bei den Mantelrädern.

Bei diesen Rädern tritt das Wasser mit einer Geschwindigkeit, die jener des Rades gleichkommt, aus, und der Spiegel des Unterwassers befindet sich in der Regel in einer gewissen Tiefe h unter der Oberfläche des Wassers in der untersten Zelle, der hieraus entstehende Effektverlust ist:

$$1000\ Q \left(\frac{v^2}{2\ g} + \frac{1}{2}\ h\right) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (71)$$

c. Bei dem oberschlächtigen Rade

tritt das Wasser ebenfalls mit einer Geschwindigkeit v aus, und der tiefste Punkt des Rades befindet sich gewöhnlich in einer gewissen Höhe h über dem Spiegel des Unterwassers, was man das „Freihängen“ nennt. Der hieraus entstehende Effektverlust ist:

$$1000\ Q \left(\frac{v^2}{2\ g} + h\right) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (72)$$

Der Effektverlust durch das allmählige Herausfallen des Wassers ist schon früher berechnet worden.

EFFEKTVERLUST, DEN BEI SCHAUFELRÄDERN DER LUFTWIDERSTAND VERURSACHT.

Es ist zwar vorauszusehen, dass dieser Verlust von keiner Bedeutung sein kann, aber gleichwohl ist es doch wünschenswerth, seinen Werth zu kennen.

Nach den Vesuchen, welche *Piobert*, *Morin* und *Didion* über den Luftwiderstand der Flügelräder angestellt haben, kann derselbe ziemlich genau durch folgende Formel berechnet werden:

$$0{\cdot}100 + (0{\cdot}0068 + 0{\cdot}118\ i\ a\ b)\ v^2\ \text{Kilg.}$$

wobei i, a, b, v die Bedeutung haben, welche das allgemeine Schema der Bezeichnungen angibt. Multiplicirt man diesen Ausdruck mit v, so erhält man den Effektverlust

$$0{\cdot}1\ v + (0{\cdot}0068 + 0{\cdot}118\ i\ a\ b)\ v^3\ \text{Kilg. M.}$$

oder wenn man die beiden ersteren Glieder gegen das letztere vernachlässigt:

$$0{\cdot}118\ i\ a\ b\ v^3\ \text{Kilg. M.} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (73)$$

Die numerischen Rechnungen werden in der Folge zeigen, dass dieser Effektverlust höchstens 1 bis 2 Prozent von dem absoluten Effekt beträgt, daher kaum einer Beachtung werth ist.

EFFEKTVERLUST, WELCHER BEI MANTELRÄDERN DURCH DIE REIBUNG DES WASSERS AN DER MANTELFLÄCHE ENTSTEHT.

Zur Berechnung dieses Verlustes kann man sich der Formel bedienen, welche *Eitelwein* und *Prony* für den Reibungswiderstand des Wassers in offenen Kanälen aufgestellt haben. Nach dieser Formel erhalten wir für den Reibungswiderstand in Killg., welchen das an der Mantelfläche anliegende Wasser verursacht, den Ausdruck:

$$b\,S\,(0{\cdot}0243\,v + 0{\cdot}366\,v^2)$$

wobei S die Summe sämmtlicher Bogenlängen bedeutet, längs welchen das Wasser mit der Mantelfläche in Berührung steht. Da die Geschwindigkeit v der Wasserräder immer grösser, als 1^m ist, so kann man in diesem Ausdrucke das erste Glied, welches nur bei kleinen Geschwindigkeiten von Bedeutung ist, ganz vernachlässigen und dann wird jener Widerstand:

$$0{\cdot}366\,.\,b\,S\,v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

Multiplicirt man denselben mit v, so erhält man für den daraus entstehenden Effektverlust folgenden Werth:

$$0{\cdot}366\,v^3\,S\,b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (75)$$

EFFEKTVERLUST DURCH DIE ZAPFENREIBUNG DES RADES.

Es ist allgemein bekannt, wie dieser Effektverlust zu berechnen ist, wenn das Gewicht des Rades und die Diameter der Zapfen bekannt sind. Ist nämlich:

G das totale Gewicht des Rades in Kilg.,
d der Diameter eines jeden der beiden Radzapfen in Metern,
n die Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Secunde,
f der Reibungscoeffizient,

so findet man für den Effektverlust, den die Reibung der Zapfen verursacht, vorausgesetzt, dass ausser dem Gewichte des Rades keine andere auf die Zapfen wirkende Kraft vorhanden ist, folgenden Ausdruck:

$$\frac{1}{19}\,.\,G\,f\,n\,d \text{ Killg. M.}$$

Allein es ist oft der Fall, dass man für ein zu construirendes Rad, dessen Gewicht und Zapfen man also nicht unmittelbar kennt, die Zapfenwirkung wenigstens annäherungsweise zu bestimmen wünscht. Diess kann nun auf folgende Weise geschehen. Nach vielen Berechnungen über die Gewichte der Wasserräder habe ich gefunden, dass dieses für

jede Pferdekraft Nutzeffekt 400 Killg. bis 500 Killg. beträgt. Wir können also annähernd rechnen:

$$G = 500 \; N_n$$

Der Diameter eines Radzapfens ist der Quadratwurzel aus dem Gewicht proportional, demnach auch der Quadratwurzel aus der Pferdekraft. Von diesen Voraussetzungen ausgehend findet man, dass annähernd

$$d = 0{\cdot}03 \sqrt{N_n}$$

gesetzt werden kann. Führt man diese Werthe von G und d in den Ausdruck für den durch die Zapfenreibung verursachten Effektverlust ein, so findet man nahe genug

$$0{\cdot}8 \; n \; f \; N_n \sqrt{N_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

Für die gewöhnliche Oehlung ist $f = 0{\cdot}07$
„ continuirliche „ „ $f = 0{\cdot}05$

DRITTER ABSCHNITT.

ANALYTISCHE THEORIE DER WASSERRÄDER.

Nachdem nun in dem vorhergehenden Abschnitte die verschiedenen Effektverluste berechnet worden sind, welche bei den älteren Anordnungen von Wasserrädern vorkommen, ist es nun möglich eine genauere Theorie von jedem einzelnen Rade zu entwickeln.

Von der Theorie einer Betriebsmaschine wird vorzugsweise die Beantwortung zweier Fragen gefordert, von denen sich die eine auf eine bereits existirende, oder als existirend gedachte, die andere auf eine zu erbauende Maschine bezieht. Im ersteren Falle sind die Dimensionen der Maschine bekannt und man wünscht den Nutzeffekt zu kennen, welchen ihr der Motor unter verschiedenen Umständen mittheilt. Im letzteren Falle wünscht man zu erfahren, wie die Abmessungen und die Geschwindigkeit der zu erbauenden Maschine gewählt werden soll, damit bei einem gegebenen Motor der Nutzeffekt ein Maximum oder bei einem gegebenen Nutzeffekt der absolute Effekt des Motors ein Minimum wird. Wenn es sich nur um die Beantwortung der ersteren Frage handelte, könnte man sich die Mühe ersparen, welche die Auffindung eines genaueren Ausdruckes für den Nutzeffekt verursacht, denn von einer bereits existirenden Maschine kann man ja den Effekt am zuverlässigsten durch Versuche ausmitteln; allein die zweite Frage, hinsichtlich der zweckmässigsten Dimensionen und Geschwindigkeit einer Maschine, kann nur vermittelst eines möglichst genauen Ausdruckes für den Effekt gelöst werden; denn der wirkliche Nutzeffekt einer Maschine ist eine Funktion ihrer Geschwindigkeit und ihrer sämmtlichen Abmessungen, die zweckmässigsten Werthe für diese Grössen können also nur dann richtig und scharf ausgemittelt werden, wenn ihr Einfluss auf den Effekt durch einen mathematischen Ausdruck scharf bestimmt ist. Gelingt es, einen solchen Ausdruck ausfindig zu machen, so lassen sich die Dimensionen und sonstigen Bedingungen, welche zu einer zweckmässigen Anordnung führen, auf rein analytischem Wege herleiten, und das Hauptproblem der Theorie einer Maschine ist sodann gelöst.

Es wird hier am rechten Orte sein, diesen Weg in Kürze anzudeuten. Bezeichnen wir durch die Buchstaben $a\ b\ c\ e\ f\ g \ldots$ die verschiedenen Grössen, deren Anzahl gleich

n sein mag, welche auf den Effekt Einfluss haben; so kann man diese durch die Gleichung

$$E_n = F\,(a\,,\,b\,,\,c\,\ldots)$$

ausdrücken, wobei F als Funktionszeichen dient. Wenn eine Anordnung ihrem Zwecke ganz entsprechen soll, wird sie jederzeit gewissen Bedingungen entsprechen müssen, die sich durch Gleichungen zwischen den Grössen a b c.... ausdrücken lassen. Nehmen wir an, es seien m solcher Bedingungsgleichungen A. B. C..... vorhanden, und denken wir uns aus denselben m Grössen gesucht und in den Ausdruck für E_n substituirt, so wird der Effekt als eine Funktion von $n-m$ independenter Grössen erscheinen, und diese können und sollen für die zweckmässigste Anordnung so gewählt werden, dass der Effekt ein Maximum wird. Zu diesem Endzweck muss man die partiellen Differenzialquotienten von E_n in Bezug auf jede von diesen $n-m$ independenten Grössen aufsuchen, und gleich Null setzen, und dann erhält man $n-m$ Gleichungen, welche in Verbindung mit den m gegebenen Bedingungs-Gleichungen A. B. C..... gerade hinreichen, sämmtliche n Grössen zu bestimmen.

Wir wollen nun versuchen, zuerst für die älteren Räder und dann für das neuere *Poncelet*'sche Rad den Effekt mit möglichster Genauigkeit zu berechnen; wobei wir wiederum die indirekte Methode befolgen, indem wir die sämmtlichen Effektverluste bestimmen und ihre Summe von dem absoluten Effekt des Motors abziehen.

Das unterschlächtige Rad.

Wassermenge, welche in jeder Sekunde zwischen den Schaufeln durchgeht ohne gegen dieselben zu stossen.

Diese Wassermenge ist früher S. 44 und 49 berechnet worden; sie ist

a) wenn der Boden des Zuflusskanals und der Boden des Abflusskanals eine fortlaufende gerade Linie bilden (Fig. 26):

$$\left.\begin{array}{lll}
q_1 = \frac{1}{24}\,e^2\,\frac{b}{R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 V \;\ldots\ldots & \text{wenn} & \frac{Q}{b\,V} > \frac{e^2}{8\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 \\
q_1 = Q\left(1 - \frac{4}{3}\,\frac{1}{e}\,\frac{V-v}{V}\sqrt{\frac{2\,R\,Q}{b\,V}}\right) & \text{wenn} & \frac{Q}{b\,V} < \frac{e^2}{8\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 \\
q_1 = \frac{1}{3}\,Q \;\ldots\ldots\ldots\ldots & \text{wenn} & \frac{Q}{b\,V} = \frac{e^2}{8\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2
\end{array}\right\} \;\ldots\ldots (1)$$

b) wenn im Abflusskanal Boden und Wasserspiegel tiefer liegen als im Zuflusskanal (Fig. 27)

$$\left.\begin{array}{lll}
q_1 = Q\left(1 - \frac{2}{3}\,\frac{1}{e}\,\frac{V-v}{V}\sqrt{\frac{2\,R\,Q}{b\,V}}\right) & \text{wenn} & \frac{Q}{b\,V} < \frac{e^2}{2\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 \\
q_1 = \frac{1}{6}\,b\,\frac{e^2}{R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 \;\ldots\ldots & \text{wenn} & \frac{Q}{b\,V} > \frac{e^2}{2\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2 \\
q_1 = \frac{1}{3}\,Q \;\ldots\ldots\ldots\ldots & \text{wenn} & \frac{Q}{b\,V} = \frac{e^2}{2\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2
\end{array}\right\} \;\ldots\ldots (2)$$

c) wenn der Boden des Zuflusskanals, durch einen, wenigstens über zwei Schaufeltheilungen sich erstreckenden Kreisbogen in den Boden des Abflusskanals übergeht.

$$q_1 = 0$$

Wassermenge, welche unter dem Rade durch den Spielraum zwischen den Schaufeln und dem Gerinne entweicht.

Dieser Wasserverlust ist nach Seite 49

a) bei einem geradlinig fortlaufenden Gerinne: (Fig. 26)

$$q_2 = b\, V \left(\varepsilon + \frac{e^2}{16\, R}\right) \sqrt{1 - \frac{2\, g}{V^2} \frac{Q}{b\, v}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

b) wenn der Boden des Abflusskanales tiefer liegt als jener des Zuflusskanals: (Fig. 27)

$$q_2 = b\, V \left(\varepsilon + \frac{e^2}{16\, R}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

c) wenn der Boden des Zuflusskanals durch einen bogenförmigen Theil in den Boden des Abflusskanales übergeht, wie in Fig. 28, 29

$$q_2 = 0$$

Berechnung des Nutzeffektes.

Von der ganzen Wassermenge Q, welche in 1 Secunde dem Rade zufliesst, kommt nur der Theil $Q - q_1 - q_2$ zum Stoss, und die Menge $q_1 + q_2$ entweicht ohne eine Aenderung der Geschwindigkeit zu erleiden. Die Dicke der Wasserschichte vor dem Rade beträgt: $\frac{Q}{b\, V}$. Bezieht man den Winkel δ auf den mittleren Wasserfaden, so ist

$$R\, (1 - \cos.\, \delta) = \frac{1}{2} \frac{Q}{b\, V}$$

demnach wird:

$$\cos.\, \delta = 1 - \frac{1}{2} \frac{Q}{b\, V\, R}$$

und

$$2\, v\, V \cos.\, \delta = 2\, v\, V - \frac{Q\, v}{b\, R}$$

Setzt man in dem allgemeinen Ausdruck (1) Seite 35 für den Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht:

$$\text{für } Q \; . \; . \; . \; Q - q_1 - q_2$$

$$\text{für } 2\, v\, V \cos.\, \delta \; . \; . \; 2\, v\, V - \frac{Q\, v}{b\, R}$$

$$\gamma = 0$$
$$c = 0$$
$$s = 0$$

so findet man für diesen Verlust bei dem unterschlächtigen Rade:

$$1000 \frac{Q - q_1 - q_2}{2\,g} \left[(V - v)^2 + \frac{Q\,v}{b\,R} \right]$$

Bei dem Austritt des Wassers entstehen aus drei Ursachen Effektverluste. Erstens entweicht die Wassermenge $Q - q_1 - q_2$ mit der Geschwindigkeit v und dies verursacht einen Verlust

$$1000\,(Q - q_1 - q_2)\,\frac{v^2}{2\,g}$$

Zweitens wird diese Wassermenge durch die radial stehenden Schaufeln auf die Höhe $\frac{v^2}{2\,g}\,\frac{2\,Q}{b\,v\,R}$ gehoben, und dadurch entsteht ein Verlust

$$1000\,(Q - q_1 - q_2)\,\frac{2\,Q}{b\,v\,R}\,\frac{v^2}{2\,g}$$

Drittens entweicht die Wassermenge $q_1 + q_2$ mit der Geschwindigkeit V und dies verursacht einen Verlust

$$\frac{1000\,(q_1 + q_2)}{2\,g}\,V^2$$

Der totale beim Entweichen des Wassers entstehende Verlust ist demnach:

$$1000\,(Q - q_1 - q_2)\,\frac{v^2}{2\,g}\left(1 + \frac{2\,Q}{b\,v\,R}\right) + 1000\,(q_1 + q_2)\,\frac{V^2}{2\,g}$$

Der Effektverlust, welchen der Luftwiderstand verursacht ist:

$$0{\cdot}118\ i\,a\,b\,v^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

endlich der Effektverlust wegen der Zapfenreibung.

$$0{\cdot}8\,n\,f\,N_n \sqrt{N_n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Wenn wir nun von dem absoluten Effekte $1000\,Q\,\frac{V^2}{2\,g}$ die verschiedenen Verluste abziehen, so erhalten wir für den Nutzeffekt E_n folgenden Ausdruck

$$E_n = \frac{1000}{2\,g}\,(Q - q_1 - q_2)\left[2\,v\,(V - v) - \frac{3\,Q\,v}{b\,R}\right] - 0{\cdot}118\ i\,a\,b\,v^3 - 0{\cdot}8\,n\,f\,N_n \sqrt{N_n} \quad . \quad (7)$$

Vortheilhafteste Geschwindigkeit eines unterschlächtigen Rades von gegebenen Abmessungen.

Diese könnte auf analytischem Wege ausgemittelt werden, wenn man mit Rücksicht auf die Werthe von q_1 q_2 den Differenzialquotienten $\frac{d E_n}{d v}$ suchte, ihn gleich Null setzte, und aus der Gleichung den Werth von v aufsuchte, allein dieses Verfahren führt zur Auflösung einer complizirten höheren Gleichung, aus welcher man nicht allgemein erkennen kann, wie der vortheilhafteste Werth von v von den verschiedenen anderen Grössen abhängt; es ist daher zweckmässiger, für mehrere Annahmen für v die correspondirenden Werthe von E_n zu berechnen, wodurch man dann auch den vortheilhaftesten Werth von v und den correspondirenden Werth von E_n bestimmen kann, wie uns folgendes Beispiel erhellen wird.

Es sei für ein unterschlächtiges Rad mit geradlinig fortlaufendem Gerinne:

$$V = 4{\cdot}43\,,\; Q = 1\,,\; b = 2\,,\; a = 0{\cdot}5\,,\; e = 0{\cdot}5\,,\; \varepsilon = 0{\cdot}02\,,\; R = 2{\cdot}5$$

Setzt man der Reihe nach:

$$v = 0{\cdot}3\,V\,,\; 0{\cdot}4\,V\,,\; 0{\cdot}5\,V$$

so ist für jede dieser Annahmen:

$$\frac{Q}{b\,V} > \frac{e^2}{8\,R}\left(\frac{V}{V-v}\right)^2$$

es muss also in jedem dieser drei Fälle q_1 vermittelst der ersten der Gleichungen (1) berechnet werden, und man findet folgende Resultate:

$\frac{v}{V}$	q_1	q_2	E_n	E_a
0·3	0·075	0·230	237^{km}	1000
0·4	0·102	0·230	237^{km}	1000
0·5	0·104	0·230	196^{km}	1000

aus welchen hervorgeht, dass die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades zwischen $0{\cdot}3\,V$ und $0{\cdot}4\,V$ liegt, und dass das Maximum des Effektes $0{\cdot}237$ vom absoluten Effekt beträgt. Diese Resultate stimmen vollkommen mit denjenigen überein, welche sich aus den Versuchen von *Bossut* und *Smeaton* ergeben haben.

Aus obiger Tabelle ersieht man, dass vorzugsweise das Entweichen des Wassers durch den Spielraum ε zwischen den Schaufelkanten und dem Gerinnsboden den Nutzeffekt bedeutend schwächt; weil aber dieser Spielraum nicht leicht kleiner als $0{\cdot}02^m$ gemacht werden kann, so kann man von einem unterschlächtigen Rade mit geradlinigem Gerinne nie mehr als ungefähr $\frac{1}{4}\,E_a$ als Nutzeffekt erwarten. Wenn das Gerinne wie Fig. 28, 29 zeigt geformt ist, so dass die Wasserverluste q_1 und q_2 verschwinden, findet man für die obigen Daten, für die vortheilhafteste Geschwindigkeit $v = 2 = 0{\cdot}45\,V$, und den

correspondirenden Werth von $E_n = 374$ k m; man kann also bei der günstigsten Construktionsart höchstens einen Nutzeffekt von 0·374 des absoluten Effekts erwarten.

Die hinsichtlich des Effektes vortheilhafteste Anordnung eines unterschlächtigen Rades.

Um mit einem unterschlächtigen Rade eine möglichst günstige Wirkung zu erhalten, ist zunächst nothwendig, das Gerinne so anzuordnen, wie früher Seite 49 gezeigt wurde, um die für den Effekt so nachtheiligen Wasserverluste q_1 und q_2 zu vermeiden.

Vollständig werden diese Verluste auch bei dieser Anordnung nicht vermieden werden können, aber doch göstentheils. Damit $q_1 = 0$ wird, muss sich, wie Seite 47 gezeigt wurde, der bogenförmige Theil des Gerinnes auf eine Bogenlänge

$$e \frac{V}{V - v}$$

erstrecken. Da für den vortheilhaftesten Effekt v ungefähr $= 0{\cdot}4\,V$ gesetzt werden kann, so ist jene Bogenlänge

$$1{\cdot}66\ e.$$

Damit $q_2 = 0$ wird, muss die verlängerte geradlinige Richtung des Zuleitungskanals von dem Umfangskreis des Rades ein kleines Segment wegschneiden, weil dann das Wasser nicht direkt gegen den Spielraum der Schaufeln hinströmt.

Hinsichtlich der Hauptdimensionen R, a, b des Rades kann man aus der Gleichung (7) für den Effekt folgern, dass dieselben nur einen sehr geringen Einfluss auf den Effekt haben, daher ziemlich willkürlich angenommen werden können, vorausgesetzt, dass das Gerinne auf die oben angegebene Weise construirt wird, denn unter dieser Voraussetzung haben die Glieder des Ausdrucks (7), welche von den Dimensionen des Rades abhängen, nur einen sehr kleinen Werth. Wegen des Ein- und Austrittes der Schaufeln, so wie auch wegen der Zapfenreibung soll R (weil n mit R abnimmt) ziemlich gross, wegen des Luftwiderstandes dagegen (weil i mit R wächst) ziemlich klein genommen werden.

Die Dimensionen a und b müssen wie bei jedem Rade so genommen werden, dass die Wassermenge Q in dem Rade Platz findet, wozu erforderlich ist, dass $a\,b\,v > Q$ sei. Um sicher zu gehen, dass das Rad für die aufzunehmende Wassermenge hinreichend geräumig wird, muss man $a\,b\,v$ wenigstens gleich $2\,Q$ nehmen.

Setzt man

$$a\,b\,v = 2\,Q$$

so wird dadurch die Grösse $a\,b$ einer Schaufelfläche bestimmt

Aus der Gleichung (7) würde man, wenn $q_1 = q_2 = 0$ und $a\,b\,v = 2\,Q$ gesetzt wird, folgern können, dass b möglichst gross genommen werden sollte, allein diese Folgerung scheint bedenklich zu sein, weil die Wasserverluste q_1 und q_2, welche nie ganz beseitigt werden können, bei sehr grosser Breite des Rades einen merklichen nachtheiligen Einfluss auf den Effekt hervorbringen würden.

Die Breite b kann also auf theoretischem Wege nicht scharf bestimmt werden, es ist aber auch, wie schon gesagt wurde, eine scharfe Bestimmung nicht nothwendig, weil der Einfluss dieser Grösse auf den Effekt, so lange sie innerhalb gewisser Grenzen bleibt, von sehr geringer Bedeutung ist. Die empirische Regel, welche später zur Bestimmung der Dimensionen der Schaufeln angegeben wird, ist auch zur Bestimmung von b für das unterschlächtige Rad vollkommen genügend.

Auch die Schaufeltheilung ist, wenn der bogenförmige Theil des Gerinnes eine Länge $e \frac{V}{V - v}$ erhält, ziemlich gleichgültig. Damit aber dieser Bogen nicht zu lang ausfällt, ist es gut, wenn e nicht zu gross genommen wird. Auch zur Bestimmung von e wird später eine allgemeine, auf alle Schaufelräder anwendbare praktische Regel angegeben werden.

Setzt man in der Gleichung (7) für n seinen Werth

$$n = 9.548 \frac{v}{R}$$

und sucht hierauf $\frac{d E_n}{d v} = 0$, so findet man zur Bestimmung der vortheilhaftesten Geschwindigkeit des Rades, wenn $q_1 = q_2 = 0$ ist, folgende Gleichung:

$$\frac{1000 Q}{2 g} \left[2 (V - 2 v) - \frac{3 Q}{b R} \right] - 0.354\, i\, a\, b\, v^2 - 7.64\, f\, N \frac{\sqrt{N}}{R} = 0.$$

Setzt man, um einen einfachen und hinreichend genauen Werth für v zu erhalten, in dem Gliede, welches von dem Luftwiderstande herrührt, $v = 0.4 V$, so findet man aus dieser Gleichung:

$$v = \frac{1}{2} V - \frac{3}{4} \frac{Q}{b R} - \frac{g}{1000 Q} \left(0.177\, i\, a\, b\, v^2 + 3.82\, f\, N \frac{\sqrt{N}}{R} \right) \quad . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Für die im vorhergehenden Beispiele angegeben Daten wird:

$$v = 1.83^m = 0.41 V$$

Das Verhalten unterschlächtiger Räder bei veränderlichem Wasserstand im untern Kanale.

Bisher wurde angenommen, dass das Wasser hinter dem Rade ebenso hoch oder etwas niedriger stehe, als in dem Rade selbst. Nun ist aber der Wasserstand eines jeden Flusses oder Baches mit der Witterung veränderlich, es entsteht daher die Frage, wie sich das unterschlächtige Rad bei veränderlichem Stande des Unterwassers verhält.

Es ist leicht einzusehen, dass es am günstigsten ist, wenn der Wasserstand in dem Rade selbst und unmittelbar hinter demselben gleich hoch steht. Ist der Wasserstand hinter dem Rade tiefer als in dem Rade, so ist dies zwar insofern gut, als die Schaufeln

wenig Wasser in die Höhe werfen, allein es geht dann das Gefälle, welches dem Vertikalabstande jener Wasserspiegel entspricht, für die Wirkung auf das Rad verloren, und überdies entweicht zwischen den Schaufeln mehr Wasser, als bei gleich hoch stehenden Wasserständen, diese Nachtheile überwiegen aber offenbar jenen Vortheil.

Ist der Wasserstand hinter dem Rade höher als in dem Rade, so strömt das Wasser aus dem Abflusskanal unter den Schaufeln in das Rad hinein, und zwar nach einer der Bewegung des Rades und des darin enthaltenen Wassers entgegengesetzten Richtung. Dadurch verliert das im Rade befindliche Wasser seine Geschwindigkeit, so dass es durch die nachfolgenden Schaufeln fortgeschoben und dabei gleichzeitig beschleunigt werden muss. Wenn das Unterwasser hoch steht wird ferner noch viel Wasser von den Schaufeln in die Höhe geworfen. Es ist also klar, dass der Effekt sehr ungünstig ausfallen muss, wenn das Wasser hinter dem Rade bedeutend höher steht, als in dem Rade selbst.

Es gibt allerdings Mittel, durch welche man sich gegen die nachtheiligen Wirkungen des Hinterwassers schützen kann. Wenn man z. B. ein Hebwerk anbringt, vermittelst welchem sowohl das Rad als auch das Gerinne mehr oder weniger gehoben werden kann, oder wenn man den untern bogenförmigen Theil des Gerinnes von dem untersten Punkte an zum Verlängern oder Verkürzen einrichtet, was am leichtesten durch Hinzufügen oder Wegnehmen von einzelnen Brettern geschehen könnte. Allein das erste Mittel führt zu einem sehr kostspieligen Bau, welcher bei einem unterschlächtigen Rade nicht zulässig ist, und das zweite Mittel hilft nur unvollkommen und ist im Gebrauche unbequem. Es ist also wohl am klügsten, wenn man das unterschlächtige Rad zur Benutzung von kleinen Gefällen mit veränderlichen Wasserständen gar nicht anwendet, und entweder zu einem *Poncelet*'schen Rade oder zu einer Turbine seine Zuflucht nimmt.

Das unterschlächtige Rad zur Benutzung von grösseren Gefällen.

Wenn an einem Orte weit mehr Wasserkraft vorhanden ist, als der Betrieb eines Werkes erfordert, ist immer die einfachste Einrichtung, wenn sie auch viel Betriebswasser erfordert, die zweckmässigste. In Gebirgsgegenden werden desshalb die unterschlächtigen Räder auch bei grösseren Gefällen von 2^m, 3^m, bis 4^m zum Betriebe von Sägen, Hämmern, Mühlen angewendet, weil sie durch ihren schnellen Gang das Zahnräderwerk sehr vereinfachen, und oft sogar ganz entbehrlich machen, wodurch jederzeit eine äusserst einfache Anordnung des Werkes erzielt werden kann.

Fig. 7 zeigt die Einrichtung eines solchen Rades. Das Wasser wird in einem Gerinne bis in die Nähe des Rades und von da an durch ein stark geneigtes Gerinne nach tangentialer Richtung gegen das Rad geleitet, welches oft nur aus Schaufelbrettern besteht, die in die Welle eingesetzt sind.

Der Nutzeffekt eines solchen Rädchens beträgt unter dem günstigsten Umstande (wenn nämlich die Umfangsgeschwindigkeit ungefähr 0·4 von der des anschlagenden Wassers ist) nicht mehr als $\frac{1}{5}$ von dem absoluten Effekt, weil sehr viel Wasser verspritzt und in die Höhe geworfen wird.

Die Dimensionen eines solchen Rades, welches eine gewisse Anzahl Umdrehungen in 1 Minute machen, und einen gewissen Nutzeffekt entwickeln soll, lassen sich einfach auf folgende Art bestimmen.

Es ist, wenn man annimmt, dass der Nutzeffekt $1/5$ von dem absoluten Effekt beträgt:

$$Q = 5 \frac{E_n}{1000\,H}$$

Die radiale Dimension a der Schaufeln kann man $\doteq 0{\cdot}3^m$ nehmen, und dann wird die Breite des Rades durch die Bedingung bestimmt, dass der Raum $a\,b\,v$, welcher die Wassermenge Q zu fassen hat, drei mal so gross werden soll, als das Volumen Q.

Es ist nämlich unter dieser Voraussetzung:

$$b = \frac{3\,Q}{a\,v}$$

und weil $v = 0{\cdot}4\;V = 0{\cdot}4\sqrt{2\,g\,H}$ sein soll, so erhält man

$$b = \frac{3\,Q}{0{\cdot}4 \times a\sqrt{2\,g\,H}}$$

Für die Halbmesser des Rades hat man:

$$R = 9{\cdot}548\,\frac{v}{n} = 9{\cdot}548 \times \frac{0{\cdot}4\sqrt{2\,g\,H}}{n} = 3{\cdot}819\,\frac{\sqrt{2\,g\,H}}{n}$$

Wenn der Bau des Rades möglich werden soll, muss R wenigstens $0{\cdot}5^m$ sein.

Es sei z. B. für eine zu erbauende Säge:

$$H = 4^m,\; E_n = 4 \times 75 = 300^{km},\; n = 70$$

so wird:

$$Q = \frac{5 \times 300}{4 \times 1000} = 0{\cdot}375 \text{ Kub.M.}$$

$$a = 0{\cdot}3$$

$$b = \frac{3 \times 0{\cdot}375}{0{\cdot}4 \times 0{\cdot}3\sqrt{2\,g\,4}} = 1{\cdot}06^m$$

$$R = 3{\cdot}819\,\frac{\sqrt{2\,g\,4}}{70} = 0{\cdot}48^m$$

Die Ausführung des Rades ist also, wie man sieht, gerade noch möglich, und seine sämmtlichen Dimensionen sind so klein, dass die Herstellung nur sehr wenig kostet.

Nimmt man noch $e = 0{\cdot}3$ so wird

$$i = 10.$$

Theorie des Kropfrades.

Berechnung des Nutzeffektes.

Wenn wir den allgemeinen Fall annehmen, dass die Schaufeln des Rades kübelartig aus ebenen Brettflächen zusammengesetzt sind, und dass der Wasserstand im unteren Kanale um h tiefer steht als in dem tiefsten Schaufelraum, geben uns die Resultate des vorhergehenden Abschnitts zur Berechnung des Nutzeffektes Folgendes:

1) Effektverlust, welcher beim Eintritt des Wassers entsteht. Seite 38

$$1000 \frac{Q}{2\,g}\left[V^2 - 2\,V\,v\,\cos\delta + v^2\right] + 1000\,Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + c\sin(\gamma - \beta) - s\right] \quad . \ . \quad (9)$$

Für radial gestellte Schaufeln ist $c = o$, für Schaufeln, welche aus einer Ebene bestehen, die gegen den Radius so geneigt ist, dass sie beim Austritt aus dem Unterwasser ungefähr vertikal steht, ist nahe $c = \frac{a}{\cos\beta}$.

2) Effektverlust, welcher durch das Entweichen des Wassers durch den Spielraum der Schaufeln entsteht. Seite 58

$$1000\,\varepsilon\,b\sqrt{2\,g\,e}\left[H - \frac{V^2}{2\,g}\right]\left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right] \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (10)$$

3) Effektverlust, welcher bei dem Austritte des Wassers entsteht:

$$1000\,Q\left(\frac{v^2}{2\,g} + \frac{1}{2}\,h\right) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (11)$$

4) Effektverlust, welcher durch den Luftwiderstand entsteht:

$$0{\cdot}118\ i\,a\,b\,v^3 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (12)$$

5) Effektverlust, welcher der Reibung des Wassers am Gerinne entspricht:

$$0{\cdot}366\ v^3\,b\,S \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (13)$$

6) Effektverlust, welchen die Zapfenreibung verursacht:

$$0{\cdot}8\ n\,f\,N\sqrt{N} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (14)$$

Zieht man diese Verluste von dem absoluten Effekt $1000\,Q\,H$ ab, so findet man für den Nutzeffekt folgenden Ausdruck;

$$
\left.\begin{aligned}
E_n = & 1000\,Q\left[H - \frac{V^2}{2g} - \frac{1}{2}h + \frac{v\,(V\cos\delta - v)}{g}\right] \\
& - 1000\,Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + c\,\sin\,(\gamma - \beta) - s\right] \\
& - 1000\,\varepsilon\,b\,\sqrt{2\,g\,e}\left[H - \frac{V^2}{2\,g}\right]\left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right] \\
& - 0{\cdot}188\,i\,a\,b\,v^3 \\
& - 0{\cdot}366\,b\,S\,v^3 \\
& - 7{\cdot}63\,\frac{v}{R}\,f\,N\,\sqrt{N}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (15)
$$

Vortheilhafteste Geschwindigkeit eines bestehenden Kropfrades, dessen Dimensionen gegeben sind.

Sucht man den Differenzialquotienten $\frac{d\,E_n}{d\,v}$ und setzt denselben gleich Null, so erhält man zur Bestimmung der vortheilhaftesten Geschwindigkeit des Rades folgende Gleichung:

$$
\begin{aligned}
0 = & 1000\;Q\,\frac{V\,\cos\delta - 2\,v}{g} \\
& + 1000\,\varepsilon\,b\,\sqrt{2\,g\,e}\left(H - \frac{V^2}{2\,g}\right)\,0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b}\,\frac{1}{v^2} \\
& - [0{\cdot}564\,i\,a\,b + 1{\cdot}098\,b\,S]\,v^2 \\
& - 7{\cdot}63\,\frac{f}{R}\,N\,\sqrt{N}
\end{aligned}
$$

Setzt man in den drei letzteren Gliedern für v den Annäherungswerth, welcher sich ergibt, wenn man sie vernachlässigt, nämlich $\frac{1}{2}V\cos\delta$, so findet man:

$$
\begin{aligned}
v = & \frac{1}{2}\,V\cos\delta + \frac{g}{1000\,Q}\,\frac{520\,\varepsilon\,b\,\sqrt{2\,g\,e}\left(H - \frac{V^2}{a\,b}\right)\frac{Q}{a\,b}}{V^2\cos^2\delta} \\
& - \frac{g}{1000\,Q}\left[(0{\cdot}071\,a\,b + 0{\cdot}137\,b\,S)\;V^2\cos^2\delta + 3{\cdot}81\,\frac{f}{R}\,N\,\sqrt{N}\right]
\end{aligned}
$$

Es sei z. B. für ein Rad mit radialen Schaufeln:

$H = 2^m$	$b = 2$	$\delta = 36^0$	$f = 0{\cdot}1$
$Q = 1^{km}$	$a = 0{\cdot}6$	$\gamma = 60$	$S = 3^m$
$V = 3^m$	$e = 0{\cdot}6$	$c = 0$	$g = 9{\cdot}81$
$R = 3^m$	$\varepsilon = 0{\cdot}02$	$N = 32$	$N = 0{\cdot}7 \times 26 = 18$

und dann findet man:

$$v = 1{\cdot}314^m = 0{\cdot}438\;V.$$

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit fällt demnach etwas kleiner aus, als die Hälfte von derjenigen, mit welcher das Wasser den Umfang des Rades erreicht

Bedingungen für das absolute Maximum des Nutzeffektes.

Wenn man in der Gleichung (15) von der Grösse s absieht, sind alle übrigen Grössen unabhängig von einander, das heisst, es kann jede einzelne derselben beliebig abgeändert werden, ohne dass desshalb eine andere eine Veränderung erleiden müsste.

Man kann daher den Einfluss jeder dieser Grössen auf den Effekt unabhängig von den übrigen betrachten, und man findet, dass der Effekt unter folgenden Bedingungen am grössten ausfällt;

1) Wenn $h = o$, d. h. wenn die Wasserspiegel im unteren Schaufelraum und im Abzugskanal gleich hoch stehen; eine Bedingung, die bei einem unveränderlichen Wasserstande realisirbar ist.

2) Wenn $\gamma = o$, eine Bedingung, die nicht realisirbar ist, weil sie einen unendlich grossen Halbmesser des Rades erfordert.

3) Wenn $\delta = o$, d. h. wenn das Wasser nach tangentialer Richtung in das Rad eintritt.

4) Wenn e möglichst klein gemacht wird.

5) Wenn entweder $c = o$ oder $\gamma = \beta$, d. h. wenn das Rad mit radialen oder mit ebenen Schaufeln versehen wird, die, während das Wasser gegen sie einströmt, eine horizontale Lage haben.

6) Wenn b möglichst klein gemacht wird, weil dann die Verluste, welche das Entweichen des Wassers, der Luftwiderstand und die Wasserreibung verursachen, klein ausfallen.

7) Wenn a so gewählt wird, dass

$$\left(\frac{a\,b\,v}{Q}\right)^2 = \frac{260\,\varepsilon\,b\,\sqrt{2\,g\,e}\,\left(H - \frac{V^2}{2\,g}\right)}{0{\cdot}188\,i\,v^2\,Q}$$

ausfällt. Diese Beziehung findet man, wenn das relative Maximum von E_n in Bezug auf a, d. h. wenn $\frac{d\,E_n}{d\,a} = o$ gesucht wird.

Diese Beziehung kann realisirt werden, wenn $\frac{a\,b\,v}{Q} > 1$ ausfällt.

Für die Daten des früheren Beispiels wird:

$$\frac{a\,b\,v}{Q} = 2{\cdot}4$$

8) Wenn V so gewählt wird, dass $\frac{d\,E_n}{d\,V} = o$ ausfällt; dies ist der Fall, wenn:

$$V = \frac{v\,\cos\delta\,Q}{Q + \varepsilon\,b\,\sqrt{2\,g\,e}\,\left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right)}$$

9) Endlich muss noch für den vortheilhaftesten Werth von v, $\frac{dE}{dv} = o$ werden, was die Bedingungsgleichung:

$$0 = 1000\,Q\,\frac{V\cos\delta - 2\,v}{g} +$$

$$+\,1000\,\varepsilon\,b\,\sqrt{2\,g\,e}\left(H - \frac{V^2}{2\,g}\right)0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b}\,\frac{1}{v^2}$$

$$-\,(0{\cdot}564\,i\,a\,b + 1{\cdot}098)\,v^2$$

$$-\,7{\cdot}63\,\frac{f}{R}\,\sqrt{N}$$

zur Folge hat.

Um die wahren vortheilhaftesten Werthe von $\frac{a\,b\,v}{Q}$, V, v zu finden, müsste man die drei letzten Gleichungen in Bezug auf diese drei Grössen auflösen, was zu grossen Weitläufigkeiten führt, die man sich ersparen kann, weil vorauszusehen ist, das diese Bedingungen des grössten Effektes bei der der Untersuchung zu Crunde liegenden Anordnung nicht realisirbar sind. Es fallen nämlich die Werthe von v und V sehr klein aus, und da überdies noch b möglichst klein sein soll, so ist leicht einzusehen, dass diesen Forderungen nur bei einem Ueberfallsschützen entsprochen werden kann, denn wenn b möglichst klein werden soll, muss der Schützen möglichst hoch, also ganz aufgezogen werden, d. h. der Wassereinlauf muss, wie bei der Anordnung mit dem überflutheten Schützen, ein freier Ueberfall sein

Der Wassereinlauf.

Der Einlauf soll so eingerichtet werden, dass das Wasser, ohne irgend eine Störung zu erleiden, an den Umfang des Rades mit einer Geschwindigkeit V und nach einer Richtung ankommt, die gegen den Horizont den Winkel $\gamma - \delta$ bildet. Diese Bedingungen werden mit einer für die Praxis hinreichenden Genauigkeit erfüllt, wenn der Einlauf b c Fig. 2 nach der parabolischen Bahn gekrümmt wird, die ein frei geworfener Körper beschreiben muss, um in dem Punkte c auf die oben beschriebene Weise anzukommen. Diese Bahn stimmt aber bekanntlich mit derjenigen überein, die ein Körper beschreibt, welcher aus dem Punkte c mit einer Geschwindigkeit V unter einem Winkel $\gamma - \delta$ gegen den Horizont geworfen wird.

Um diese Parabel zu bestimmen, nehmen wir Fig. 47 den Punkt B, welcher sich in eine Tiefe $\frac{V^2}{2\,g}$ unter der Oberfläche des Wassers im Zuflusskanal befinden muss, als Anfangspunkt der Coordinaten an und eine durch diesen Punkt gehende horizontale B D als Abcissenlinie.

Setzen wir: $B\,l = \xi$, $m_2\,l = v$, so ist die Gleichung der Bahn:

$$v = \xi\,\text{tang}\,(\gamma - \delta) - \frac{g\,\xi^2}{2\,V^2\cos^2(\gamma - \delta)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Zur Bestimmung der Position des Scheitels A findet man dann aus dieser Gleichung:

$$\overline{BD} = \frac{V^2}{2g} \sin 2(\gamma - \delta) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

$$\overline{AD} = \frac{V^2}{2g} \sin^2(\gamma - \delta) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (18)$$

Für die Höhe des Wasserstandes über dem Scheitel ist ferner:

$$\overline{An} = \frac{V^2}{2g} \cos^2(\gamma - \delta) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (19)$$

Endlich findet man für die Subnormale $2'2''$ für einen beliebigen Punkt m_2 der Parabel

$$\overline{2'2''} = 2\frac{V^2}{2g} \cos^2(\gamma - \delta) = 2\,\overline{An} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (20)$$

Diese Ausdrücke lassen sich sehr leicht construiren, und daraus ergibt sich für die Verzeichnung des Einlaufes ein einfaches Verfahren, welches später beschrieben werden soll.

Der Einlaufschützen muss nicht gerade über den Scheitel A der Parabel gestellt werden; er mag, wenn er niedergelassen wird, den Einlauf im Scheitel A, oder in irgend einem Punkt m_2 berühren, so wird das Wasser in dem einen und in dem anderen Falle auf die vorgeschriebene Weise in dem Punkte B ankommen.

Wenn der niedergelassene Schützen den Einlauf unterhalb des Scheitels, z. B. in m_2 berührt, ist es nicht einmal nothwendig, dass die Parabel über m_2 hinauf bis an den Scheitel fortgesetzt wird. Wenn in diesem Falle nur dafür gesorgt wird, dass das Wasser bei m_2 nach der Richtung der Tangente, welche diesem Punkte m_2 entspricht, austritt, so muss es den Punkt B auf die vorgeschriebene Weise eben so genau erreichen, als wenn es in dem Scheitel A nach horizontaler Richtung angetreten wäre.

Die Richtigkeit dieses Satzes ergibt sich daraus, dass die Geschwindigkeit, welche ein Wassertheilchen in m_2 besitzt, wenn es bei A nach horizontaler Richtung austritt, genau eben so gross ist, als jene, mit welcher es bei m_2 austritt, wenn daselbst die Schützenöffnung angebracht wird; wenn also nur im letzteren Falle der Austritt nach der Richtung der Tangente geschieht, welche zum Punkte m_2 gehört, so muss die Bewegung von diesem Punkte m_2 an bis nach B hin gerade so erfolgen, wie wenn das Theilchen bei A nach horizontaler Richtung ausgetreten wäre.

Von dieser Eigenschaft des Parabeleinlaufs kann man in dem Falle, wenn der Wasserstand im oberen Kanale veränderlich ist, einen nützlichen Gebrauch machen. Wenn man nämlich in diesem Falle den Schützen so anordnet, dass die Ausflussöffnung so viel als möglich dem Punkte B genähert wird und den oberen Theil der Parabel ganz weglässt, so wird man unter allen Umständen eine grössere Wassermenge dem Rade zuleiten können, als wenn der Einlauf bis an den Scheitel fortgesetzt ist. In der Regel wird man aber das letztere thun, weil die vollständige Parabel doch die zuverlässigste Leitung des Wassers zu bewirken vermag.

Die Höhe $\overline{nA}$ des Wasserstandes über dem Scheitel fällt gewöhnlich kleiner aus, als die Tiefe des Wassers im Zuleitungskanal; es muss also vor dem Einlauf eine schiefe Ebene angebracht werden, welche den Uebergang von dem Boden des Kanals bis an den höher liegenden Scheitel A des Einlaufs vermittelt.

Theorie des Rades mit Ueberfalleinlauf.

Berechnung des Nutzeffektes.

Bei diesem Rade kommen ganz dieselben Effektverluste vor, wie bei dem vorhergehenden Rade, man erhält daher für den Nutzeffekt ganz den gleichen Ausdruck, nämlich:

$$\left.\begin{aligned} E_n = {} & 1000\,Q\left[H - \frac{V^2}{2g} - \frac{1}{2}h + \frac{v\,(V\cos\delta - v)}{g}\right] \\ & - 1000\,Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + e\sin(\gamma - \beta) - s\right] \\ & - 1000\,\varepsilon\, b\sqrt{2\,g\,e}\left[H - \frac{V^2}{2g}\right]\left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right] \\ & - 0{\cdot}188\; i\,a\,b\,v^3 \\ & - 0{\cdot}366\; b\,S\,v^3 \\ & - 7{\cdot}63\,\frac{v}{R}\,f\,N\sqrt{N} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

Gleichung für die Wassermenge Q.

Wenn bei einem freien Ueberfall von der Breite b der Wasserstand über dem Scheitel z beträgt, ist die Wassermenge Q, welche in 1 Secunde abfliesst, bekanntlich:

$$Q = 0{\cdot}443\; b\,z\sqrt{2\,g\,z}$$

Da bei dem Ueberfalleinlauf die unteren Wassertheilchen des Strahles den Umfang des Rades mit einer Geschwindigkeit V und unter einem Winkel δ erreichen, so beträgt vermöge (19) die Höhe des Wasserrades (im Zuflusskanal) über dem Scheitel der von dem unteren Wassertheilchen beschriebenen Parabel

$$\frac{V^2}{2g}\cos^2(\gamma - \delta)$$

und das ist offenbar der Werth von z; man erhält daher die Gleichung

$$Q = \frac{0{\cdot}443}{2g}\, b\,V^3\cos^3(\gamma - \delta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Bekanntlich ist zwar der Coeffizient 0·443 mit dem Verhältniss zwischen der Breite des Ueberfalls und der Dicke der Wasserschichte etwas veränderlich, allein, da diese Veränderlichkeit nur bei sehr grossen (bei Wasserrädern nie vorkommenden) Differenzen in jenem Verhältnisse von einiger Bedeutung ist, so darf man sich wohl erlauben, unter allen Umständen den Coeffizienten 0·443 beizubehalten.

Gleichuug für den Halbmesser des Rades.

Wenn der Wasserstand im Abzugskanale um h tiefer steht, als in dem unteren Schaufelraume (in welchem die Wassertiefe $\frac{Q}{v\,b}$ ist), findet man für den Halbmesser des Rades leicht folgenden Ausdruck:

$$R = \frac{H - \frac{V^2}{2g} + \frac{Q}{b\,v} - h}{1 - \cos\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Absolutes Maximum des Nutzeffektes.

Wir dürfen uns wohl erlauben, für diese Untersuchung die drei letzten Glieder des Ausdruckes für den Nutzeffekt unberücksichtigt zu lassen, indem ihr Betrag so unbedeutend ist, dass sie auf die Bedingungen des grössten Effektes nur einen sehr geringen Einfluss haben können.

Unter diesen Voraussetzungen wird der Ausdruck für den Nutzeffekt, wenn in demselben b vermittelst der Gleichnng (22) eliminirt wird:

$$E_n = \left\{ \begin{array}{l} 1000\,Q \left[H - \frac{V^2}{2g} - \frac{1}{2} h + \frac{v\,(V \cos\delta - v)}{g} \right] \\ - 1000\,Q \left[\frac{e}{2} \sin\gamma + c \sin(\gamma - \beta) - s \right] + \frac{k}{\cos^3(\gamma - \delta)} \left\{ \frac{H - \frac{V^2}{2g}}{V^3} \right\} \end{array} \right\} \quad \ldots \quad (24)$$

wobei der Kürze wegen:

$$\varepsilon \sqrt{2\,g\,e} \left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{a\,b\,v} \right) \frac{2\,g}{0{\cdot}443} = k \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

gesetzt wurde.

Das Maximum des Effektes erfordert auch hier wiederum, dass die Grössen h, c, γ, e, ε möglichst klein genommen werden sollen, was nur theilweise möglich ist.

h kann nur für einen constanten Wasserstand im unteren Kanale klein oder 0 gemacht werden. e kann nicht leicht kleiner als 0·3^m genommen werden, weil sonst die vielen Schaufeln die Constructionskosten des Rades zu sehr vermehren. Auch darf e hinsichtlich des Nutzeffektes nicht gar zu klein sein, weil sonst das Wasser bei seinen unregelmässigen Schwankungen in den Schaufelräumen leicht gegen die Rückseiten der Schaufeln, mithin gegen die Bewegung des Rades schlägt.

γ kann nicht zu klein angenommen werden, sondern muss in der Regel, und insbesondere bei grösseren Gefällen, gross angenommen werden, damit der Halbmesser des Rades nicht zu gross ausfällt, was die Kosten des Rades zu sehr steigern würde.

ε hängt von der Genauigkeit ab, mit welcher das Rad in den Verbindungen seiner Theile angeführt wird. Bei einem sorgfältig gearbeiteten eisernen Rade mit hölzernen Schaufeln kann $\varepsilon = 0.015^m$ werden. Bei einem hölzernen Rade muss schon von vornherein ε grösser gemacht werden, weil sonst bei kleinen Aenderungen in der Form des Rades die Schaufeln an das Gerinne anschleifen würden. Im Mittel genommen darf man für sorgfältige Constructionen $\varepsilon = 0.02^m$ annehmen.

c kann ohne Anstand $= 0$ oder sehr klein gemacht werden; letzteres ist dem ersteren vorzuziehen, weil dann die äusseren Theile der Schaufeln so gestellt werden können, dass sie senkrecht aus dem Unterwasser austreten.

Hinsichtlich der vortheilhaftesten Werthe von δ, V, v und b erhalten wir ebenfalls durch die Gleichung (24) Aufschluss, wenn wir die partiellen Differenzialquotienten $\frac{d E_n}{d \delta}$, $\frac{d E_n}{d V}$, $\frac{d E_n}{d v}$ aufsuchen, jeden derselben gleich 0 setzen, und aus den sich so ergebenden Gleichungen v, V, δ zu bestimmen suchen.

Man findet:

$$\frac{d E_n}{d \delta} = 0 = -\frac{v V}{g} \sin \delta + k \frac{H - \frac{V^2}{2 g}}{V^3} \frac{3 \sin (\gamma - \delta)}{\cos^4 (\gamma - \delta)}$$

oder

$$\frac{\sin \delta \cos^4 (\gamma - \delta)}{\sin (\gamma - \delta)} = 3 g k \frac{H - \frac{V^2}{2 g}}{v V^4} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (26)$$

$$\frac{d E_n}{d V} = 0 = \frac{- V + v \cos \delta}{g} + \frac{k}{\cos^3 (\gamma - \delta)} \left(\frac{1}{g V^2} + 3 \frac{H - \frac{V^2}{2 g}}{V^4} \right)$$

oder

$$(V - v \cos \delta) \cos^3 (\gamma - \delta) = k g \frac{1}{g V^2} + 3 \left(\frac{H - \frac{V^2}{2 g}}{V^4} \right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; (27)$$

$$\frac{d E_n}{d v} = V \cos \delta - 2 v = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (28)$$

Aus (26) und (27) folgt durch Division:

$$\frac{(V - v \cos \delta) \sin (\gamma - \delta)}{\sin \delta \cos (\gamma - \delta)} = v \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\frac{V^2}{2 g}}{H - \frac{V^2}{2 g}} \right)$$

oder

$$\frac{V \sin (\gamma - \delta) - v \sin \gamma}{\sin \delta \cos (\gamma - \delta)} = v \frac{2}{3} \frac{\frac{V^2}{2 g}}{H - \frac{V^2}{2 g}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (29)$$

Durch Elimination von v aus den Gleichungen (26) und (29) vermittelst der Gleichung (28) findet man:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\sin\gamma\cos\delta - 2\cos\gamma\sin\delta}{\sin 2\delta\cos(\gamma-\delta)} = \dfrac{1}{3}\,\dfrac{\dfrac{V^2}{2g}}{H - \dfrac{V^2}{2g}} \\[2em] \dfrac{\sin 2\delta\cos^4(\gamma-\delta)}{\sin(\gamma-\delta)} = 12\,k\,g\,\dfrac{H - \dfrac{V^2}{2g}}{V^4} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

Aus diesen zwei Gleichungen müssen durch irgend eine Annäherungs-Methode die Werthe von δ und V bestimmt werden. Da vorauszusehen ist, dass der vortheilhafteste Werth von V nicht sehr gross ausfallen kann, so ist gewiss das Glied rechter Hand des Gleichheits-Zeichens in der ersten von obigen Gleichungen eine kleine Grösse; man wird also keinen merklichen Fehler begehen, wenn man

$$\sin\gamma\cos\delta - 2\cos\gamma\sin\delta = 0$$

setzt; dann ergibt sich

$$\tan\delta = \frac{1}{2}\tan\gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

wodurch die Berechnung von δ ohne Schwierigkeit geschehen kann. Kennt man den Werth von δ, und substituirt denselben in die zweite der Gleichungen (30) so kann man aus derselben V bestimmen.

Ist auch dies geschehen, so findet man aus (28)

$$v = \frac{1}{2} V \cos\delta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

und endlich aus (22)

$$\frac{b}{Q} = \frac{2g}{0{\cdot}443}\,\frac{1}{V^3\cos^3(\gamma-\delta)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

Auch der vortheilhafteste Werth von a oder von a b v liesse sich bestimmen, man müsste aber dieser Bestimmung die Gleichung (21) zu Grunde legen, weil der vortheilhafteste Werth von a auch von dem Luftwiderstand abhängt. Indess ist dieses Element von äusserst geringem Einfluss auf den Effekt, es ist daher hinreichend, wenn a so bestimmt wird, dass die Bedingung $a\,b\,v > Q$ erfüllt ist. Wir setzen also zur Bestimmung von a

$$a = \frac{2Q}{bV} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

In Bezug auf die Grösse a muss noch bemerkt werden, dass bei der Aufsuchung der partiellen Differenzialquotienten a, oder vielmehr $\frac{Q}{a\,b\,v}$, welches in k enthalten ist, als constant angesehen wurde, die erhaltenen Resultate setzen also schon voraus, dass man die Füllung des Rades von vornherein angenommen habe.

Aus den aufgefundenen Bedingungsgleichungen erkennt man zunächst, dass die vortheilhaftesten Werthe von v V, $\frac{b}{Q}$ vorzugsweise von dem Entweichen des Wassers, näm-

lich von der Grösse k abhängen. Bei einem schwach gefüllten, eng geschaufelten und genau in das Gerinne eingepassten Rade sind die Grössen ε, e, $\frac{Q}{a\,b\,v}$ und ist folglich auch k klein (25). Wenn aber k klein ist, fällt wegen der zweiten der Gleichungen (30) V und wegen der Gleichung (32) v klein aus, dagegen wird wegen (33) $\frac{b}{Q}$ sehr gross. Wäre es möglich ε unendlich klein zu machen, so würde gar V und v unendlich klein und $\frac{b}{Q}$ unendlich gross. Hieraus sieht man, dass sich die vortheilhafteste Geschwindigkeit und die vortheilhafteste Breite des Rades vorzugsweise nach der Vollkommenheit richtet, mit welcher das Rad hinsichtlich des Entweichens des Wassers konstruirt ist, und dass ein genau gearbeitetes Rad einen langsamen Gang und eine grosse Breite, ein ungenau gearbeitetes Rad eine grössere Geschwindigkeit und kleinere Breite erhalten soll. Die vortheilhaftesten Werthe von v und $\frac{b}{Q}$ ändern sich aber nicht in dem gleichen Maasse mit ε oder mit k, denn aus der zweiten der Gleichungen (30) sieht man, dass V ungefähr der fünften Wurzel aus k proportional ist, daher ändert sich auch wegen (32) v nur sehr wenig bei einer Aenderung von k. Das Verhältniss $\frac{b}{Q}$ ist dagegen der dritten Potenz von V, demnach ungefähr der $\frac{3}{5}$telsten Potenz von k verkehrt proportional. Hieraus sieht man also, dass der Einfluss der Grösse k auf die vortheilhafteste Breite des Rades viel grösser ist, als auf die vortheilhafteste Geschwindigkeit.

Auch sieht man aus dieser Untersuchung, dass die ältere Theorie der Wasserräder, welche auf das Entweichen nicht Rücksicht nimmt, oder richtiger gesprochen, welche voraussetzt, dass gar kein Entweichen statt findet, für die Bedingungen des grössten Effektes $v = V = 0$ und $\frac{b}{Q} = \infty$ geben muss, denn diese Resultate ergeben sich auch aus den aufgestellten Gleichungen wenn man $k = 0$ annimmt.

Es ist nun die Frage, ob die für δ, V, v, b erhaltenen Gleichungen zu praktisch brauchbaren Construktionsverhältnissen führen? Um dies zu entscheiden, sind numerische Rechnungen nothwendig. Die nachfolgende Tabelle enthält die Resultate solcher Rechnungen, bei welchen so verfahren wurde. Zuerst wurden die Werthe von γ angenommen; dann wurden vermittelst (31) die correspondirenden Werthe von δ gesucht. Hierauf wurde, um für H Annahmen zu machen, welche den Werthen von γ angemessen sind, für alle Räder $R = 3$ gesetzt. Dann wurden die Werthe von $H - \frac{V^2}{2\,g}$ vermittelst der Gleichung:

$$H - \frac{V^2}{2\,g} = R\,(1 - \cos\gamma)$$

bestimmt. Sodann wurde vermittelst der zweiten der Gleichungen (30) V berechnet. Die Werthe von v, $\frac{b}{Q}$ und a ergaben sich zuletzt aus den Gleichungen (32), (33), (34).

Die constanten Grössen, welche diesen Rechnungen zu Grunde gelegt wurden, sind:

$$R = 3\,,\ e = 0{\cdot}5\,,\ \frac{a\,b\,v}{Q} = 2\,,\ \varepsilon = 0{\cdot}02\,,\ g = 9{\cdot}808$$

Tabelle über die vortheilhaftesten Anordnungen von Ueberfall-Rädern.

I. Tabelle.

Nr.	γ	δ	$H - \frac{V^2}{2g}$	V	H	v	$\frac{b}{Q}$	a	s
I.	45°	26°+33'	0·89	2·42	1·188	1·080	3·86	0·48	0·24
II.	53	33°+33'	1·20	2·54	1·528	1·060	3·43	0·55	0·23
III.	60	40°+54'	1·50	2·60	1·844	0·982	3·15	0·64	0·23
IV.	70	53°+56'	2·00	2·65	2·358	0·779	2·82	0·91	0·20
V.	80	70°+34'	2·50	2·66	2·861	0·442	2·58	1·75	0·10

Zur Bestimmung der Werthe von s wurden die berechneten Räder verzeichnet, und die Wasserstände in den Schaufeln eingetragen.

Die Nutzeffekte dieser Räder sind in folgender Tabelle enthalten.

Sie wurden vermittelst der Formel (21) berechnet. Es wurde

$$Q = 1\,,\ h = 0\,,\ c = 0\,,\ f = 0{\cdot}1$$

und für die Berechnung der Zapfenreibung

$$N = 0{\cdot}75\ \frac{1000\,Q\,H}{75}$$

angenommen. Die Effekte sind in Theilen des absoluten Effektes der Wasserkraft ausgedrückt; die Zahlen, welche die Tabelle enthält, sind also die Verhältnisse zwischen den verschiedenen Effekten und dem absoluten Effekt.

II. Tabelle.

Nr.	Effekte in Prozenten des absoluten Effekts.	I.	II.	III.	IV.	V.
1	Effektverlust durch Ein- und Austritt	0·0976	0·1210	0·1269	0·1403	0·1706
2	Effektverlust durch das Entweichen des Wassers	0·1011	0·0942	0·0895	0·0836	0·0788
3	Effektverlust durch den Luftwiderstand	0·0083	0·0062	0·0044	0·0021	0·0005
4	Effektverlust durch die Wasserreibung	0·0017	0·0015	0·0011	0·0005	0·0001
5	Effektverlust durch die Zapfenreibung	0·0094	0·0101	0·0101	0·0097	0·0060
6	Summe der Effektverluste . . .	0·2181	0·2330	0·2320	0·2362	0·2560
7	Nutzeffekt der Räder wenn $h = 0$. . .	0·7819	0·7670	0·7680	0·7638	0·7440
	Nutzeffekt der Räder wenn $h = \frac{1}{2}a$. . .	0·6310	0·6770	0·6810	0·6670	0·5910

Ueber die Resultate dieser Berechnungen lassen sich folgende Bemerkungen machen.

Aus der ersten Tabelle ersieht man:

1. dass die vortheilhaftesten Geschwindigkeiten v der Räder sehr klein ausfallen, sie werden daher nur eine kleine Anzahl Umdrehungen in einer Minute machen, und man würde, da man in der Regel grose Geschwindigkeiten nothwendig hat, starke Radübersetzungen brauchen, die kostspielig und krafterschöpfend sind.

2. Dass die berechneten Räder ziemlich breit und sehr tief sind, demnach auch aus diesem Grunde etwas kostspielig würden.

Aus der zweiten Tabelle ersieht man den Betrag der einzelnen Effektverluste.

Durch Vergleichung der zwei letzten Horizontalreihen ersieht man, wie nothwendig es ist, die Anordnung so zu treffen, dass $h = 0$ wird, dass also die Wasserspiegel in dem untern Schaufelraum und im Abflusskanal gleich hoch stehen, was allerdings nur bei einem constanten Wasserstand in dem letzteren möglich ist. Die Effektverluste 3, 4, 5 sind wegen der kleinen Geschwindigkeit des Rades sehr unbedeutend. Der Effektverlust 1 steigt von 10 bis 17 Prozent, der Verlust 2 fällt von 10 bis 7 Prozent.

Relatives Maximum des Nutzeffektes.

Die im Vorhergehenden berechneten Räder sind zu breit, zu tief und gehen zu langsam, entsprechen daher nicht genug den Bedingungen, welche in der Praxis aus ökonomischen Rücksichten gestellt werden. Nun kann man aber voraussehen, dass der Nutzeffekt nicht merklich ungünstiger ausfallen könne, wenn die Radbreite etwas kleiner und der Gang etwas schneller angenommen wird, denn es gilt ja allgemein der Satz, „dass sich eine jede Funktion in der Nähe ihres Maximums nur wenig ändert.“ Wir wollen daher den Versuch machen, die Dimensionen und die Geschwindigkeit der Räder den praktischen Anforderungen gemäss anzunehmen, und die Grössen V und δ (welche auf den Preis des Rades keinen Einfluss haben, so zu bestimmen, dass E_n möglichst gross ausfällt.

Nehmen wir also an, dass in den Gleichungen (21) und (22) alle Grössen bis auf V und δ constant und gegeben seien. Differenzirt man (21) in Bezug auf V und δ und setzt $d E_n = 0$, so findet man:

$$0 = -\frac{V}{g} dV + \frac{v}{g} (\cos\delta\, dV - V \sin\delta\, d\delta) + \frac{\varepsilon b \sqrt{2ge}}{Q} \left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{abv}\right] \frac{V}{g} dV$$

oder

$$0 = \frac{v}{g} (\cos\delta\, dV - V \sin\delta\, d\delta) - \frac{V}{g} \left[1 - \frac{\varepsilon b \sqrt{2ge}}{Q} \left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{abv}\right)\right] dV$$

Nun ist aber das Produkt, welches ε als Faktor enthält, eine gegen die Einheit kleine Grösse, denn es ist für praktische Fälle $\frac{b}{Q}$ ungefähr $= 2$, $\varepsilon = 0{\cdot}02$, $\sqrt{2ge} = 3$, $\frac{Q}{abc} = 0{\cdot}5$, der Betrag dieses Produkts ist daher ungefähr $0{\cdot}1$, was gegen die Einheit vernachlässigt werden darf. Unter dieser Voraussetzung wird diese Differenzialgleichung:

$$0 = v\,(\cos\delta\,d\,V - V\,\sin\delta\,d\,\delta) - V\,d\,V \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (35)$$

differenzirt man ferner die Gleichung (22), indem man nur v und δ als veränderlich betrachtet, so findet man

$$\cos(\gamma - \delta)\;d\,V + V\,\sin(\gamma - \delta)\;d\,\delta = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (36)$$

Aus diesen Gleichungen (35) und (36) folgt:

$$V = v\,\frac{\sin\gamma}{\sin(\gamma - \delta)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (37)$$

und wenn man diesen Werth von v in (22) einführt, erhält man:

$$\frac{\sin\gamma}{\operatorname{tang}(\gamma - \delta)} + \sqrt[3]{\frac{2\,g\,Q}{0{\cdot}443\,b\,v^3}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (38)$$

Diese Gleichung bestimmt den vortheilhaftesten Werth von δ, und ist dieser bestimmt, so erhält man aus (37) den vortheilhaftesten Werth von v.

Die Gesetze, welche in diesen Formeln enthalten sind, können wiederum am besten durch die numerischen Rechnungen zur Anschauung gebracht werden, deren Resultate in den folgenden Tabellen zusammengestellt sind. Die erste Tabelle ist für die Annahme:

$$v = 1{\cdot}5\,,\; \frac{b}{Q} = 2,\; \frac{a\,b\,v}{Q} = 2\,,\; R = 3$$

auf folgende Art berechnet worden. Zuerst wurden die Winkel γ angenommen, dann wurden vermittelst der Gleichungen (37) und (38) die Werthe von δ und γ berechnet.

Zur Bestimmung von $H - \frac{V^2}{2\,g}$ und a dienten die Formeln:

$$H - \frac{V^2}{2\,g} = R\,(1 - \cos\gamma)$$

$$a = \frac{2\,Q}{v\,b}$$

Zur Berechnung der zweiten Tabelle diente die Formel (21), und es wurde gesetzt:

$$Q = 1\,,\; a = 0{\cdot}5\,,\; c = 0\,,\; \varepsilon = 0{\cdot}02\,,\; f = 0{\cdot}1.$$

III. Tabelle.

Nr. des Rades.	γ	δ	V	$H - \frac{V^2}{2g}$	H	a	s
I.	45°	24° + 38	3·047	0·879	1·353	0·666	0·23
II.	50	28° + 6	3·081	1·071	1·555	0·666	0·22
III.	55	31° + 44	3·110	1·279	1·772	0·666	0·20
IV.	60	35° + 34	3·141	1·500	2·003	0·666	0·18
V.	70	43° + 45	3·187	1·974	2·493	0·666	0·16
VI.	80	52° + 41	3·219	2·479	3·008	0·666	0·14
VII.	90	62° + 18	3·227	3·000	3·532	0·666	0·12

IV. Tabelle.

Effekte und Effektverluste in Prozenten.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Eintritt und Austritt	0.167	0·172	0·182	0·189	0·189	0·189	0·187
Entweichen des Wassers . . .	0·045	0·048	0·051	0·050	0.056	0·058	0·060
Luftwiderstand	0·014	0·012	0·011	0·009	0·008	0·006	0·005
Reibung des Wassers am Gerinne	0·004	0·004	0·004	0·004	0·003	0·003	0·003
Zapfenreibung	0·014	0·015	0·016	0·017	0·019	0·021	0·022
Summe der Effektverluste . .	0·244	0·251	0·264	0·269	0·275	0·277	0·277
Nutzeffekte wenn h = 0	0·756	0·749	0·736	0·731	0·725	0·723	0·723
Nutzeffekte wenn h = ½ a	0·633	0·642	9·642	0·647	0·658	0·668	0·674

Vergleicht man diese Tabellenwerthe mit den früher für das absolute Maximum aufgefundenen, so sieht man, dass die Differenzen in den Effekten von gar keiner Bedeutung sind. Es sind sogar einige Effekte in der Tabelle IV. grösser, als in der Tabelle II., was nicht von einer Unvollkommenheit der Theorie oder von einem Rechnungsfehler, sondern von dem Umstande herrührt, dass bei den Differenziationen die Grösse s in beiden Fällen als constant behandelt wurde.

Wir können also sagen, dass die nach dem relativen Maximum berechneten Räder hinsichtlich des Effektes eben so gut, wegen ihrer grösseren Geschwindigkeit und kleineren Breite aber besser sind, als die Räder, welche früher nach den Bedingungen des absoluten Maximums des Effekts berechnet wurden.

Auffallend ist auch hier wiederum der Einfluss von h, insbesondere bei den kleineren Gefällen.

Das Brustrad mit Coulisseneinlauf.

Nutzeffekt des Rades und Halbmesser.

Bei diesem Rade kommen wiederum die gleichen Effektverluste vor, wie bei den zwei vorhergehenden; der Nutzeffekt ist also auch hier wie dort:

$$\left.\begin{aligned} E_n = {} & 1000\,Q\left[H - \frac{1}{2}h - \frac{V^2}{2g} + \frac{v\,(V\cos\delta - v)}{g}\right] \\ & - 1000\,Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + c\sin(\gamma - \beta) - s\right] \\ & - 1000\,\varepsilon\, b\sqrt{2ge}\left[H - \frac{V^2}{2g}\right]\left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right] \\ & - 0{\cdot}188\; i\, a\, b\, v^3 \\ & - 0{\cdot}366\; b\, S\, v^3 \\ & - 7{\cdot}64\,\frac{v}{R}\, f\, N\sqrt{N} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

Auch für den Halbmesser des Rades ist, wie bei den zwei vorhergehenden Rädern:

$$R = \frac{H - \frac{V^2}{2g} + \frac{Q}{b\,v} - h}{1 - \cos\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

Gleichung für die Wassermenge.

Wir nehmen an, dass alle Coulissen dem Umfang des Rades unter dem gleichen Winkel δ begegnen, und dass der Wasserspiegel im Zuflusskanale gar nicht oder nur wenig höher stehe, als die oberste Leitfläche. Unter dieser Voraussetzung findet man leicht nach dem gewöhnlichen Verfahren, nach welchem die Wassermenge bei Ueberfällen berechnet wird, folgenden Ausdruck:

$$Q = \frac{0{\cdot}443}{2g}\, b\, \frac{\sin\delta}{\sin\gamma}\, V^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

Vortheilhaftester Effekt eines bestehenden Rades.

Bei einem bestehenden Rade können nur zwei Grössen, nämlich die Wassermenge Q und die Geschwindigkeit v des Rades veränderlich sein, und man kann sich die Frage vorlegen, wie diese Grössen genommen werden müssen, damit das Verhältniss $\frac{E_n}{1000\,Q\,H}$ zwischen dem Nutzeffekte und dem absoluten Effekte möglichst gross ausfällt.

Vernachlässigt man in der Gleichung (39) die drei letzten Glieder, welche, wie die früheren numerischen Rechnungen gezeigt, nur einen sehr kleinen Werth haben; vernachlässigt man ferner in dem Gliede, welches sich auf das Entweichen bezieht $\frac{V^2}{2g}$ gegen H, und setzt in dem gleichen Gliede für Q den Werth, welchen die Gleichung (41) darbietet, so kann (39) geschrieben werden, wie folgt:

$$\frac{E_n}{1000\,Q\,H} = \frac{1}{H}\left[H - \frac{1}{2}h - \frac{V^2}{2g} + \frac{v\,(V\cos\delta - v)}{g}\right]$$
$$-\frac{1}{H}\left(\frac{e}{2}\sin\gamma + c\sin(\gamma-\beta) - s\right)$$
$$-\varepsilon b\sqrt{2ge}\left(\frac{2\times 0{\cdot}43\, g\sin\gamma}{0{\cdot}443\, b\sin\delta\, V^3} + \frac{0{\cdot}26}{a\,b\,v}\right)$$

Berechnet man die partiellen Differenzialquotienten $\frac{dE_n}{dV}$, $\frac{dE_n}{dv}$ und stets jeden derselben $= 0$, so erhält man zur Bestimmung der vortheilhaftesten Werthe von V und v folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{V}{\cos\delta} - \frac{k}{V^4} \\ V &= \frac{2v}{\cos\delta} = \frac{k_1}{v^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

in welchen der Kürze wegen gesetzt wurde:

$$\left.\begin{aligned} k &= \frac{6\times 0{\cdot}43\, g^2 \sin\gamma\, \varepsilon\sqrt{2ge}}{0{\cdot}443\sin\delta\cos\delta}\, H \\ k_1 &= \frac{0{\cdot}26\, g\, \varepsilon\sqrt{2ge}}{a\cos\delta}\, H \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

Aus den Gleichungen (42) folgt durch Elimination von v:

$$V\left(\frac{V}{\cos\delta} - \frac{k}{V^4}\right)^2 = \frac{2}{\cos\delta}\left(\frac{V}{\cos\delta} - \frac{k}{V^4}\right)^3 - k_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

woraus V durch Annäherung bestimmt werden muss. Ist dies geschehen, so ergibt sich weiter v durch die erste der Gleichungen (42) und Q durch (41). Dieses relative Maximum ist aber nur dann möglich, wenn $a\,b\,v \gtreqqless Q$ ausfällt.

Es sei z. B.

$$b = 2,\ \gamma = 70^\circ,\ \delta = 40,\ \varepsilon = 0{\cdot}02,\ e = 0{\cdot}5,\ a = 0{\cdot}5,\ H = 3$$

so wird:

$$k = 200,\ k_1 = 1{\cdot}046$$

und

$$V = 3{\cdot}2,\ v = 2{\cdot}17$$

Dieses Rad gibt also bei ziemlich raschem Gange und schwacher Füllung den vortheilhaftesten Effekt. Indessen gilt auch hier wiederum, was früher schon als allgemeiner Grundsatz ausgesprochen wurde, dass sich der Nutzeffekt immer nur wenig von seinem vortheilhaftesten Werthe entfernt, so lange die Bedingungen dieses Werthes nur ungefähr erfüllt sind. Die Wassermenge und die Geschwindigkeit können also z. B. bei dem so eben berechneten Rade bedeutend grösser oder kleiner sein, als durch die Rechnung gefunden wurde, ohne dass desshalb der Nutzeffekt wesentlich ungünstiger würde.

Aus den Gleichungen (42) und (43) sieht man, dass sich V und v oder Q und v in dem gleichen Sinne ändert wie ε. Für ein in das Gerinne sehr genau eingepasstes Rad fällt daher Q und v kleiner aus, als für ein in dieser Hinsicht ungenau ausgeführtes Rad, und wenn $\varepsilon = 0$ gemacht werden könnte, würde der Effekt am günstigsten werden, wenn Q, V und v gleich 0 wären.

Bedingungen des absoluten Maximums des Effektes für ein zu erbauendes Rad.

Damit für bestimmte Werthe von Q und H, E_n möglichst gross ausfällt, sollen wiederum, wie bei den zwei vorhergehenden Rädern h c, γ, e möglichst klein genommen werden, und es gelten auch hier die Bemerkungen, welche früher hinsichtlich dieser Grössen gemacht worden sind. Was die Grössen V, v, δ betrifft, so lassen sich ihre vortheilhaftesten Werthe wiederum analytisch bestimmen, wenn man mit Rücksicht auf die Gleichung (41) die Bedingungsgleichungen

$$\frac{d E_n}{d V} = 0, \quad \frac{d E_n}{d v} = 0, \quad \frac{d E_n}{d \delta} = 0$$

berechnet, und aus denselben V, v, δ aufsucht.

Vernachlässigt man in der Gleichung (39) die drei letzten Glieder, substituirt für b den Werth, welcher sich aus (41) ergibt, und setzt der Kürze wegen:

$$\varepsilon \sqrt{2 g e} \left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{a\ b\ v}\right] \frac{2 g}{0{\cdot}443} = k \quad \ldots \ldots \ldots \quad (45)$$

so erhält man:

$$E_n = 1000\,Q \left\{ \begin{array}{c} H - \dfrac{V^2}{2 g} - \dfrac{1}{2} h + \dfrac{v (V \cos \delta - v)}{g} \\[2ex] - \left[\dfrac{e}{2} \sin \gamma + c \sin (\gamma - \beta) - s\right] - k \dfrac{\sin \gamma}{\sin \delta} \dfrac{H - \dfrac{V^2}{2 g}}{V^3} \end{array} \right\}$$

in welcher Gleichung alle Grössen von einander unabhängig sind.

Hieraus findet man:

$$\frac{d E_n}{d \delta} = 0 = - \frac{v V}{g} \sin \delta + k \sin \gamma \frac{H - \dfrac{V^2}{2 g}}{V^3} \frac{\cos \delta}{\sin^2 \delta}$$

oder:

$$\frac{\sin^3 \delta}{\cos \delta} = g\, k \sin \gamma \; \frac{H - \frac{V^2}{2\,g}}{v\, V^4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

ferner findet man:

$$\frac{d\, E_n}{d\, V} = 0 = \frac{v \cos \delta - V}{g} - k \left[\frac{- V^3 \frac{V}{g} - \left(H - \frac{V^2}{2\,g}\right) 3\, V^2}{V^6} \right] \frac{\sin \gamma}{\sin \delta}$$

oder:

$$(V - v \cos \delta) \sin \delta = g\, k \sin \gamma \left(3 \; \frac{H - \frac{V^2}{2\,g}}{V^4} + \frac{1}{g\, V^2} \right) \quad \ldots\ldots \quad (47)$$

endlich ist:

$$\frac{d\, E_n}{d\, v} = 0 = V \cos \delta - 2\, v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

Durch Division von (46) und (47) findet man:

$$\frac{(V - v \cos \delta) \cos \delta}{\sin^2 \delta} = v \left(3 + 2 \; \frac{\frac{V^2}{2\,g}}{H - \frac{V^2}{2\,g}} \right)$$

und wenn aus dieser Gleichung v vermittelst (48) eliminirt wird, folgt nach einigen einfachen Reduktionen

$$\sin^2 \delta = \frac{1}{2} \left(\frac{H - \frac{V^2}{2\,g}}{H} \right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

Durch Elimination von v aus (46) und (48) findet man ferner:

$$\sin^3 \delta = 2\, g\, k \sin \gamma \; \frac{H - \frac{V^2}{2\,g}}{V^5}$$

Eliminirt endlich δ aus diesen zwei letzten Gleichungen, so erhält man zur Bestimmung von V folgende Gleichung:

$$\left(H - \frac{V^2}{2\,g}\right)^{\frac{1}{2}} V^5 = 2^{\frac{5}{2}}\, g\, k \sin \gamma\, H^{\frac{3}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (50)$$

Ist V bestimmt, so ergibt sich ferner aus (49)

$$\sin \delta = \sqrt{\frac{1}{2} \; \frac{H - \frac{V^2}{2\,g}}{H}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

und aus (48)

$$v = \frac{1}{2}\, V \cos \delta$$

endlich aus (41)

$$\frac{b}{Q} = \frac{2\,g}{0{\cdot}443}\;\frac{\sin\gamma}{\sin\delta}\;\frac{1}{V^3} \;\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

Die folgenden Tabellen enthalten die Dimensionen und die Effekte von 4 Rädern, welche nach den Gleichungen (50), (51), (52) und (39) berechnet worden sind. Bei dieser Berechnung wurden zuerst die Werthe von H angenommen, dann wurden die Winkel γ so gewählt, dass R für jedes der 4 Räder ungefähr = 3 Meter ausfiel. Zur Berechnung von a wurde $\frac{a\,b\,v}{Q} = 2$ gesetzt. s wurde durch Zeichnung der Räder gefunden. Bei der Berechnung der Effekte wurde $\varepsilon = 0{\cdot}02$, $f = 0{\cdot}1$, $Q = 1$ angenommen. Um auch hier wiederum zu zeigen, wie wichtig es ist, dass $h = 0$ gemacht werde, ist in den letzten zwei horizontalen Reihen der Nutzeffekt der Räder sowohl für $h = 0$ als auch für $h = \frac{a}{2}$ berechnet.

I. Tabelle.

Nr. des Rades.	H	V	v	δ	γ	$\frac{b}{Q}$	a	s	$H - \frac{V^2}{2g}$
I.	2	2·81	1·089	39°+12′	60°	2·88	0·638	0·22	1·597
II.	2·5	2·98	1·145	39°+47′	70°	2·59	0·674	0·20	2·047
III.	3	3·12	1·191	40°+14′	90°	2·38	0·705	0·13	2·503
IV.	4	3·20	1·203	41°+15′	120°	1·87	0·889	0·10	3·478

II. Tabelle.

Effekte in Prozenten.	I.	II.	III.	IV.
Ein- und Austritt	0·139	0·141	0·157	0·123
Entweichen des Wassers	0·056	0·057	0·058	0·061
Luftwiderstand	0·005	0·004	0·004	0·003
Reibung des Wassers	0·002	0·002	0·002	0·001
Zapfen-Reibung	0·012	0·015	0·016	0·019
Summe der Effektverluste	0·214	0·219	0·237	0·207
Nutzeffekte wenn $h = 0$	0·786	0·787	0·763	0·793
Nutzeffekte wenn $h = \frac{a}{2}$	0·906	0·718	0·704	0·738

Diese Resultate weichen zwar nicht weit von denjenigen ab, welche früher Tabelle I. und II. für die Ueberfallsräder erhalten wurden, im Allgemeinen stellen sich aber

doch die Coulissenräder vortheilhafter dar, denn die Radbreiten sind etwas kleiner, die Geschwindigkeiten sind grösser, und die Effekte sind im Allgemeinen etwas günstiger.

Für die kleineren Gefälle bis zu $\gamma = 90^0$ erscheinen beide Anordnungen ungefähr gleich gut, wenn aber für grössere Gefälle $\gamma > 90^0$ genommen werden muss, damit das Rad nicht zu gross ausfällt, so ist das Coulissenrad entschieden dem Ueberfallsrade vorzuziehen, denn bei diesem letzteren sind die Bedingungen des absoluten Maximums gar nicht mehr realisirbar, so wie $\gamma > 90^0$, weil dann der vortheilhafteste Werth von v negativ ausfällt.

Weil nun das Ueberfallrad eine etwas einfachere Anordnung ist als das Coulissenrad, so kann man also ersteres für kleinere Gefälle bis zu $2{\cdot}5^m$, letztere aber für grössere Gefälle von 2·5 bis zu $4{\cdot}5^m$ anwenden.

Relatives Maximum für ein zu erbauendes Coulissenrad.

Bei den im Vorhergehenden berechneten Rädern ist die Breite etwas zu gross und die Geschwindigkeit etwas zu klein ausgefallen, man kann daher auch hier wiederum v und b so wie überhaupt die Dimensionen des Rades annehmen, und die Grössen V und δ, welche auf den Preis des Rades keinen Einfluss haben, möglichst vortheilhaft zu bestimmen suchen.

Differenzirt man die Gleichung (39) in Bezug auf δ und V, und vernachlässigt dabei in dem Gliede, welches sich auf das Entweichen des Wassers bezieht, $\frac{V^2}{2g}$ gegen H, so findet man:

$$d E_n = 0 = -\frac{V v}{g} \sin\delta \, d\delta + \frac{v \cos\delta - V}{g} \, d V$$

Differenzirt man ferner die Gleichung (41) in Beziehung auf dieselben Grössen und setzt $d Q = 0$, weil von dem Effekt für eine bestimmte Wassermenge die Rede ist, so findet man

$$d Q = 0 = 3 V^2 \sin\delta \, d V + V^3 \cos\delta \, d\delta$$

Aus diesen zwei Differenzialausdrücken folgt:

$$V = v \frac{1 + 2\sin^2\delta}{\cos\delta} \quad \text{.} \quad (53)$$

und wenn man diesen Werth in (41) einführt, ergibt sich zur Bestimmung des vortheilhaftesten Werthes von δ folgende Gleichung:

$$\frac{2 g Q \sin\gamma}{0{\cdot}443\, b\, v^3} = \sin\delta \left(\frac{1 + 2\sin^2\delta}{\cos\delta}\right)^3 \quad \text{.} \quad (54)$$

Ist dieser Werth von δ bestimmt, so gibt dann (53) den correspondirenden Werth von V.

Nimmt man für γ zwei Winkel an, die sich zu 180° ergänzen, (z. B. 60 und 120°), so gibt die Gleichung (54) für beide gleich grosse Werthe für δ, und da V nicht von γ,

sondern nur von δ abhängt, so entsprechen jenen zwei Werthen von γ auch gleich grosse Werthe von V. Hieraus geht hervor, dass es jederzeit zwei Anordnungen von Rädern gibt, die hinsichtlich der vortheilhaftesten Werthe von V und δ übereinstimmen.

Die beiden folgenden Tabellen enthalten die Resultate über mehrere, nach den vorhergehenden Formeln berechnete Räder. Dabei ist für alle Räder

$$R = 3\,,\; e = 0{\cdot}5^{m}\,,\; \frac{a\,b\,v}{Q} = 2\,,\; v = 1{\cdot}5\,,\; b = 2\,,\; Q = 1\,,\; f = 0{\cdot}1$$

angenommen worden. Zur Vereinfachung der Rechnung wurde ferner der Werth von δ angenommen, und der entsprechende Werth von γ gesucht. Die rückschlächtigen Anordnungen sind nicht berechnet worden.

Tabelle über die Abmessungen.

Nr.	δ	γ	V	$\frac{V^2}{2g}$	H	a	s
I.	30	22° + 13′	2·60	0·344	0·567	0·666	0·12
II.	32	28° + 48′	2·76	0·383	0·754	0·666	0·15
III.	34	37° + 47′	2·94	0·441	1·070	0·666	0·19
IV.	36	51° + 21′	3·14	0·503	1·629	0·666	0·23
V.	37	61° + 44′	3·24	0·535	2·114	0·666	0·20
VI.	38	84° + 4′	3·35	0·572	3·262	0·666	0·17
VII.	38°+16	90° + 0′	3·38	0·582	3·582	0·666	0·14

Tabelle über die Effekte.

Effekte in Prozenten.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Ein- und Austritt	0·359	0·298	0·244	0·190	0·184	0·146	0·144
Entweichen	0·028	0·034	0·042	0·048	0·050	0·057	0·059
Luftwiderstand	0·033	0·025	0·018	0·012	0·009	0·006	0·005
Wasserreibung	0·004	0·005	0·004	0·004	0·004	0·003	0·003
Zapfenreibung	0·010	0·011	0·013	0·016	0·018	0·023	0·024
Summe der Effektverluste . .	0·434	0·373	0·321	0·270	0·265	0·235	0·235
Nutzeffekte wenn h = 0 . .	0·566	0·627	0·679	0·730	0·735	0·765	0·765
Nutzeffekte wenn h = ½ a . .	0·283	0·406	0·523	0·628	0·656	0·714	0·718

Das rückschlächtige Zellenrad mit Coulisseneinlauf und Kreisgerinne.

Gleichungen für die Wassermenge, den Halbmesser des Rades und für den Nutzeffekt.

Für dieses Rad ist offenbar wie bei dem vorhergehenden:

$$Q = \frac{0{\cdot}443}{2\,g}\, b \,\frac{\sin \delta}{\sin \gamma}\, V^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

$$R = \frac{H - \frac{V^2}{2\,g} + \frac{Q}{b\,v} - h}{1 - \cos \gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

Zur Berechnung des Nutzeffektes hat man ferner:
Effektverlust, welcher bei dem Eintritt entsteht:

$$1000\,\frac{Q}{2\,g}\left[V^2 - 2\,V\,v\,\cos\delta + v^2\right] + 1000\,Q\left[\frac{e}{2}\,\sin\gamma + e\,\sin(\gamma - \beta) - s\right]$$

Effektverlust, welchen das Entweichen des Wassers durch den Spielraum an den Zellenkanten verursacht. (Vermöge 49 Seite 57)

$$464\,\varepsilon\,R\,\sqrt{2\,g\,e}\;\frac{Q}{a\,b}$$

Effektverlust, welcher bei dem Austritt des Wassers entsteht:

$$1000\,Q\left(\frac{v^2}{2\,g} + \frac{1}{2}\,h\right)$$

Effektverlust, welcher durch die Reibung des Wassers an dem Gerinne entsteht

$$0{\cdot}366\;b\,S\,v^3$$

Effektverlust, welchen die Zapfenreibung verursacht

$$7{\cdot}63\,\frac{v}{R}\,f\,N_n\sqrt{N_n}$$

Der Luftwiderstand kann bei einem Zellenrade vernachlässigt werden; wir erhalten daher für den Nutzeffekt folgenden Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned}E_n = 1000\,Q & \left[H - \frac{V^2}{2g} - \frac{1}{2}\,h + \frac{v\,(V\cos\delta - v)}{g}\right] \\ & - 1000\,Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + c\sin(\gamma - \beta) - s\right] \\ & - 464\,\varepsilon\sqrt{2ge}\;R\,\frac{Q}{a\,v} \\ & - 0{\cdot}366\,b\,S\,v^3 \\ & - 7{\cdot}63\,\frac{v}{R}\,f\,N\sqrt{N}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (57)$$

Vergleichung zwischen Schaufelrädern und Zellenrädern.

Der Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht, ist bei einem Zellenrade grösser; jener, welcher durch das Entweichen des Wassers entsteht, ist dagegen kleiner, als bei einem Schaufelrade

Denkt man sich zwei Anordnungen von Rädern, die sich nur allein darin unterscheiden, dass das eine mit radialen Schaufeln, das andere aber mit Zellen versehen ist, in jeder andern Hinsicht aber übereinstimmen, so ist nun die Frage, welches von beiden den bessern Effekt geben wird?

Unter dieser Voraussetzung haben die Grössen H, Q, V, v, b, R, γ, a, δ, e für beide Räder ganz übereinstimmende Werthe. Wenn wir die Glieder, welche sich auf den Luftwiderstand und auf die Wasserreibung beziehen, vernachlässigen, so findet man, dass der Nutzeffekt des Schaufelrades grösser ausfällt, als jener des Zellenrades, so lange

$$Q\left(\frac{e}{2}\sin\gamma - s\right) + \varepsilon\,b\sqrt{2ge}\left(H - \frac{V^2}{2g}\right)\left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right) <$$

$$Q\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + c\sin(\gamma - \beta) - s_1\right] + 0{\cdot}464\,\varepsilon\,R\sqrt{2ge}\,\frac{Q}{a\,v}$$

wobei für das Zellenrad s_1 statt s gesetzt wurde, weil unter den gemachten Voraussetzungen die Werthe von s für die zwei Anordnungen nicht genau übereinstimmen können.

Setzt man in dem zweiten Gliede dieser Gleichung für $H - \frac{V^2}{2g}$ den Annäherungswerth, welcher sich aus der Gleichung

$$R = \frac{H - \frac{V^2}{2g}}{1 - \cos\gamma}$$

ergibt, so findet man aus derselben:

$$R < \frac{Q}{\varepsilon b \sqrt{2ge}} \frac{c \sin(\gamma - \beta) + s - s_1}{\left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{a b v}\right)(1 - \cos\gamma) - 0{\cdot}464 \frac{Q}{a b v}}$$

als Bedingung, bei deren Erfüllung das Schaufelrad dem Kübelrade vorzuziehen ist. Um also in einem vorliegenden Falle zu entscheiden, ob ein Rad mit Schaufeln oder mit Zellen versehen werden soll, muss man den Ausdruck rechter Hand des Zeichens $<$ berechnen. Findet man einen Werth, der grösser als R, so sind Schaufeln zu nehmen, fällt der Werth kleiner als R aus, so sind Zellen zu nehmen; findet man endlich einen Werth gleich R, so ist es gleichgiltig, ob man Zellen oder Schaufeln nimmt. Die numerischen Rechnungen zeigen, dass bei kleinen Gefällen bis zu 5^m die Schaufeln, bei grösseren Gefällen von 5^m und darüber die Zellen den Vorzug verdienen.

Bedingungen für das absolute Maximum des Nutzeffektes eines Zellenrades mit Kreisgerinne und Coulisseneinlauf.

Vernachlässigt man die zwei letzten Glieder des Ausdrucks für den Nutzeffekt, setzt für c seinen Werth

$$c = \frac{a}{2 \sin\beta}$$

und für R den Annäherungswerth

$$R = \frac{H}{1 - \cos\gamma}$$

welcher sich aus (56) ergibt, wenn man $-\frac{V^2}{2g} + \frac{Q}{bv} - h$ und H vernachlässigt, so findet man:

$$E_n = 1000\, Q \left\{ \begin{array}{c} H - \frac{V^2}{2g} - \frac{1}{2} h + \frac{v(V\cos\delta - v)}{g} - \\ - \left[\frac{e}{2} \sin\gamma + \frac{a}{2} \frac{\sin(\gamma-\beta)}{\sin\beta} - s\right] - \frac{0{\cdot}464\, \varepsilon \sqrt{2ge}}{a v} \frac{H}{1 - \cos\gamma} \end{array} \right\}$$

Um aus diesem Ausdruck die Bedingungen des grössten Effekts abzuleiten, erlauben wir uns wiederum, s als eine constante Grösse zu behandeln. Dadurch entsteht zwar ein kleiner Fehler, denn s ist nicht constant, sondern ist vielmehr eine sehr zusammengesetzte und sogar discontinuirliche Function von sehr vielen Grössen, deren Berücksichtigung zu enorm weitläufigen mit der geringen Wichtigkeit der Sache in keinem Verhältniss stehenden Rechnungen führen würde. Wenn wir aber von s absehen, so können wir alle in der letzten Gleichung erscheinenden Grössen als unabhängig von einander betrachten, und es folgt dann zunächst, dass für den grössten Effekt h, δ und e möglichst klein oder gleich Null genommen werden sollen, was nur hinsichtlich h möglich ist.

Zur Berechnung der vortheilhaftesten Werthe der übrigen Grössen findet man, wenn man die partiellen Differenzialquotienten

$$\frac{d E_n}{d a}, \quad \frac{d E_n}{d v}, \quad \frac{d E_n}{d V}, \quad \frac{d E_n}{d \gamma}$$

berechnet und sie gleich Null setzt, folgende Ausdrücke:

$$a^5 = \frac{8}{g} (1 + \sin^2 \delta) \left[\frac{\sin \beta}{\sin (\gamma - \beta)}\right]^3 \left[\frac{0{\cdot}464 \, \varepsilon \sqrt{2 g e} \, H}{1 - \cos \gamma}\right]^2$$

$$v = \frac{0{\cdot}928 \, \varepsilon \sqrt{2 g e} \, H \sin \beta}{a^2 (1 - \cos \gamma) \sin (\gamma - \beta)}$$

$$V = v \cos. \delta$$

$$\frac{c}{a} \cos \gamma + \operatorname{cotg} \frac{1}{2} \gamma = \operatorname{cotg} \beta$$

Ein einziges numerisches Beispiel wird genügen, um zu beweisen, dass diese Relationen zu praktisch unbrauchbaren Constructionsverhältnissen führen.

Nehmen wir an $\frac{a}{e} = 1$, $\beta = 26^0$, so findet man aus der letzten dieser Gleichungen für den vortheilhaftesten Werth von γ

$$\gamma = 63^0 + 30'$$

Diesem Winkel entspricht aber ein sehr grosser Radhalbmesser, denn nach der früheren Vergleichung zwischen Zellen- und Schaufelrädern sind die ersteren nur bei grösseren Gefällen empfehlenswerth; wir müssen also, wenn von einem Zellenrade die Rede ist, ein ziemlich grosses Gefälle von wenigstens 5^m annehmen; dann wird aber: für

$$H = 5^m$$

$$\gamma = 63^0 + 30'$$

$$R = \frac{H}{1 - \cos \gamma} = 9^m$$

Man muss also zunächst auf die Realisirung der Gleichung für γ verzichten, was übrigens von keinem grossen Nachtheil ist, indem der Werth von γ, so lange derselbe innerhalb gewisser Grenzen bleibt, nur einen unbedeutenden Einfluss auf den Effekt hat. Aber selbst dann, wenn man für γ einen praktisch brauchbaren Werth, z. B. 126^0 annimmt, wird man durch die übrigen Gleichungen auf unzulässige Resultate geführt. Setzt man z. B.

$$\gamma = 126, \ \beta = 26, \ \delta = 20, \ \varepsilon = 0{\cdot}02, \ H = 6{\cdot}35, \ \sqrt{2 g e} = 3,$$

so findet man:

$$R = 4\,,\ a = 0{\cdot}25\,,\ v = 1{\cdot}51\,,\ V = 1{\cdot}419\,,\ \frac{b}{Q} = 5{\cdot}3$$

und man sieht, dass das Rad eine beträchtliche Breite erhielte.

Da nun die Bedingungen des absoluten Maximums nicht realisirbar sind, so wollen wir nun versuchen, durch relative Maxima zu guten und brauchbaren Rädern zu kommen.

Erstes relatives Maximum.

Suchen wir zuerst die vortheilhafteste Geschwindigkeit eines Rades von gegebenen Abmessungen. In diesem Falle sind in dem Ausdruck für den Effekt alle Grössen bis auf v gegeben, und man findet, dass für den vortheilhaftesten Werth derselben

$$\frac{V\cos\delta - 2v}{g} + \frac{0{\cdot}464\ \varepsilon\sqrt{2\,g\,e\,H}}{a\,v^2\,(1-\cos\gamma)} = 0$$

ist, woraus v durch Versuchen gefunden werden kann. Man sieht, dass $v > \frac{1}{2}\,V\cos\delta$ ausfällt.

Es sei z. B.

$$V = 3\,,\ \delta = 20^\circ,\ \varepsilon = 0{\cdot}02\,,\ e = 0{\cdot}4\,,\ H = 4\,,\ \gamma = 120^\circ,\ a = 0{\cdot}4\,,$$

und dann findet man: $v = 1{\cdot}7^m$.

Bemerkenswerth ist, dass der Werth von $\frac{E_n}{1000\,Q\,H}$ innerhalb sehr weit von einander entfernten Grenzen unabhängig von Q ist. Ein rückschlächtiges Zellenrad mit Kreisgerinne gibt also bei grösseren und kleineren Wassermengen immer einen gleich günstigen Effekt. Dies gilt aber nur so lange, als die Füllung des Rades nicht diejenige Grenze erreicht hat, bei welcher durch die Luftspalten der Zellen Wasser ausspritzt.

Zweites relatives Maximum.

Betrachten wir $H, Q, b, \gamma, \delta, \beta$ als gegeben, so ergibt sich zunächst:

$$V = \sqrt[3]{\frac{2\,g}{0{\cdot}443}\ \frac{Q}{b}\ \frac{\sin\gamma}{\sin\delta}}$$

es blieben also in der Gleichung für den Effekt nur noch v und a zu bestimmen.

Berechnet man die Differenzialquotienten $\frac{d\,E_n}{d\,v}$, $\frac{d\,E_n}{d\,a}$, und setzt dieselben gleich Null, so erhält man zwei Gleichungen, aus welchen sich zur Berechnung der vortheilhaftesten Werthe von a und v ohne Schwierigkeit folgende Ausdrücke ableiten lassen:

$$(2\,v - V\cos\delta)^2\,v^3 = \frac{1}{2}\ g^2\,0{\cdot}464\ \varepsilon\sqrt{2\,g\,e}\ H\ \frac{\sin(\gamma-\beta)}{\sin\beta\ (1-\cos\gamma)}$$

$$a = \frac{0{\cdot}464\ \varepsilon\,g\sqrt{2\,g\,e\,H}}{(2\,v - V\cos\delta)\,v^2\,(1-\cos\gamma)}$$

Nehmen wir an:

$$\frac{Q}{b} = \frac{1}{4 \cdot 4}, \ \gamma = 120^{\circ}, \ \delta = 20, \ \beta = 26, \ e = 0 \cdot 4, \ \varepsilon = 0 \cdot 2, \ H = 5^{m}$$

so findet man:

$$V = 3, \ v = 2 \cdot 01, \ a = 0 \cdot 21, \ \frac{a\,b\,v}{Q} = 1 \cdot 86$$

Drittes relatives Maximum.

Man kann die Bedingung stellen, dass für eine gegebene Füllung $\left(\frac{a\,b\,v}{Q}\right)$ des Rades, die Grössen v V, a b möglichst vortheilhaft bestimmt werden sollen.

Die Gleichungen, welche zur Lösung dieser Aufgabe führen, sind:

$$E_n = 1000\,Q \left\{ \begin{array}{c} H - \frac{V^2}{2\,g} - \frac{1}{2}\,h + \frac{v\,(V \cos \delta - v)}{g} \\ - \left(\frac{e}{2} \sin \gamma + \frac{a}{2} \frac{\sin (\gamma - \beta)}{\sin \beta} - s\right) - \frac{0 \cdot 464\ \varepsilon \sqrt{2\,g\,e\,R}}{m\,Q}\,b \end{array} \right\}$$

$$a\,b\,v = m\,Q$$

$$b\,V^3 = \frac{2\,g}{0 \cdot 443}\,Q\,\frac{\sin \gamma}{\sin \delta}$$

wobei m die Zahl bezeichnet, durch welche die Füllung des Rades ausgedrückt wird.

Differenzirt man diese drei Gleichungen, indem man dabei H, Q, h, δ, e, γ, R, m als constant behandelt, so findet man:

$$0 = \left(-\frac{V}{g} + \frac{v \cos \delta}{g}\right) d\,V + \frac{V \cos \delta - 2\,v}{g}\,d\,v - \frac{1}{2}\,\frac{\sin (\gamma - \beta)}{\sin \beta}\,d\,a - \frac{0 \cdot 464\ \varepsilon \sqrt{2\,g\,e\,R}}{m\,Q}\,d\,b$$

$$a\,b\,d\,v + a\,v\,d\,b + v\,b\,d\,a = 0$$

$$V\,d\,b + 3\,b\,d\,V = 0$$

Aus den zwei letzteren Gleichungen $d\,V$ und $d\,a$ gesucht, in die erste eingeführt, und die Faktoren von $d\,b$ und $d\,v$ gleich Null gesetzt, so findet man folgende Bedingungsgleichungen:

$$\frac{V \cos \delta - 2\,v}{g} + \frac{1}{2}\,\frac{a}{v}\,\frac{\sin (\gamma - \beta)}{\sin \beta} = 0$$

$$\frac{1}{3}\,\frac{V - v \cos d}{g}\,\frac{V}{b} + \frac{1}{2}\,\frac{a}{b}\,\frac{\sin (\gamma - \beta)}{\sin \beta} - \frac{0 \cdot 464\ \varepsilon \sqrt{2\,g\,e\,R}}{m\,Q} = 0$$

Aus diesen Gleichungen findet man ohne Schwierigkeiten zur Bestimmung von v, V, a, b folgende Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{4\left(2 - \frac{V}{v}\cos\delta\right)\sin\beta}{m\sin(\gamma-\beta)} = 0{\cdot}443\,\frac{\sin\delta}{\sin\gamma}\left(\frac{V}{v}\right)^3 \\
&V^5 = \frac{0{\cdot}464\,\varepsilon\,\sqrt{2\,g\,e}\,R\,2\,g^2\sin\gamma}{0{\cdot}443\,m\sin\delta\left[\frac{1}{3}\left(1-\frac{v}{V}\cos\delta\right)-\frac{v}{V}\left(\cos\delta-2\,\frac{v}{V}\right)\right]} \\
&a = \frac{2\,v\,(2\,v - V\cos\delta)\sin\beta}{g\sin(\gamma-\beta)} \\
&b = \frac{m\,Q}{a\,b}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (58)$$

Die erste Gleichung bestimmt das Verhältniss $\frac{V}{v}$, und dieses ist unabhängig von dem Entweichen des Wassers und von der Wassermenge Q. Ist $\frac{V}{v}$ bekannt, so gibt die zweite Gleichung V, und bestimmt sich v durch $v = V\left(\frac{v}{V}\right)$. Der Werth von V hängt, wie man sieht, von dem Entweichen des Wassers ab; jedoch nur sehr wenig, denn V ist der fünften Wurzel aus ε und der zehnten Wurzel aus e proportional.

Wenn $\varepsilon = 0$ gemacht werden könnte, würde $V = 0$ und folglich auch $v = 0$, $a = 0$ und $b = \infty$. Grosse Breite, geringe Tiefe und langsamer Gang sind demnach die Bedingungen eines hinsichtlich des Entweichens von Wasser sehr genau gearbeiteten Kübelrades. Setzen wir, um ein numerisches Beispiel zu berechnen:

$$\delta = 20\,,\ \beta = 26\,,\ \gamma = 120^0,\ R = 4\,,\ m = 2\,,\ \varepsilon = 0{\cdot}02\,,\ e = 0{\cdot}4$$

so geben die Gleichungen (58)

$$\frac{V}{v} = 1{\cdot}478\,,\ V = 2{\cdot}681\,,\ v = 1{\cdot}813\,,\ a = 0{\cdot}179,\ \frac{b}{Q} = 6{\cdot}15$$

Die Breite ist etwas grösser, die Tiefe bedeutend kleiner und der Gang etwas schneller als bei den bestehenden Rädern.

Viertes relatives Maximum.

Wir wollen noch die Bedingungen stellen, dass, nebst einer bestimmten Füllung, zwischen Breite und Tiefe ein gewisses Verhältniss statt finden soll, und unter dieser Voraussetzung die unbestimmt bleibenden Grössen V, v, a, möglichst vortheilhaft zu bestimmen suchen.

In diesem Falle hat man, nebst den zwei Gleichungen für den Effekt und für die Wassermenge, noch die Bedingungen

$$\frac{b}{a} = n, \quad \frac{a\,b\,v}{Q} = m$$

zu beachten. Differenzirt man diese vier Gleichungen, indem man nur allein a, b, v, V als veränderlich betrachtet, und setzt wegen des Maximums $d\,E_n = 0$, so erhält man folgende Differenzialausdrücke:

$$\left(-\frac{V}{g} + \frac{v \cos\delta}{g}\right) d\,V + \left(\frac{V \cos\delta - 2\,v}{g} + \frac{0{\cdot}464\ \varepsilon\ \sqrt{2\,g\,e\,R}}{a\,v^2}\right) d\,v -$$

$$\left[\frac{1}{2}\ \frac{\sin(\gamma - \beta)}{\sin\beta} - \frac{0{\cdot}464\ \varepsilon\ \sqrt{2\,g\,e\,R}}{a^2\,v}\right] d\,a = 0$$

$$b\,d\,a = a\,d\,b$$

$$a\,b\,d\,v + a\,v\,d\,b + v\,b\,d\,a = 0$$

$$V\,d\,b + 3\,b\,d\,V = 0$$

Aus den drei letzten Gleichungen folgt:

$$d\,b = -3\,\frac{b}{V}\,d\,V, \quad d\,a = -\frac{3\,a}{V}\,d\,V, \quad d\,v = 6\,\frac{v}{V}\,d\,V$$

Führt man diese Werthe in den ersten Differenzialausdruck ein, so findet man folgende Bedingungsgleichung:

$$-\left(\frac{V}{g} - \frac{v \cos\delta}{g}\right) + 6\,\frac{v}{V}\,\frac{V \cos\delta - 2\,v}{g} + \frac{3}{2}\,\frac{a}{V}\,\frac{\sin\gamma - \beta)}{\sin\beta}$$

$$+ 3\,\frac{0{\cdot}464\ \varepsilon\ \sqrt{2\,g\,e}}{a\,v\,V} = 0$$

welche in Verbindung mit: (59)

$$a = \frac{Q}{n}\ \frac{2\,g}{0{\cdot}443}\ \frac{\sin\gamma}{\sin\delta}\ \frac{1}{V^3}$$

und

$$v = \frac{m\,Q}{n\,a^2}$$

die Werthe von a, v, V bestimmen. Das Verfahren der Berechnung ist folgendes. Man nimmt zuerst V versuchsweise an, berechnet den Werth von a, dann den Werth von v, und sieht dann nach, ob dieser so erhaltene Werth der ersten der Gleichungen (59) genügt. Ist dies der Fall, so ist man am Ziele, wo nicht, so muss man für V eine zweite Annahme machen, und die gleichen Operationen wiederholen.

Das oberschlächtige Rad.

Gleichung für den Effekt.

Für dieses Rad darf man ohne merklichen Fehler $\gamma = 180^0$ setzen, und dann wird

$$\frac{e}{2} \sin\gamma + e \sin(\gamma - \beta) - s = a \left(1 - \frac{1}{2} \frac{Q}{a\, b\, v}\right)$$

Diese Gleichung ist um so genauer richtig, je grösser das Rad ist, sie ist aber auch bei kleineren Rädern zulässig, denn der Schwerpunkt der Wassermasse senkt sich während der Füllung einer Zelle immer nur wenig. Berücksichtiget man nebst den so eben aufgestellten Gleichungen den Seite (64) aufgefundenen Ausdruck für den Effektverlust, welcher durch das allmählige Entleeren der Zellen entsteht, so wie auch den Verlust durch die Zapfenreibung, so findet man für den Nutzeffekt folgenden Werth:

$$\left.\begin{aligned} E_n = 1000\, Q \Big\{ H - \frac{V^2}{2g} - h + \frac{v\,(V \cos\delta - v)}{g} - a \left(1 - \frac{1}{2} \frac{Q}{a\, b\, v}\right) \\ - R \left(0{\cdot}50 - 0{\cdot}07 \frac{a\, b\, v}{Q}\right) \Big\} - 7{\cdot}63 \frac{v}{R} f\, N \sqrt{N} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (60)$$

in welcher Gleichung alle Grössen unabhängig von einander sein können.

Vortheilhafteste Geschwindigkeit eines Rades von gegebenen Abmessungen.

Differenzirt man diesen Ausdruck nach v und setzt $\frac{d E_n}{d v} = 0$, so findet man zur Bestimmung der vortheilhaftesten Geschwindigkeit eines oberschlächtigen Rades von gegebenen Abmessungen folgende Gleichung:

$$0 = 1000\, Q \left(\frac{V \cos\delta - 2v}{g} - \frac{1}{2} \frac{Q}{b\, v^2} + 0{\cdot}07\, R \frac{a\, b}{Q}\right) - 7{\cdot}63\, f \frac{N \sqrt{N}}{R}$$

numerische Rechnungen zeigen, dass v immer etwas grösser als $\frac{1}{2} V \cos\delta$ ausfällt.

Bedingungen des absoluten Maximums des Nutzeffektes.

Setzt man in der Gleichung (60)

$$h = 0,\; V = 0,\; v = 0,\; \delta = 0,\; a = 0,\; m = 7$$

so wird

$$E_n = 1000\, Q\, H$$

Diese Annahmen würden daher die Bedingungen ausdrücken, bei deren Erfüllung der Nutzeffekt gleich dem absoluten Effekt der Wasserkraft wäre; sie sind aber nicht

realisirbar, indem $a = 0$ und $v = 0$ zu einer unendlich grossen Breite b führt, man muss sich also mit einem relativen Maximum begnügen, welches zu praktisch brauchbaren Construktionsverhältnissen führt.

Relatives Maximum des Nutzeffektes.

Für ein zu erbauendes Rad kann man die Bedingungen stellen: 1) dass das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit V das Rad erreiche; 2) dass Breite und Tiefe des Rades in einem gewissen Verhältniss $\frac{b}{a} = n$ zu einander stehen sollen; 3) dass die Füllung $\frac{a\,b\,v}{Q}$ des Rades einen gewissen Werth $= m$ habe.

Unter dieser Voraussetzung bleiben nur noch a und v zu bestimmen übrig.

Aus den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{b}{a} &= n \\ \frac{a\,b\,v}{Q} &= m \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

folgt durch Elimination von b

$$a^2 v = \frac{m}{n} Q$$

Differenzirt man diese Gleichungen in Bezug auf a und v, und dividirt das Resultat durch a, so findet man:

$$2\,v\,d\,a + a\,d\,v = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

Vernachlässigt man in dem Ausdruck für den Nutzeffekt das Glied, welches sich auf die Zapfenreibung bezieht, substituirt für $\frac{a\,b\,v}{Q}$ den Werth $= m$ und differenzirt hierauf in Bezug auf a und v, so findet man, weil für die vortheilhaftesten Werthe dieser Grössen $d\,E_n = 0$ werden muss:

$$0 = \frac{V\cos\delta - 2\,v}{g}\,d\,v - \left(1 - \frac{1}{2\,m}\right) d\,a \quad \ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

Aus den Gleichungen (61, 62, 63) findet man:

$$v = \frac{1}{2} V\cos\delta + \frac{g}{4}\left(1 - \frac{1}{2\,m}\right)\frac{1}{v}\sqrt{\frac{m\,Q}{n\,v}}$$

hat man aus dieser Gleichung durch Probiren v bestimmt, so findet man weiter:

$$a = \sqrt{\frac{m\,V}{a\,v}}$$

$$b = n\,a$$

Es sei:

$$V = 3\,,\ \delta = 10^0,\ g = 9{\cdot}81\,,\ m = 3$$

$$Q = 0{\cdot}25\,,\ n = 7$$

dann findet man:

$$v = 1{\cdot}76^m\,,\ a = 0{\cdot}248^m\,,\ b = 1{\cdot}74^m$$

Genauere Theorie des Poncelet'schen Rades.

Aufstellung der Grundgleichungen.

Bei dem gegenwärtigen Zustande der mathematischen Wissenschaften ist es ganz unmöglich, eine vollständige genaue Theorie dieses Rades aufzustellen, indem die wechselseitigen Einwirkungen der Wassertheilchen auf einander, und die daraus entstehenden Modifikationen ihrer Bewegungen so zusammengesetzt sind, dass sie durch keine von den bis jetzt erfundenen Rechnungsmethoden bestimmt werden können. Man ist daher gezwungen, sich mit einer Annäherungstheorie zu begnügen, indem man die Bewegung und Wirkung eines isolirten Wassertheilchens bestimmt, und die sich auf diesem Wege ergebenden Resultate für jedes andere Wassertheilchen, mithin für die ganze Wassermasse, welche dem Rade zuströmt, gelten lässt. Wahrscheinlich wird man der Wahrheit am nächsten kommen, wenn man die Bewegung eines Theilchens von dem mittleren Wasserfaden bestimmt.

Es sei also Fig. (35) A_0 der Punkt, in welchem der mittlere Wasserfaden den Umfang des Rades durchschneidet.

$A_0\,Z_0$ die Position einer Schaufel in dem Momente, in welchem ein Theilchen des mittleren Wasserfadens bei A_0 eintritt.

$A\,Z$ irgend eine allgemeine Position der gleichen Schaufeln; nach Verlauf der Zeit t, die von dem Augenblicke an gezählt werden soll, in welchem das Theilchen bei A_0 eintrat.

M der Punkt, in welchem sich das Theilchen zur Zeit t befindet.

$A_1\,Z_1$ die Position der Schaufel in dem Augenblick, wenn das Theilchen wiederum bei A_1 austritt.

$o\,k$ die durch den Mittelpunkt des Rades gezogene Vertikallinie.

$\widehat{A_0\,O\,K} = \gamma$, $\widehat{K\,O\,A_1} = \gamma_1$, $\widehat{A\,O\,M} = \varphi$, $\widehat{A_0\,O\,A} = \omega t$, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades bezeichnet.

$O\,A_0 = O\,A = O\,A_1 = R$ der äussere Halbmesser des Rades.

a die radiale Dimension der Radkrone, d. h. die Differenz swischen dem äussern und dem innern Halbmesser des Rades.

b die Breite des Rades.

$\beta = \widehat{D\,A_0\,F}$ der Winkel, unter welchem eine jede Schaufel den Umfangskreis des Rades durchschneidet.

$C\,A_0 = V$ der Richtung und Grösse nach die Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen bei A_0 ankommt.

Diese Geschwindigkeit ist gleich, kleiner oder grösser als $\sqrt{2 g H}$, je nachdem der Punkt A_0 im Niveau des Unterwassers oder über demselben, oder endlich unter demselben liegt.

$D A_0 = D_1 A_1 = v$ die Umfangsgeschwindigkeit des Rades.

$\delta = \widehat{D A_0 C}$ der Winkel, den die Richtungen von V und v mit einander bilden.

λ der Winkel, welchen der, dem Durchschnittspunkt des Gerinnes mit dem Umfangskreis des Rades entsprechende Radius mit der vertikalen Richtung bildet.

Δ die Dicke der Wasserschicht unmittelbar vor dem Rade.

ε der Spielraum unter dem Rade zwischen dem Umfangskreis desselben und dem Gerinne.

$u_0\, u\, u_1$ die relativen Geschwindigkeiten des Wassertheilchens gegen die Schaufel in den Punkten A_0 M und A_1.

w die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen die Schaufel bei A_1 verlässt.

w_1 die absolute Geschwindigkeit, welche das Theilchen bei seinem Austritt nach horizontaler Richtung besitzt.

$r = O M$.

T die Schwingungszeit des Theilchens, d. h. die Zeit von dem Eintritt bis zu dem Austritt des Theilchens.

$S = \widehat{A_0 A A_1}$ der Bogen, welchen ein Punkt von dem Umfang des Rades während der Oscillationszeit beschreibt.

q das Gewicht des Theilchens, dessen Bewegung untersucht wird.

Q das Volumen der Wassermenge, welche per 1 Secunde dem Rade zufliesst.

E_n der Nutzeffekt des Rades in Klgm.

$g = 9{\cdot}81^m$.

Andere Bezeichnungen, welche nur einem vorübergehenden Zwecke dienen, sollen während der Rechnung angegeben werden.

Die Geschwindigkeit des Theilchens nach der Richtung $F A_0$ ist $V \cos(\beta - \delta)$ und die Geschwindigkeit des Punktes A_0 nach der gleichen Richtung ist $v \cos \beta$; die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen in die Schaufel eintritt, ist demnach:

$$u_0 = V \cos(\beta - \delta) - v \cos \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

Die Geschwindigkeit des Theilchens senkrecht auf $F A_0$ ist $V \sin(\beta - \delta)$ und der des Punktes A_0 nach der gleichen Richtung ist $v \sin \beta$. Das Theilchen stösst demnach mit einer Geschwindigkeit $V \sin(\beta - \delta) - v \sin \beta$ gegen die Schaufel, und dadurch entsteht ein Verlust an Wirkung, welcher nach dem Prinzipe von *Carnot* durch

$$\frac{q}{2 g} \left[V \sin(\beta - \delta) - v \sin \beta \right]^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

ausgedrückt wird.

Nach Verlauf der Zeit t besitzt das Theilchen gegen die Schaufel eine relative Geschwindigkeit u, welche durch folgende Gleichung bestimmt wird.

$$u^2 = u_0^2 + (r^2 - R^2)\, \omega^2 + 2 g \left[r \cos(\gamma - \varphi - \omega t) - R \cos \gamma \right] \quad \ldots\ldots \quad (66)$$

Das Glied $(r^2 - R^2)\,\omega^2$, welches sich auf die Centrifugalkraft bezieht, nimmt während der aufsteigenden Bewegung fortwährend ab, und während der niedergehenden Bewegung fortwährend zu: die Centrifugalkraft verzögert daher die erstere, beschleunigt die letztere dieser Bewegungen, vermindert daher die Oscillationszeit. Das mit $2\,g$ multiplizirte Glied, welches sich auf das Gewicht des Theilchens bezieht, nimmt im Allgemeinen während der aufsteigenden Bewegung ab, und bei der niedergehenden Bewegung zu.

Da

$$u^2 = \left(\frac{d\,r}{d\,t}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\,\varphi}{d\,t}\right)^2$$

ist, so kann obige Gleichung auch so geschrieben werden:

$$\left(\frac{d\,r}{d\,t}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\,\varphi}{d\,t}\right)^2 = u_0^2 + (r^2 - R^2)\,\omega^2 + 2\,g\,[r \cos(\gamma - \varphi - \omega\,t) - R \cos\gamma] \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Wenn die Form der Kurve $A\,Z$, mithin eine gewisse Beziehung zwischen r und φ angenommen wird, so kann man vermittelst derselben r und $d\,r$ durch φ und $d\,\varphi$ ausdrücken, und dann verwandelt sich die letzte Gleichung in eine Differenzialgleichung zwischen den Variablen φ und t, deren Integrale das Bewegungsgesetz des Theilchens auf der angenommenen Kurve bestimmen würde.

Wenn dagegen ein gewisses Bewegungsgesetz, also eine gewisse Beziehung zwischen r und t oder zwischen φ und t angenommen wird, so kann man t und $d\,t$ im ersteren Falle durch r und $d\,r$, im letzteren Falle durch φ und $d\,\varphi$ ausdrücken, und dann verwandelt sich die Gleichung (67) in eine Differenzialgleichung, deren Integration zur Kenntniss der Kurve führen würde, welche dem angenommenen Bewegungsgesetz entspricht.

Es ist mir aber nicht gelungen, für die Kurve oder für das Bewegungsgesetz eine Annahme ausfindig zu machen, die zu einer integrirbaren Differenzialgleichung geführt hätte. Ich werde später zeigen, wie man wenigstens annäherungsweise die Bewegung des Theilchens längs der Schaufel, wenn dieselbe nach einem Kreise oder nach einer Cycloide gekrümmt angenommen wird, bestimmen kann; vorläufig wollen wir uns aber um diese Bewegung nicht bekümmern, weil das Gesetz derselben keinen Einfluss hat auf die zunächst zu bestimmende Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen die Schaufel verlässt.

Für den Moment des Austritts ist nämlich: $r = R$, $\varphi = 0$, $\omega\,t = \gamma + \gamma_1$, demnach erhalten wir aus (66):

$$u_1 = u_0^2 + 2\,g\,R\,(\cos\gamma_1 - \cos\gamma) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Die Austrittsgeschwindigkeit u_1 ist also von der Form der Schaufelfläche unabhängig, was nach dem allgemeinen Prinzipe der Wirkung der Kräfte vorauszusehen war.

Die absolute Geschwindigkeit des Theilchens bei seinem Austritt ist nun:

$$w = \sqrt{u_1^2 + v^2 - 2\,u_1\,v \cos\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

Der Verlust an Wirkung, welcher bei dem Austritt entsteht, ist, wenn $\gamma_{\prime} > \gamma$ ausfällt:

$$\frac{q}{2\,g}\,w^2 + q\,R\,(\cos\gamma - \cos\gamma_{\prime})$$

oder: wenn man für w obigen Werth setzt:

$$\frac{q}{2\,g}\left[u_{\prime}^2 + v^2 - 2\,u_{\prime}\,v\cos\beta + 2\,g\,R\,(\cos\gamma - \cos\gamma_{\prime})\right] \quad \ldots\ldots \quad (70)$$

Die absolute Geschwindigkeit des Theilchens nach horizontaler Richtung ist im Momente seines Austrittes:

$$w_{\prime} = v\cos\gamma_{\prime} - u_{\prime}\cos(\gamma_{\prime} + \beta) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

Die Wassermenge, welche in jeder Sekunde durch den Spielraum ε unter dem Rade entweicht, ist $Q\,\frac{\varepsilon}{e}$ und der daraus entstehende Effektverlust ist:

$$1000\,Q\,\frac{\varepsilon}{\Delta}\,H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

weil dieses Entweichen mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2\,g\,H}$ erfolgt, welche dem ganzen Gefälle entspricht.

Wenn wir nun annehmen, dass die Resultate, welche wir im Vorhergehenden für ein isolirtes Theilchen des mittleren Wasserfadens gefunden haben, auf jedes andere Theilchen der in das Rad eintretenden Wassermenge $Q\left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)$ angewendet werden dürfen, und wenn wir die Effektverluste vernachlässigen, welche aus der wechselseitigen Störung der Wassertheilchen in ihrer Bewegung, und durch die Reibung des Wassers an den Schaufeln entstehen, so erhalten wir nun für den Nutzeffekt des Rades folgenden Ausdruck:

$$\left.\begin{aligned} E_n = &+ 1000\,Q\,H \\ &- 1000\,\frac{Q}{2\,g}\left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)\left(V\sin(\beta - \delta) - v\sin\beta\right)^2 \\ &- 1000\,\frac{Q}{2\,g}\left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)\left(u_{\prime}^2 + v^2 - 2\,u_{\prime}\,v\cos\beta\right) \\ &- 1000\,Q\left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)R\left(\cos\gamma - \cos\gamma_{\prime}\right) \\ &- 1000\,Q\,\frac{\varepsilon}{\Delta}\,H \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (73)$$

Wir wollen vorläufig noch keine Folgerung aus dieser Gleichung ziehen, sondern erst vollständig sämmtliche Gleichungen aufstellen, welche für die Entwicklung der Theorie des Rades nothwendig sind. Diese noch aufzustellenden Gleichungen hängen aber

wie wir bald sehen werden, von der relativen Bewegung des Theilchens auf der beweglichen Schaufelfläche ab; wir müssen daher zunächst suchen, diese Bewegung wenigstens annähernd zu bestimmen, da eine scharfe Bestimmung, wie schon früher gesagt wurde, nicht angeht.

Ich nehme für die Schaufelkurve ein Bogenstück $n\,m\,z$, Fig. 36, einer Cycloide an, welche durch Wälzung eines Kreises vom Durchmesser p auf einer geraden Linie gebildet wird; stelle diese Cycloide so, dass sie 1) durch den Halbirungspunkt n des Bogens $A_0 A_1$ geht, welcher durch den Ein- und Austritt des Theilchens bestimmt wird; 2) in dem Punkte n den Umkreis des Rades unter einem Winkel β schneidet; 3) dass ihre Grundlinie $o\,y$ eine horizontale Lage erhält, und erlaube mir nun die Annahme, dass auf dieser ruhend gedachten Cycloide die Bewegung eines Theilchens nach n nach dem gleichen Gesetze erfolgen werde, wie auf der beweglichen Schaufelfläche $n\,m\,z$, vorausgesetzt, dass bei der ersteren dieser Bewegungen das Theilchen in n eine Geschwindigkeit u_0 besitzt.

Bei dieser Annahme wird, wie man sieht, der Einfluss der Centrifugalkraft auf die Bewegung des Theilchens ganz vernachlässigt; der Einfluss, welchen bei der wirklichen Bewegung die Veränderlichkeit der Stellung der Schaufeln gegen den Horizont hervorbringt, wird aber einigermaassen berücksichtiget, indem für die Position der ruhend gedachten Schaufel die mittlere Position der beweglichen Schaufel angenommen wird. Je grösser der Halbmesser des Rades im Vergleiche mit der Länge des Bogens $A_0 A_1$ ist, oder je kleiner der Winkel $\gamma + \gamma_1$ ist, desto weniger wird die eine Bewegung von der andern abweichen.

Es sei nun der Scheitel o der Cycloide der Anfangspunkt der Coordinaten,

$\left.\begin{array}{l} o\,n_1 = y_0 \\ n\,n_1 = x_0 \end{array}\right\}$ die Coordinaten des Punktes n;

$\left.\begin{array}{l} o\,m_1 = y \\ m\,m_1 = x \end{array}\right\}$ die Coordinaten des Punktes m, in welchen sich das Theilchen nach Verlauf der Zeit t (die von dem Augenblicke an gerechnet werden soll, in welchem es durch den Punkt n geht) befindet;

$\left.\begin{array}{l} o\,n = s_0 \\ o\,m = s \end{array}\right\}$ die Bogenlängen der Cycloide, welche den Punkten m und n entsprechen;

$\left.\begin{array}{l} \beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma) \\ \varphi \end{array}\right\}$ die Winkel, welche die zu den Punkten n und m gezogenen Tangenten mit der horizontalen Richtung bilden;

ϱ der Krümmungshalbmesser, welcher dem Punkte m der Cycloide entspricht;

ϱ_m der mittlere Krümmungshalbmesser, der dem Bogenstück der Cycloide entspricht, welches das Theilchen von n an nach aufwärts durchläuft.

Dies vorausgesetzt hat man nun als Gleichung der Cycloide:

$$y = \sqrt{p\,x - x^2} + \frac{p}{2}\,\text{Arc}\cos\frac{p - 2\,x}{p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (74)$$

und daraus findet man:

$$\left.\begin{aligned}
dy &= dx\sqrt{\frac{p-x}{x}} \\
ds &= \sqrt{dx^2+dy^2} = dx\sqrt{\frac{p}{x}} \\
s &= 2\sqrt{px} \\
\varrho &= -\frac{ds^3}{dx\,d^2y} = 2\sqrt{p}\sqrt{p-x} \\
\sin\varphi &= \frac{dx}{ds} = \sqrt{\frac{x}{p}}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (75)$$

Da das Theilchen bei n eine Geschwindigkeit u_0 besitzen soll, so ist die Gleichung der Bewegung desselben auf der ruhenden Fläche:

$$\frac{ds}{dt} = \pm\sqrt{u_0^2 - 2g(x-x_0)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

wobei das obere Zeichen für die aufsteigende, das untere für die niedergehende Bewegung gilt. Nun ist aber leicht einzusehen, dass eine dieser Bewegungen eben so viel Zeit erfordert, als die andere; man findet also die Zeit T einer vollständigen Oscillation, wenn man die Zeit der aufsteigenden Bewegung berechnet und das Resultat mit 2 multiplizirt.

Wenn das Theilchen im höchsten Punkte angekommen ist, ist seine Geschwindigkeit gleich 0, und der dieser Position entsprechende Werth von x ist:

$$x_0 + \frac{u_0^2}{2g}$$

Dieser Werth von x entspricht wegen $s = 2\sqrt{px}$ einem Bogen von der Länge

$$2\sqrt{p\left(x_0+\frac{u_0^2}{2g}\right)} = 2\sqrt{p\left(\frac{s_0^2}{4p}+\frac{u_0^2}{2g}\right)} = \sqrt{s_0^2+4p\frac{u_0^2}{2g}}$$

Aus der Gleichung (76) folgt, wenn das obere Zeichen genommen und

$$x = \frac{s^2}{4p} \quad x_0 = \frac{s_0^2}{4p}$$

gesetzt wird:

$$t = \int \frac{ds}{\sqrt{u_0^2+\frac{g}{2p}(s_0^2-s^2)}}$$

Das allgemeine Integrale ist:

$$t = \sqrt{\frac{2p}{g}}\left\{\text{Arc sin } s\sqrt{\left(\frac{\frac{g}{2p}}{u_0^2+\frac{g}{2p}s_0^2}\right)} + \text{const.}\right\}$$

Nimmt man es von s gleich s_0 bis s gleich $\sqrt{s_0^2 + 4p\frac{u_0^2}{2g}}$, so erhält man die halbe Schwingungszeit, welche mit 2 multiplizirt die ganze Oscillationszeit gibt. Man findet:

$$T = \sqrt{\frac{2p}{g}}\left\{\pi - 2\,\mathrm{Arc\,sin}\sqrt{\left(\frac{\frac{g}{2p}u_0^2}{u_0^2 + \frac{g}{2p}s_0^2}\right)}\right\}$$

Nun ist aber:

$$s^2 = 4px = 4p^2 \sin^2\varphi$$

und

$$s_0^2 = 4p^2 \sin^2\left[\beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma)\right]$$

Daher findet man:

$$T = \sqrt{\frac{2p}{g}}\left\{\pi - 2\,\mathrm{Arc\,sin}\sqrt{\left(\frac{2pg\sin^2\left[\beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma)\right]}{u_0^2 + 2pg\sin^2\left[\beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma)\right]}\right)}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (77)$$

Diese Schwingungszeit für die Bewegung eines Theilchens auf einer cycloidischen Fläche dürfen wir wohl auch für eine kreisbogenförmige Fläche gelten lassen, deren Krümmungshalbmesser gleich ist dem mittleren Krümmungshalbmesser ϱ_m des cycloidischen Bogens, welcher das Theilchen durchläuft.

Dieser mittlere Krümmungshalbmesser ist aber:

$$\varrho_m = \frac{\int_{x_0}^{x_0+\frac{u_0^2}{2g}} \varrho\, dx}{\frac{u_0^2}{2g}} = \frac{2g}{u_0^2}\, 2\sqrt{p}\int_{x_0}^{x_0+\frac{u_0^2}{2g}} \sqrt{p-x}\, dx = \frac{4}{3}\,\frac{2g}{u_0^2}\sqrt{p}\left[(p-x_0)^{\frac{3}{2}} - \left(p - x_0 - \frac{u_0^2}{2g}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \quad (78)$$

Wenn das Theilchen bei seiner Bewegung auf der cycloidischen Fläche bis zum höchsten Punkte der Cycloide emporschwingt, ist $x_0 + \frac{u_0^2}{2g}$ gleich p, und der mittlere Krümmungshalbmesser, welcher dieser Bewegung entspricht, wird:

$$\varrho_m = \sqrt{p\,\frac{u_0^2}{2g}}$$

oder

$$\varrho_m = \frac{4}{3}\, p \cos\left[\beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

denn es ist in diesem Falle

$$p = x_0 + \frac{u_0^2}{2g} = p\sin^2\left[\beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma)\right] + \frac{u_0^2}{2g}$$

demnach

$$p \cos^2 \left[\beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma)\right] = \frac{u_0^2}{2\,g}$$

und

$$\sqrt{p\,\frac{u_0^2}{2\,g}} = p \cos \left[\beta + \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma)\right]$$

Der oben bestimmte allgemeine Werth von ϱ_m dient zur Effektberechnung eines bestehenden Rades, dessen Schaufeln nach Kreisbögen geformt sind; der speziellere Werth von ϱ_m dient zur Berechnung der Dimensionen eines zu erbauenden Rades.

Zur Berechnung der Dimensionen eines zu erbauenden Rades sind noch einige Bestimmungen nothwendig. Die radiale Dimension a der Radkrone wird durch die grösste Höhe bestimmt, bis zu welcher die Wassertheilchen emporschwingen. Nun befindet sich der Punkt A_0, Fig 35, in welchem die Theilchen des mittleren Wasserfadens in das Rad eintreten, in einer Höhe $\frac{1}{2}\,\varDelta \cos\gamma + R\,(1 - \cos\gamma)$ über dem tiefsten Punkt K des Rades, und da dieser Eintritt mit einer relativen Geschwindigkeit u_0 erfolgt, so darf man annehmen, dass die Erhebung der Theilchen des mittleren Fadens über dem Eintrittspunkte $\frac{u_0^2}{2\,g}$ beträgt; die kleinste Höhe, welche die Radkrone erhalten muss, ist demnach annähernd:

$$a = \frac{1}{2}\,\varDelta \cos\gamma + R\,(1 - \cos\gamma) + \frac{u_0^2}{2\,g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (80)$$

Nebst den bis hierher aufgestellten Relationen bestehen noch folgende Beziehungen, von deren Richtigkeit man sich leicht überzeugen kann:

$$S = R\,(\gamma + \gamma_1) = T\,v \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (81)$$

$$\varDelta = 2\,R\,\{\cos[\lambda - (\gamma - \delta)] - \cos\delta\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (82)$$

Effektberechnung eines Rades von gegebenen Abmessungen.

Vermittelst der bis jetzt aufgestellten Gleichungen kann nun die Berechnung des Effektes eines Rades von gegebenen Abmessungen auf folgende, allerdings etwas umständliche Weise geschehen.

Die gegebenen Grössen sind in diesem Falle:

$$H,\ Q,\ R,\ a,\ b,\ \varrho_m,\ \varDelta,\ \beta,\ \gamma,\ \delta,\ V,\ v,\ \varepsilon.$$

Die zu bestimmenden Grössen sind dagegen:

$$u_0,\ u_1,\ \gamma_1,\ w_1,\ p,\ S,\ T,\ E_n$$

Die Bestimmungen geschehen wie folgt: den Werth von u_0 findet man aus der Gleichung

$$u_0 = V \cos(\beta - \delta) - v \cos\beta$$

Die Werthe von γ_1 und p ergeben sich aus den Gleichungen:

$$\frac{R(\gamma+\gamma_1)}{v} = \sqrt{\frac{2p}{g}}\left\{\pi - 2 \operatorname{Arc\,sin} \sqrt{\left(\frac{2gp\sin^2\left[\beta+\frac{1}{2}(\gamma_1-\gamma)\right]}{u_0^2+2gp\sin^2\left[\beta+\frac{1}{2}(\gamma_1-\gamma)\right]}\right)}\right\}$$

$$\varrho_m = \frac{4}{3}\frac{\sqrt{p}}{\frac{u_0^2}{2g}}\left\{(p-x_0)^{\frac{3}{2}} - \left[p - x_0 - \frac{u_0^2}{2g}\right]^{\frac{3}{2}}\right\}$$

$$x_0 = p\sin^2\left[\beta+\frac{1}{2}(\gamma_1-\gamma)\right]$$

von denen die erste erhalten wird, wenn man die Werthe von T, welche die Gleichungen (77) (81) darbieten, einander gleichsetzt. Dass die Ausmittlung der Werthe von γ_1 und p aus diesen Gleichungen nur durch Versuche geschehen kann, bedarf kaum einer Erwähnung.

Ist γ_1 bekannt, so findet man:

$$T = \frac{R(\gamma+\gamma_1)}{v}$$

$$S = R(\gamma+\gamma_1)$$

$$u_1 = \sqrt{u_0^2 + 2gR(\cos\gamma_1 - \cos\gamma)}$$

Ferner

$$w_1 = v\cos\gamma_1 - u_1\cos(\gamma_1+\beta)$$

endlich:

$$E_n = 1000\,Q\,H - 1000\frac{Q}{2g}\left(1-\frac{\varepsilon}{\varDelta}\right)\left(V\sin(\beta-\delta) - v\sin\beta\right)^2$$

$$- 1000\frac{Q}{2g}\left(1-\frac{\varepsilon}{\varDelta}\right)\left(u_0^2 + v^2 - 2u_1 v\cos\beta\right)$$

$$- 1000\,Q\left(1-\frac{\varepsilon}{\varDelta}\right)R\left(\cos\gamma - \gamma_1\right)$$

$$- 1000\,Q\frac{\varepsilon}{\varDelta}H$$

Diese Rechnung hat übrigens keinen praktischen Werth; ich habe sie nur zusammengestellt, um wenigstens die theoretische Möglichkeit einer genaueren Effektberechnung des *Poncelet*'schen Rades zu zeigen. Auch ist klar, dass nach dieser Rechnungsart der Nutzeffekt zu günstig erscheinen muss, indem weder die Reibung des Wassers an den Radschaufeln, noch auch die wechselseitigen Störungen der Wassertheilchen in ihrer Bewegung berücksichtigt worden sind.

Die Bedingungen eines günstigen Nutzeffektes.

Der Nutzeffekt des Rades wird gleich dem absoluten Effekt der Wasserkraft, wenn

$$\gamma = \gamma_1\,,\quad \delta = 0\,,\quad \beta = 0\,,\quad \varepsilon = 0\,,\quad v = \frac{1}{2}\,V$$

ist, d. h. wenn 1) die Punkte des Ein- und Austrittes auf gleicher Höhe und zwar im Niveau des Unterwassers liegen; 2) wenn das Wasser nach tangentialer Richtung nach dem Rade geleitet wird; 3) wenn die Schaufeln den Umfangskreis des Rades berühren; 4) wenn der Spielraum unter dem Rade unendlich klein ist; 5) wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades halb so gross ist, als jene, mit welcher das Wasser an den Umfang des Rades ankommt.

Der Bedingung $\gamma = \gamma_1$ kann entsprochen werden, wenn der Eintrittspunkt A_0 im Niveau des Unterwassers angenommen wird, und wenn die Werthe von ϱ_m und R zweckmässig gewählt werden.

Der Winkel δ kann zwar klein aber nie gleich 0 gemacht werden, weil die Wasserschichte vor dem Rade immer eine gewisse Dicke haben muss, damit das Rad eine endliche und ausführbare Breite erhält. Der Winkel β könnte zwar gleich 0 angenommen werden, da aber dies in Bezug auf δ nicht möglich ist, so fällt der vortheilhafteste Werth von β grosser als 0 aus, was durch folgende Rechnung bewiesen wird: Setzt man in dem Ausdruck für E_n, $\gamma_1 = \gamma$ demnach $u_1 = u_0 = V\cos(\beta - \delta) - v\cos\beta$, so nimmt derselbe nach einigen einfachen Reduktionen die Form an:

$$E_n = 1000\,Q \left\{ \begin{array}{l} H - \dfrac{1}{2g}\left(1 - \dfrac{\varepsilon}{\Delta}\right)\Big\{ V^2 + 2v^2\,(1 + \cos^2\beta) \\[2ex] - 2\,V\,v\,[\cos\delta + \cos(\beta - \delta)\,\cos\beta]\Big\} - \dfrac{\varepsilon}{\Delta}\,H \end{array} \right\}$$

Sucht man den partiellen Differenzialquotienten $\frac{d\,E_n}{d\,\beta}$ und setzt denselben gleich 0, so erhält man zur Bestimmung des vortheilhaftesten Werthes von β die Gleichung:

$$\operatorname{cotg} 2\,\beta = \frac{\cos\delta - \dfrac{v}{V}}{\sin\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (83)$$

Nun ist aus einem Grunde, der weiter unten erklärt werden wird, die vortheilhafteste Geschwindigkeit v nicht gleich $0{\cdot}5\,V$, sondern $0{\cdot}55\,V$. Setzen wir also in dieser Gleichung $\frac{v}{V} = 0{\cdot}55$, so gibt dieselbe für verschiedene Werthe von δ die entsprechenden vortheilhaftesten Werthe von β und man findet

für				
	$\delta = 15^\circ$,	20,	$24^\circ + 37'$,	30°
	$\beta = 29^\circ + 2'$,	$24^\circ + 12'$,	$24^\circ + 37'$,	$28^\circ + 51'$

Hieraus sieht man, dass der vortheilhafteste Werth von β nicht gleich 0, sondern bald grösser, bald kleiner und für $\delta = 24^{\circ} + 37'$ gleich δ wird.

Der Spielraum ε kann nicht leicht kleiner als $0{\cdot}01^{m}$ gehalten werden; es findet also immer etwas Verlust an Wasser statt, der theils durch eine hinreichende Dicke der Wasserschichte, theils dadurch vermindert werden kann, dass man das Zuleitungsgerinne nicht tangential an den Umfang des Rades hinführt, sondern so, dass seine Richtung den Umfangskreis des Rades etwas schneidet. Die Umfangsgeschwindigkeit v könnte allerdings gleich $\frac{1}{2}V$ angenommen werden, es ist aber bei der Aufstellung der Effektgleichung ein Umstand ausser Achst gelassen worden, der dafür spricht, v grösser als $\frac{1}{2}V$ anzunehmen. Wenn nämlich $v = \frac{1}{2}V$ angenommen wird, besitzt das Wasser nach seinem Austritt gar keine oder doch nur eine sehr unbedeutende Geschwindigkeit, es muss sich also, um zum Fortfliessen im Abflusskanal Geschwindigkeit zu gewinnen, hinter dem Rade aufstauen.

Um diesen nachtheiligen Aufstau zu beseitigen, ist es daher gut, wenn das Wasser bei seinem Austritt die zum Fortfliessen nothwendige Geschwindigkeit nach horizontaler Geschwindigkeit bereits besitzt, die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit des Rades ist daher grösser als $0{\cdot}5\,V$, und beträgt nach den Versuchen von *Poncelet* $0{\cdot}55\,V$.

Führt man diesen Werth von v in die Gleichungen (64) und (71) ein, so werden für den vortheilhaftesten Bewegungszustand die Werthe von u_0 und w_1

$$u_0 = [\cos(\beta - \delta) - 0{\cdot}55 \cos\beta]\,V \quad \ldots\ldots\ldots \quad (84)$$

$$w_1 = \left[0{\cdot}275 \cos\gamma + 0{\cdot}275 \cos(2\beta + \gamma) - \cos(\gamma + \beta)\cos(\beta - \delta)\right] V$$

Wir wenden uns nun zur

Berechnung der Abmessungen eines zu erbauenden Rades.

Zur Erleichterung der Uebersicht wird es gut sein, wenn wir alle diejenigen Gleichungen zusammenstellen, aus denen die Abmessungen des Rades gesucht werden müssen. Diese Gleichungen sind:

$$\Delta = 2R\,\{\cos[\lambda - (\gamma - \delta)] - \cos\delta\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (82)$$

$$T = \frac{2\gamma R}{v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (81)$$

$$u_0 = \left(\cos(\beta - \delta) - \frac{v}{V}\cos\beta\right) V \quad \ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

$$\operatorname{cotg} 2\beta = \frac{\cos\delta - \frac{v}{V}}{\sin\delta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (83)$$

$$a = \frac{1}{2}\,\varDelta\cos\gamma + R\,(1-\cos\gamma) + \frac{u_0^2}{2\,g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (80)$$

$$b = \frac{Q}{\varDelta\,V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (85)$$

$$T = \sqrt{\frac{2\,p}{g}}\left(\pi - 2\,\mathrm{arc\,sin}\sqrt{\frac{2\,g\,p\sin^2\beta}{u_0^2 + 2\,g\,p\sin^2\beta}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (77)$$

$$\varrho_m = \frac{4}{3}\,p\cos\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (79)$$

Die Zahl derselben ist 8 und die Anzahl der Grössen, welche sie enthalten, 15; es müssen also 7 Grössen angenommen werden, und dann lassen sich die übrigen 8 bestimmen.

Nun ist zunächst als bekannt anzunehmen Q und $V = \sqrt{2\,g\,H}$ und $v = 0{\cdot}55\,V$, es bleiben also noch 4 innerhalb gewisser Grenzen willkürliche Annahmen übrig. Für diese wollen wir annehmen:

$$\lambda = 15^0,\ \gamma - \delta = 3^0,\ \varDelta = \frac{1}{6}\,H,\ R = 1{\cdot}75\,H$$

und werden später durch Rechnung nachweisen, dass sie zu einer vortheilhaften Construction führen.

Die Bestimmung der Grössen δ, T, u_0 β, a, b, p, ϱ_m geschieht nun auf folgende Weise.

Aus der Gleichung (82) folgt:

$$\cos.\,\delta = \cos\,[\lambda - (\gamma - \delta)] - \frac{\varDelta}{2\,R}$$

und man findet, wenn $\lambda = 15^0$, $\gamma - \delta = 3^0$, $\varDelta = \frac{1}{6}\,H$, $R = 1{\cdot}75\,H$ gesetzt wird:

$$\delta = 21^0 + 29'$$

Wegen $\gamma - \delta = 3^0$ wird nun

$$\gamma = 24^0 + 29'$$

Die Gleichung (83) gibt, wenn man $\delta = 21^0 + 29'$, $\frac{v}{V}\ 0{\cdot}55$ einführt:

$$\beta = 23^0 + 3'$$

Aus der Gleichung (64) folgt nun, wenn man für β, δ, $\frac{v}{V}$ die bereits bestimmten Werthe einführt:

$$u_0 = 0{\cdot}4933\,V$$

$$u_0^2 = 0{\cdot}243\,V^2$$

Aus der Gleichung (80) findet man nun:

$$a = 0{\cdot}476\,H$$

Die Gleichung (85) gibt:

$$b = 6\,\frac{Q}{H\sqrt{2\,g\,H}}$$

Aus der Gleichung (81) findet man

$$T = 0{\cdot}1392\,V$$

Führt man diesen Werth von T in die Gleichung (77) ein, so wird dieselbe:

$$0{\cdot}1392\,V = \sqrt{\frac{2\,p}{g}}\left[\pi - 2\,\text{arc sin}\sqrt{\frac{2\,g\,p\,\sin^2(23^0+3')}{0{\cdot}243\,V^2+2\,g\,p\,\sin^2(23^0+3')}}\right]$$

Dieser Gleichung wird Genüge geleistet, wenn man setzt:

$$p = 0{\cdot}36\,H$$

und nun findet man endlich wegen (79)

$$\varrho_m = 0{\cdot}442\,H$$

Hiermit sind nun alle Dimensionen bis auf die Anzahl der Schaufeln bestimmt. Es ist mir nicht gelungen, für dieses Element aus der Natur der Sache eine rationelle Regel abzuleiten. So viel ist klar, dass sich die Schaufeltheilung nach der Dicke der Wasserschichte vor dem Rade, und da diese dem Gefälle proportional ist, nach dem Gefälle richten muss. Nach dem Gefühle zu urtheilen, darf man die Schaufeltheilung e gleich $0{\cdot}3\,H$ annehmen, und dann wird die Anzahl derselben, wenn $R = 1{\cdot}75\,H$ gesetzt wird: gleich 36.

Nach dem Ergebniss dieser Rechnung erhalten wir nun für die Berechnung der Dimensionen eines zu erbauenden Rades folgende äusserst einfache Regeln:

$$\lambda = 15^0,\ \delta = 21^0+29',\ \beta = 23^0+3',\ \gamma = 24^0+29',\ u_0 = 0{\cdot}4933\,V,\ T = 0{\cdot}139\,V$$

$$\Delta = \frac{1}{6}\,H,\ R = 1{\cdot}75\,H,\ a = 0{\cdot}476\,H,\ p = 0{\cdot}36\,H,\ \varrho_m = 0{\cdot}442\,H$$

$$b = 6\,\frac{Q}{H\sqrt{2\,g\,H}}$$

Anzahl der Radschaufeln gleich 36.

Nach dieser Angabe sind alle Dimensionen, welche im Durchschnitt des Rades vorkommen, dem Gefälle proportional und unabhängig von der Wassermenge, dagegen aber ist die Breite des Rades nicht nur von dem Gefälle, sondern auch von der Wasser-

menge abhängig. Die praktische Bestimmung der Dimensionen ist also bei diesem Rade einfacher als bei irgend einem anderen; denn man hat nur allein die Breite des Rades zu berechnen, weil die übrigen Elemente theils constante Grössen sind, theils durch die aufgefundenen Verhältnisszahlen bestimmt werden.

Werden die berechneten Werthe in die Formel (73) für den Nutzeffekt eingeführt, berücksichtigt man, dass $\gamma = \gamma_1$, $U_1 = U_0$, $\frac{V^2}{2 g} = H$ zu setzen ist, und nimmt man $\varepsilon = 0{\cdot}01\ H$ an, so findet man:

Effektverlust bei dem Eintritt.

$$1000\ \frac{Q}{2 g}\left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)\left[V \sin(\beta - \delta) - v \sin \beta\right]^2 = 0{\cdot}0368 \times 1000\ Q\ H$$

Effektverlust bei dem Austritt.

$$1000\ \frac{Q}{2 g}\left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)\left[u_1^2 + v^2 - 2\ u_1\ v \cos \beta\right] = 0{\cdot}0440 \times 1000\ Q H$$

Effektverlust wegen des Entweichens.

$$1000\ Q\ \frac{\varepsilon}{\Delta}\ H \ \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}0600 \times 1000\ Q H$$

Summe der Effektverluste . . . $0{\cdot}1408 \times 1000\ Q H$

Nutzeffekt des Rades $0{\cdot}8592 \times 1000\ Q H$

Abgesehen von den Verlusten, die durch die wechselseitigen Störungen der Wassertheilchen in ihrer Bewegung und durch die Reibung des Wassers an den Schaufeln entstehen, verspricht daher ein nach den aufgestellten Regeln construirtes Rad einen Nutzeffekt von 86 Procent.

Angenommen, dass die vernachlässigten Effektverluste 10 Procent betragen, so bleibt noch immer ein reiner Nutzeffekt von 76 Prozent übrig.

Die Dimensionen, welche wir mit der Annahme $\lambda = 15^0$, $\gamma - \delta = 3^0$, $\Delta = \frac{1}{6} H$, $R = 1.75 H$ erhalten haben, sind annähernd als die kleinsten zu betrachten, mit welchen es noch möglich ist, Räder von guter Wirkungsfähigkeit zu bauen, denn der Werth von ϱ_m ist mit jenen Annahmen bereits etwas kleiner als a geworden, und es ist klar, dass ein guter Effekt nur dann erwartet werden darf, wenn ϱ_m nicht beträchtlich kleiner als a ist, denn wenn $\varrho_m < a$, ist der obere Theil der Schaufel, wenn sie sich in ihrer mittleren Stellung befindet, nach rückwärts geneigt; die Wassertheilchen werden also beim Beginn ihres Niederganges nicht diesem Theil der Schaufel folgen, sondern auf das nachströmende Wasser herabfallen, was nothwendig Störungen verursachen muss.

Bei Gefällen, die einen oder mehr als einen Metre betragen, fällt nach den aufgestellten Regeln der Halbmesser des Rades schon so gross aus, dass man ihn in diesen Fällen wohl nie grösser wünschen wird, sondern im Gegentheil eher kleiner.

Bei kleineren Gefällen unter einem Meter und wenn (wie etwa zum Betriebe eines Pumpenwerkes), eine kleine Geschwindigkeit des Rades zweckmässig ist, kann man mit Vortheil für λ, $\gamma - \delta$, Δ, R Annahmen machen, die zu grösseren Dimensionen führen.

Nehmen wir z. B.

$$\lambda = 15\,,\ \gamma - \delta = 3^0\,,\ R = 2\,H\,,\ \Delta = 0{\cdot}19\,H$$

so findet man ganz auf die gleiche Weise wie früher:

$$\delta = 21^0 + 29'\,,\ \gamma = 24^0 + 29'\,,\ \beta = 23^0 + 3'\,,\ u_0 = 0{\cdot}4933\,V\,,\ T = 0{\cdot}1588\,V$$

$$a = 0{\cdot}509\,H\,,\ p = 0{\cdot}58\,H\,,\ \varrho_m = 0{\cdot}711\,H\,,\ b = 5{\cdot}26\,\frac{Q}{H\sqrt{2\,g\,H}}$$

Nimmt man die Schaufeltheilung wiederum gleich 0·3 H, so wird ihre Anzahl 42. Diese Regeln können also für kleinere Gefälle unter 1^m, und wenn ein langsamer Gang des Rades gewünscht wird, angewendet werden.

Anwendbarkeit des Poncelet-Rades.

Die Grenzen von dem Wasserkraftgebiet, welches dem Poncelet-Rade entspricht, werden durch die grössten und kleinsten in der Praxis zulässigen Dimensionen von b und R bestimmt. Der grösste praktisch zulässige Halbmesser darf zu 3^m und die grösste Radbreite zu 4^m angenommen werden.

Nun ist für grössere Gefälle $R = 1{\cdot}75\,H$; das grösste Gefälle, bei welchen das Poncelet-Rad noch gut anwendbar ist, ist daher: $\frac{3}{1{\cdot}75} = 1{\cdot}7^m$, und bis zu diesem Gefälle hin kann es in allen Fällen angewendet werden, in welchen die Breite nicht grösser als 4^m ausfällt. Die graphische Darstellung Tafel 4 der Wasserkraftgebiete für die verschiedenen Räder enthält auch das Gebiet für das Poncelet-Rad.

Schliesslich muss ich bemerken, dass die Dimensionen, welche wir aufgefunden haben, bedeutend grösser sind, als diejenigen, welche *Poncelet* in seinen *Memoires sur les Roues hydrauliques a aubes courbes, mues par dessous 1827* angibt. Die Erfahrung spricht zu Gunsten der von uns aufgestellten Regeln. Im benachbarten Elsass befinden sich mehrere Räder, die nach den von Poncelet aufgestellten Regeln erbaut wurden, so wie auch solche, die nach dem gleichen System, aber mit grösseren Dimensionen, ausgeführt worden sind. Bei allen von den ersteren dieser Räder springt das Wasser in das Rad hinein, und tritt erst in einer beträchtlichen Höhe über dem Spiegel des Unterwassers aus den Schaufeln; bei den letzteren dagegen ist dies nicht der Fall. Auch hat mich ein Construkteur, der sich viel mit dem Bau von Poncelet-Rädern abgegeben hat, versichert, er habe die Erfahrung gemacht, dass man nur dann gute Effekte erhalte- wenn man das Rad in jeder Hinsicht grösser baue, als es nach den von Poncelet aufgestellten Regeln sein müsste.

VIERTER ABSCHNITT.

PRAKTISCHE REGELN ZUR BESTIMMUNG DER CONSTRUKTIONSELEMENTE FÜR NEU ZU ERBAUENDE RÄDER NACH ÄLTERER ART.

Grundsätze, auf welchen diese Regeln beruhen.

Bisher haben wir die Wasserräder von dem theoretischen Standpunkte aus betrachtet, d. h. wir haben sie als Apparate angesehen, die bestimmt sind, die in den Wasserkräften enthaltenen Wirkungen in sich aufzunehmen, und zur weiteren Verwendung geschickt zu machen. Das Bestreben musste daher bei diesen Untersuchungen vorzugsweise dahin gerichtet sein, so vollständig und so genau als nur immer möglich die Umstände kennen zu lernen, von welchen dieses Kraftaufsammlungsvermögen der Wasserräder abhängt, oder mit andern Worten, alles dasjenige ausfindig zu machen, was zu einer vollständigen Kenntniss der Gesetze führt, nach welchen sich der Nutzeffekt der Wasserräder richtet.

Dieses Ziel haben wir nun auch erreicht; denn wir sind nun im Stande, die Anordnung eines bestehenden Rades nach allen seinen Construktionselementen hinsichtlich des Nutzeffektes zu beurtheilen, den Nutzeffekt, welchen dasselbe unter verschiedenen Umständen zu entwickeln vermag, zu berechnen, und diejenigen Construktionselemente ausfindig zu machen, mit welchen ein neu zu erbauendes Rad angeordnet werden muss, um entweder das absolute oder um ein relatives Maximum des Nutzeffektes geben zu können.

Wenn wir aber nun zu praktisch brauchbaren Regeln für den Bau der Wasserräder kommen wollen, müssen wir von dem Grundsatz ausgehen, dass eine Maschine nur dann zweckmässig angeordnet genannt werden kann, wenn die Anschaffungs- und Unterhaltungskosten derselben in einem angemessenen Verhältnisse stehen zu dem Gewinn oder Nutzen, der voraussichtlich aus ihrer Benutzung entstehen kann. Wie nun die Wasserräder zu bauen sind, um diesem praktischen Grundsatz zu entsprechen, hängt davon ab, ob mit der vorhandenen Betriebskraft, oder mit dem zur Ausführung des Baues verwendbaren Kapital gespart werden soll.

Wenn ein Wasserrad für ein bedeutenderes industrielles Unternehmen hergestellt werden soll, bei welchem eine grössere Anzahl Arbeiter beschäftigt wird, bei welchem also Unterbrechungen in der Arbeit einen bedeutenden Schaden verursachen, ist ein möglichst solider, wenn auch kostspieliger Bau dem Zwecke am besten entsprechend. Wenn überdies die Wasserkraft, welche zur Benutzung vorhanden ist, nur bei sehr vollkommener Aufsammlung für den Betrieb der Maschinen hinreichen kann, so muss auch noch, ohne viele Rücksichten auf die Kosten des Baues, darauf gesehen werden, dass mit der vorhandenen Wasserkraft der grösstmöglichste Nutzeffekt gewonnen wird.

Anders gestalten sich die Bedingungen des Baues für ein grosses industrielles Unternehmen, wenn die vorhandene Wasserkraft auch bei minder vollkommener Benutzung leicht zum Betriebe der Maschinen hinreicht. In diesem Falle ist zwar auch ein solider Bau, das heisst, bestes Material (Eisen) und sorgfältige Verbindung aller Theile zu einem Ganzen sehr wichtig; es ist aber nicht nothwendig und auch nicht zweckmässig, den Bau für den möglichst günstigsten Nutzeffekt einzurichten, denn die für den Effekt möglichst günstig angeordneten Räder müssen grosse Dimensionen (Halbmesser und Breite) erhalten, fallen daher kostspielig aus. Der praktische Zweck wird also in diesem Falle am besten durch ein, hinsichtlich der Solidität des Baues sehr vollkommenes, hinsichtlich des Nutzeffektes aber minder vollkommen angeordnetes Rad erreicht.

Ein anderer Fall ist der: wenn sowohl mit der Kraft als auch mit dem Anschaffungskapital sorgfältig gespart werden soll, was bei industriellen Unternehmungen von nicht sehr grossem Umfang oftmals vorkommt. Hier muss das Rad auf guten Effekt angeordnet, und so viel als möglich von Holz hergestellt werden.

Ein weiterer Fall ist der, wenn hinreichend Wasserkraft vorhanden ist, und mit Kapital gespart werden soll. Ein nicht zu grosses hölzernes Rad, welches einen ziemlich guten Effekt gibt, ist hier am Platz.

Endlich ist noch der Fall zu betrachten, wenn ein grosser Ueberfluss an Wasserkraft vorhanden ist, und der Bau so wohlfeil als nur immer möglich angeordnet werden soll. Dieser Fall kommt vorzüglich in Gebirgsgegenden vor, wo Wasser und Gefälle im Ueberfluss, Kapital dagegen nur sehr wenig vorhanden ist. Da kann man nichts besseres thun, als ein kleines unterschlächtiges Rädchen, Fig. 7, anzuwenden, und dieses so schnell laufen zu lassen, dass entweder ohne verzahnte Räder oder mit möglichst wenigen die Geschwindigkeit der arbeitenden Werkzeuge erreicht wird. In Tyrol, in der Schweiz und insbesondere in Graubündten findet man derlei Räder grösstentheils zum Betrieb der Sägen, Mühlen, Hämmer u. s. w. angewendet, und es werden oft, um die erforderlichen Geschwindigkeiten direkt hervorzubringen, Gefälle von 6 bis 8 Meter benutzt. Auch wird die Axe des Rades je nach Umständen horizontal, vertikal oder schief gelegt; manchmal befindet sich dieselbe sogar in einem oberen Stockwerk eines Gebäudes.

Wollte man die Regeln zur Bestimmung der Construktionselemente der Räder so einrichten, dass sie in allen angeführten Fällen die praktisch zweckmässigsten Abmessungen lieferten, so würden diese Regeln ungemein complizirt ausfallen, ihre Anwendung würde daher viele Schwierigkeiten verursachen. Weit einfacher erreicht man den Zweck, wenn man zunächst einfache und zuverlässige Regeln für die gewöhnlichen, in

der Praxis vorkommenden Fälle aufstellt, und diese dann für die ungewöhnlicheren Fälle auf geeignete Weise zu modifiziren sucht.

Auf diesen Grundsatz gründen sich die Regeln, welche in diesem Abschnitte für die Bestimmung der Construktionselemente der Wasserräder aufgestellt werden. Diese Regeln sind nämlich so eingerichtet, dass Räder, welche nach denselben erbaut werden, einen befriedigenden Nutzeffekt zu liefern im Stande sind und nicht mehr kosten, als die in der Wirklichkeit existirenden Räder.

Ich habe nämlich alle diejenigen Constructionselemente, welche auf die Kosten des Baues keinen oder nur einen geringen Einfluss haben, so bestimmt, dass sie zum Nutzeffekt möglichst günstig beitragen. Die Construktionselemente dagegen, welche auf die Kosten des Baues wesentlichen Einfluss haben (Halbmesser, Breite, Schaufeltheilung u. s. w.) habe ich so bestimmt, wie sie bei den besseren von den bestehenden Rädern gefunden werden.

Zu diesem Behufe habe ich die Dimensionen von mehr als 100 bestehenden Rädern von allen Grössen auf das sorgfältigste untersucht und verglichen, um zu einer praktischen Basis für die Aufstellung der Regeln zu gelangen.

Die Regeln, welche in diesem Abschnitte aufgestellt werden, führen daher zu guten, aber keineswegs zu vollkommenen Anordnungen; diese Räder sind vielmehr nur die von ihren Fehlern befreiten Anordnungen der Wirklichkeit. Wer die Kosten nicht scheut und mit analytischen Rechnungen umzugehen weiss, findet in dem vorhergehenden Abschnitte den Weg gebahnt zur Bestimmung von solchen Constructionselementen, die zu vollkommenen Anordnungen hinsichtlich des Nutzeffektes führen.

Wassermenge.

Wenn ein Wasserrad erbaut werden soll, ist entweder das Gefälle H und die Wassermenge Q gegeben, oder es ist das Gefälle und der Nutzeffekt bekannt, welchen das Rad entwickeln soll. Im ersteren Falle ist also die Wassermenge, für welche das Rad eingerichtet werden soll, bekannt; im letzteren Falle muss sie aber erst gesucht werden. Nach der Wassermenge richtet sich vorzugsweise die Breite und Tiefe des Rades; diese Dimensionen können aber ohne merklichen Nachtheil für den Effekt innerhalb gewisser Grenzen variiren; es ist daher zu ihrer Bestimmung nicht nothwendig, die Wassermenge so ganz genau zu kennen, denn nehmen wir an, dass die Wassermenge um $\frac{1}{5}$ ihres wahren Werthes zu gross oder zu klein angenommen wird, so hat dies zur Folge, dass im ersteren Falle Breite und Tiefe etwas grösser, und im letzteren Falle etwas kleiner ausfallen werden, als wenn man die richtige Wassermenge der Bestimmung der Breite und Tiefe zu Grunde gelegt hätte; dadurch entsteht aber noch kein merklicher Nachtheil, weil die Füllung des Rades ohne Nachtheil für den Effekt um $\frac{1}{5}$ ihres Normalwerthes variiren darf. Es ist daher für die Bestimmung der Dimensionen eines Rades hinreichend, wenn man die Wassermenge dadurch bestimmt, indem man den Nutzeffekt des Rades in Prozenten des absoluten Effektes der Wasserkraft ausdrückt. Da es aber

immer besser ist, wenn man ein Rad etwas zu gross, als wenn man es etwas zu klein bestimmt, so ist es zweckmässig, die Prozente nicht zu günstig anzunehmen.

Nach den früheren Effektberechnungen dürfen wir das Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt und dem absoluten Effekt der Wasserkraft annehmen für

das unterschlächtige Rad	0·30 bis 0·35
„ Kropfrad	0·40 — 0·50
„ Poncelet'sche Rad	0·60 — 0·65
„ Ueberfall-Rad	0·60 — 0·65
„ Coulissenrad	0·65 — 0·70
„ rückschlächtige Rad	0·60 — 0·70
„ oberschlächtige Rad	0·60 — 0·70

Die Wassermenge, welche bei einem Rade in 1 Sekunde nothwendig ist, um einen Nutzeffekt von N_n Pferdekraft à 75 Kil. M. zu erhalten, ist demnach

für das unterschlächtige Rad	$Q = 0{\cdot}21 \frac{N_n}{H}$	bis $0{\cdot}25 \frac{N_n}{H}$
„ „ Kropfrad	$Q = 0{\cdot}175 \frac{N_n}{H}$	„ $0{\cdot}187 \frac{N_n}{H}$
„ „ Poncelet-Rad	$Q = 0{\cdot}115 \frac{N_n}{H}$	„ $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$
„ „ Ueberfall-Rad	$Q = 0{\cdot}115 \frac{N_n}{H}$	„ $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$,
„ „ Coulissen-Rad	$Q = 0{\cdot}107 \frac{N_n}{H}$	„ $0{\cdot}115 \frac{N_n}{H}$
„ „ rückschlächtige Rad	$Q = 0{\cdot}107 \frac{N_n}{H}$	„ $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$
„ „ oberschlächtige Rad	$Q = 0{\cdot}107 \frac{N_n}{H}$	„ $0{\cdot}125 \frac{N_n}{H}$

Wahl des Rades.

Die Wahl der Mittel zur Erreichung eines Zweckes ist für jedes Unternehmen von der grössten Wichtigkeit. Wenn eine Einrichtung zur Benutzung einer Wasserkraft getroffen werden soll, bietet sich daher zunächst die Frage dar, ob eine Turbine oder ob ein Wasserrad genommen werden soll. Diese Frage kann aber erst dann gründlich beantwortet werden, wenn man sowohl die Wasserräder, als auch die Turbinen in jeder Hinsicht genau kennt und dadurch im Stande ist, die Vortheile und Nachtheile dieser beiden Anordnungen zuverlässig abzuwägen.

Wir müssen daher die Entscheidung dieser wichtigen Frage bis zum Schluss dieser Abhandlung über die Wasserräder verschieben, und wollen desshalb bis dahin von der Turbine ganz abstrahiren, wollen uns also so benehmen, als gäbe es gar keine Turbine.

Bei dieser Einschränkung haben wir also gegenwärtig nur die Frage zu entscheiden, welche von allen Anordnungen von Wasserrädern in jedem gegebenen Falle die zweckmässigste sei. Es ist klar, dass es theils von der Wassermenge, vorzugsweise aber von

der Grösse des Gefälles abhängt, ob man das eine oder das andere Rad wählen soll, und es kommt nur darauf an, diese Abhängigkeit genau zu bestimmen, d. h. die Grenzen anzugeben, innerhalb welcher sowohl das Gefälle als auch die Wassermenge liegen muss, wenn das eine oder das andere von den Rädern mit Vortheil soll angewendet werden können. Diese Grenzen lassen sich nur mit vieler Mühe befriedigend ermitteln, wenn man verschiedene Gefälle und für jedes Gefälle verschiedene Wasserquantitäten annimmt, sodann für jede dieser Wasserkraft diejenigen Arten von Rädern construirt und berechnet, von welchen man vermuthen kann, dass sie zweckmässig ausfallen dürften. Durch Vergleichung der Gefälle und Wassermenge von den sich ergebenden guten Construktionen der gleichen Art lassen sich dann die Grenzen der zweckmässigsten Anwendbarkeit der verschiedenen Räder bestimmen. Dass man bei diesem Geschäfte auch die ausgeführten Räder berücksichtigen muss, bedarf kaum einer Erwähnung. Die Resultate, welche ich auf dem so eben bezeichneten Wege gefunden habe, können für die Uebersicht und für den praktischen Gebrauch am einfachsten graphisch dargestellt werden, was auf Tafel 4 Fig. 37 geschehen ist. Die horizontale Zahlenreihe bedeutet die in Metern ausgedrückten Gefälle, die vertikale Zahlenreihe die in Kubik-Metern ausgedrückten Wassermengen.

Die verschiedenen geraden und krummen Linien innerhalb der Grenzen der ganzen Figur sind die Grenzen der Anwendbarkeit der verschiedenen Arten von Rädern. Die krumme Linie AB bestimmt die grössten Wasserkräfte, welche noch durch ein einziges Rad nutzbar gemacht werden können.

Die Richtigkeit der Grenzbestimmung vorausgesetzt, ist es vermittelst dieser Karte ein Leichtes, in jedem speziellen Falle zu bestimmen, was für ein Rad gebaut werden soll. Man sucht nämlich vermittelst der horizontalen Zahlenreihe die Vertikallinie auf, welche dem gegebenen Gefälle entspricht und vermittelst der vertikalen Zahlenreihe die Horizontallinie, welche mit der gegebenen Wassermenge übereinstimmt; der Punkt, in welchem sich diese zwei Linien durchschneiden, liegt dann in dem Wasserkraftgebiet des zu wählenden Rades. Ist z. B. das gegebene Gefälle 3^m und die Wassermenge 1·5 Kubikmeter, so führen diese Daten auf einen Punkt in dem Gebiete des Coulissenrades. Ist das Gefälle $4{\cdot}5^m$ und die Wassermenge 0·8 Kub. M., so wird man auf ein rückschlächtiges Rad geführt. Der Gebrauch dieser Karte unterliegt also durchaus keiner Schwierigkeit.

Zur Rechtfertigung dieser Grenzbestimmungen werden folgende Erklärungen dienen können.

Die Anwendbarkeit des unterschlächtigen Rades ist bis zu einem Meter Gefälle festgesetzt, weil erst von diesem Gefälle an eine Krümmung des Gerinnes von merklichem Vortheil sein kann.

Das Gebiet des Kropfrades hat hinsichtlich des Gefälles ziemlich enge Grenzen erhalten, weil für Gefälle, die grösser als $1{\cdot}5^m$ und für Wassermengen unter 2 Kub. M. das Ueberfallrad vortheilhafter ist. Das Kropfrad kann übrigens nur dann angewendet werden, wenn der Wasserstand im Zuflusskanale nicht sehr veränderlich ist.

Das Gebiet des Poncelet-Rades erstreckt sich über die Gebiete des unterschlächtigen und über einen Theil des Kropfrades. Das grösste Gefäll ist auf $1{\cdot}7^m$ festgesetzt. *Poncelet*

hat zwar der Gefällgrenze eine grössere Ausdehnung gegeben, allein es sind mehrere Gründe vorhanden, die darauf hinweisen, dass dieses Rad bei Gefällen über 1·7^{m} keine vortheilhafte Anordnung sein kann, denn 1) wird bei grossen Gefällen der Effektverlust von Bedeutung, welcher durch das Entweichen des Wassers durch den Spielraum zwischen dem Rade und dem Gerinne entsteht; 2) wird das Verhältniss zwischen der Breite des Rades und der Höhe der Radkrone unzweckmässig; 3) wird schon bei einem Gefälle von 1·7^{m} der Halbmesser des Rades wenigstens 3^{m}, bei noch grösserem Gefälle müsste also das Rad sehr gross und dadurch kostspieliger ausfallen, als andere Räder; 4) wenn einmal das Gefälle über 1·7^{m} ist, geben das Ueberfallrad und das Coulissenrad einen eben so guten, wo nicht besseren Effekt als das Poncelet'sche Rad.

Da das Poncelet'sche Rad zwar einen besseren Effekt gibt, als das unterschlächtige und das Kropfrad, aber kostspieliger ausfällt, als diese letzteren, so ist es statt diesen dann vorzuziehen, wenn die vorhandene absolute Wasserkraft nur bei sehr guter Verwendung zum Betriebe eines Werkes hinreichend werden kann. Ist aber der Wasserzufluss mehr als hinreichend, so kann man sich der hinsichtlich ihrer Construktion einfacheren Anordnungen des unterschlächtigen und Kropfrades bedienen.

Das Kraftgebiet des Ueberfallrades hat zwar keine grosse Ausdehnung, dessenungeachtet wird man doch sehr oft veranlasst sein, dieses Rad zu wählen, weil in seinem Kraftgebiete diejenigen Wasserkräfte liegen, welche am häufigsten in der Praxis zu benutzen sind.

Nach der Karte hört die Anwendbarkeit des Ueberfallrades auf bei Wassermengen über 2·5 Kub. M. Der Grund hiervon liegt in dem Umstande, dass bei Wassermengen über 2.5 Kub. M. ein Coulisseneinlauf eine bessere Leitung des Wassers bewirkt, als ein freier Ueberfall.

Aus der Karte sieht man ferner, dass für das Ueberfallrad das grösste Gefälle auf 2·5^{m} bestimmt worden ist, diess ist aus dem Grunde geschehen, weil für grössere Gefälle entweder das oberschlächtige Rad oder das Rad mit Coulisseneinlauf zweckmässiger ist. Ist nämlich das Gefälle grösser, als 2.5^{m} und die Wassermenge kleiner als ungefähr 0·3 Kub. M., so ist das oberschlächtige Rad die am wenigsten kostspielige Anordnung. Ist das Gefälle grösser als 2.5^{m} und die Wassermenge grösser als 0·3^{m}, so muss man das Rad mit Coulisseneinlauf jenem mit freiem Ueberfall vorziehen, weil dann bei diesem letzteren der Halbmesser des Rades sehr gross gemacht werden müsste, wo hingegen bei Anwendung von Coulissen das Rad viel kleiner gehalten werden kann.

Die Grenzen für das Gebiet des Schaufelrades mit Coulisseneinlauf sind für das Gefälle 2·5^{m} bis 4·5^{m} für die Wassermenge 0·3 bis 2·4 Kub. M. Dem Mittelpunkt des Gebietes entspricht ein Gefälle von ungefähr 3·5^{m} und eine Wassermenge von 1·2 Kub. M.

Die unterste Grenze für die Wassermenge ist durch den Umstand bestimmt worden, dass für Wassermengen unter 0·3 Kub. M. bei Gefällen über 2.5^{m} bereits das sehr wohlfeile oberschlächtige Rad angewendet werden kann. Die äusserste Gefällsgrenze ist nicht über 4·5^{m} angenommen worden, weil von da an das rückschlächtige Zellenrad vortheilhafter zu werden beginnt, als das Schaufelrad.

Das Gebiet des rückschlächtigen Rades liegt zwischen dem Gebiete des vorher-

gehenden Rades und jenem des oberschlächtigen. Die Gefällgrenzen sind ungefähr 2·5 und 8^{m}, die Grenzen der Wassermenge 0·4 bis 1·3 Kub. M. Dem Mittelpunkte des Gebiets entspricht ein Gefälle von 5·5^{m} und eine Wassermenge von 0·8 Kub. M. Für Wasserkräfte, welche in dieses Gebiet fallen, ist das Schaufelrad mit Coulisseneinlauf nicht anwendbar, weil bei demselben der Wasserverlust durch den Spielraum zwischen den Schaufelkanten und dem Gerinne zu gross ausfällt und das oberschlächtige Wasserrad ist hier nicht zu empfehlen, 1) weil es nicht ventilirt werden kann, was bei grösseren Wasserquantitäten ein bedeutender Uebelstand ist, 2) weil gewöhnlich bei grösserem Wasserzufluss der Wasserstand im oberen Kanale veränderlich ist, was sich mit der Anwendung eines oberschlächtigen Rades nicht verträgt.

Das Gebiet des oberschlächtigen Rades hat hinsichtlich des Gefälles eine sehr grosse Ausdehnung erhalten. Diese Anordnung ist im Allgemeinen wohlfeiler, als jede andere und gibt, wenn das Gefälle nur nicht zu klein ist, immer einen guten Effekt; es ist daher in jeder Hinsicht Grund vorhanden, das Gebiet seiner Anwendbarkeit möglichst auszudehnen. Die Gefällsgrenze beginnt schon bei 2·5^{m} und erstreckt sich bis zu 12^{m}. Die Grenzen der Wassermenge sind 0·3 und 0·8 Kub. M. Es ist schon oben gesagt worden, wesshalb das oberschlächtige Rad im Allgemeinen für grosse Wassermengen nicht zu empfehlen ist.

Die Linie A B für die grösste absolute Wasserkraft, welche noch mit einem Rade nutzbringend gemacht werden kann, bezieht sich auf 80 absolute Pferdekraft. Für Wasserkräfte über 80 Pferdekraft fallen die Dimensionen der Räder immer so kolossal aus, dass es in diesem übrigens nur ausnahmsweise vorkommenden Falle immer zweckmässiger ist, zwei Räder anzuwenden. Uebrigens versteht es sich von selbst, dass man auch in dem Falle zwei oder mehrere Räder statt einem bauen wird, wenn ein System von Arbeitsmaschinen zu betreiben ist, die nicht gut miteinander arbeiten können, wie diess z. B. in Eisenwerken der Fall ist.

Für die Wasserkräfte, welche den Grenzlinien der Kraftgebiete entsprechen, hat man unter 2 oder 3 Rädern zu wählen. Für die Wasserkraft der Grenzlinie zwischen dem Gebiete des oberschlächtigen Rades und den Gebieten des Ueberfall- und Kübelrades mit Coulisseneinlauf ist das erstere dieser Räder eine wohlfeilere Anordnung, die beiden letzteren sind aber hinsichtlich des Nutzeffektes besser. Für die Wasserkräfte, welche den übrigen Grenzlinien entsprechen, ist es dagegen in jeder Hinsicht ziemlich gleichgültig, welches von den diesen Grenzen zugehörigen Rädern man auswählt.

Sowohl die sehr kleinen, als auch die sehr grossen Gefälle sind in der Regel für die Einrichtung eines Wassertriebwerkes nicht so vortheilhaft, als die mittleren Gefälle. Bei kleinen Gefällen bis zu 2^{m} sind gewöhnlich die Wasserquantitäten sehr gross, der ganze Bau und insbesondere die Kanalleitung wird daher voluminös und kostspielig und die Nutzeffekte sind in diesem Falle nicht sehr günstig. Bei grossem Gefälle über 6^{m} wird das Rad sehr gross, erhält einen langsamen Gang, wodurch oft mehrere kostspielige und krafterschöpfende Räderübersetzungen nothwendig werden und die Herstellung eines hohen Zuleitungskanals ist auch in der Regel mit mancherlei Kosten und Schwierigkeiten verbunden. Mittlere Gefälle von 2 bis 4^{m} geben gewöhnlich für kleinere Triebkräfte bis

zu 16 Pferden und Gefälle von 3 bis 6^m für grössere Triebkraft über 16 Pferde die zweckmässigste Einrichtung. Die Wasserleitungen werden bei diesen Gefällen weder sehr lang noch sehr hoch, noch sehr weit, fallen daher in jeder Hinsicht günstig aus, und die Wasserräder erhalten eine mässige Grösse, ziemlich schnellen Gang und geben einen guten Effekt. Wenn man also zwischen mehreren Wasserkräften auswählen kann, wird man in der Regel den mittleren Gefällen von 3 bis 6^m den Vorzug geben müssen.

Umfangsgeschwindigkeit v der Räder.

Bei dem unterschlächtigen und Pocelet'schen Rade wird die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit durch das Gefälle bestimmt; bei den übrigen Rädern ist sie dagegen unabhängig vom Gefälle, und kann ohne Nachtheil ziemlich constant angenommen werden.

Wenn bei dem unterschlächtigen Rade keine Wasserverluste vorkämen, wäre die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit halb so gross, als die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers, wegen dieser Wasserverluste fällt sie aber kleiner aus und beträgt nur 0.35 bis 0·4 von der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser ankommt.

Bei den Schaufelrädern mit Kreisgerinnen richtet sich streng genommen die vortheilhafteste Geschwindigkeit nach der Genauigkeit ihrer Ausführung. Wenn der Spielraum zwischen den Schaufelkanten und dem Gerinne sehr klein ist, ist es vortheilhaft, das Rad sehr langsam gehen zu lassen, ist dieser Spielraum gross, so ist ein schneller Gang des Rades besser. Wenn die Räder und die Gerinne immer vollkommen rund und concentrisch bleiben würden, könnte man diesen Spielraum sehr klein halten, z. B. 0.01 bis 0·015^m, weil aber diess nicht der Fall ist, so muss man schon von vornherein daran denken, dass durch die mit der Zeit unvermeidlich eintretenden Formveränderungen kein Anstreifen der Schaufelkanten an das Gerinne eintritt; man muss daher jenen Spielraum 0·02^m annehmen, wodurch wegen des Entweichens von Wasser ein Effektverlust von 10 bis 14 Prozent entsteht. Die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit ist für diesen Spielraum ungefähr 1·2^m, es entsteht aber für den Effekt gar kein merklicher Nachtheil, wenn man sie, um einen etwas schnelleren Gang des Rades zu erhalten, etwas grösser annimmt; insbesondere gilt dies für Räder mit Coulisseneinlauf, weil bei diesen das Schlagen der Schaufeln gegen das Wasser bei ihrem Eintritt in den Strahl durch die Stellung der Coulissen beseitigt werden kann. Wir können daher nehmen:

für das Kropfrad	$v = 2$
„ „ Ueberfallrad	$v = 1·4$
„ „ Coulissenrad	$v = 1·6$

Bei dem rückschlächtigen Zellenrad mit Coulisseneinlauf ist der durch das Entweichen des Wassers entstehende Effektverlust bedeutend kleiner als bei den Schaufelrädern, in dieser Hinsicht könnte allerdings bei jenem Rade die Umfangsgeschwindigkeit kleiner angenommen werden, als bei diesen Rädern. Allein der Vortheil, der dadurch hinsichtlich des Effektes erreicht werden kann, ist von keiner Bedeutung, und wird durch

den Nachtheil aufgehoben, dass unter sonst gleichen Umständen durch eine kleine Geschwindigkeit Breite und Tiefe des Rades grösser ausfallen, wodurch die Kosten des Baues vermehrt werden. Wir dürfen daher auch für das rückschlächtige Zellenrad mit Coulisseneinlauf $v = 1{\cdot}5^m$ annehmen.

Für das oberschlächtige Rad ist die für den Nutzeffekt vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit äusserst klein; aber gleichwohl ist es auch hier wiederum zweckmässiger, sie grösser anzunehmen, weil dadurch der Effekt nicht merklich, die Kosten des Rades aber bedeutend vermindert werden; denn wenn das Rad sehr langsam geht, muss es breit und tief gemacht werden, um die Wassermenge fassen zu können.

Die numerischen Rechnungen zeigen, dass die Nutzeffekte oberschlächtiger Räder immer noch ganz günstig ausfallen, wenn man nimmt

bei oberschlächtigen Rädern für kleinere Gefälle $v = 1{\cdot}3$ bis $1{\cdot}5^m$
" " " " grössere " $v = 1{\cdot}5$.

Die Halbmesser der Räder.

Bei dem oberschlächtigen Rade wird der Halbmesser durch das Gefälle bestimmt, bei den übrigen Rädern sollte der Halbmesser hinsichtlich des Effektes möglichst gross genommen werden.

Ein grosser Halbmesser ist vortheilhaft

a) bei dem unterschlächtigen Rade, weil dann die Schaufeln vom Eintritt an bis zum Austritt fast eine vertikale Stellung haben können.

b) Bei dem Kropfrade, Ueberfallrade und bei den zwei Coulissenrädern, weil, wenn der Halbmesser gross ist, das Wasser immer nur wenig aus der Richtung seiner Bewegung im Zuleitungskanal abgelenkt zu werden braucht, um unter einem ziemlich kleinen Winkel gegen den Umfang des Rades anzukommen.

Obgleich es aber einerseits keinem Zweifel unterliegt, dass mit der Grösse des Halbmessers der Nutzeffekt fortwährend wächst, so ist anderseits auch leicht einzusehen, und die genauen theoretischen Untersuchungen haben es auch gezeigt, dass die Zunahme des Effektes mit der Vergrösserung des Halbmessers nur höchst unbedeutend ist, so wie einmal der Halbmesser eine gewisse Grösse erreicht hat. Da überdies die Kosten eines Rades mit dem Halbmesser ungefähr proportional zunehmen, so muss man, um eine, sowohl hinsichtlich des Effektes, als auch hinsichtlich der Kosten vortheilhafte Construktion zu erhalten, die kleinsten Halbmesser wählen, mit welchen bereits eine gute Wirkung hervorgebracht werden kann.

Die Halbmesser, welche bei den besser ausgeführten Rädern angetroffen werden, erfüllen diese Bedingung, was durch numerische Berechnungen derjenigen Glieder in den Ausdrücken für den Effekt, welche von dem Halbmesser der Räder abhängen, bewiesen werden kann; wir können uns daher zur Aufstellung von Regeln für den Halbmesser der Räder an die Erfahrung halten.

Die unterschlächtigen Räder haben je nach der Grösse des Effektes, welche sie

entwickeln, und je nachdem die Lokalitätsverhältnisse sind, Halbmesser von 2^m, 3^m bis 4^m.

Für den Halbmesser aller übrigen Räder kann man den allgemeinen Ausdruck aufstellen:

$$H = \frac{H + t - \frac{V^2}{2g}}{1 - \cos\gamma}$$

wobei t die Tauchung der Schaufeln im Unterwasser bedeutet.

Wenn aber diese Formel praktisch brauchbare Werthe von R liefern soll, muss man für $t \frac{V^2}{2g}$ und insbesondere für γ solche Annahmen machen, dass die Werthe von R ungefähr so gross ausfallen, wie man es für die Ausführung wünschen muss; diese Formel ist daher zur Bestimmung von R von keinem praktischen Werthe, und es ist zweckmässiger, sie gar nicht zu gebrauchen, und lieber gleich den Halbmesser R so anzunehmen, wie man sie haben will. Folgende empirische Regeln, welche aus der Vergleichung der ausgeführten Räder entstanden sind, führen am einfachsten zum Ziele.

Für das Kropfrad nehmen wir:

$$R = 1{\cdot}5\,H \text{ bis } 2{\cdot}5\,H$$

Für das Ueberfallrad

$$R = 1{\cdot}25\,H \text{ bis } 1{\cdot}5\,H$$

Für das Schaufelrad mit Coulisseneinlauf

$$R \text{ ungefähr} = H$$

Für das rückschlächtige Rad

$$R = \frac{2}{3} H$$

Nach dieser letzten Regel ist der Punkt, in welchem die Verlängerung des Wasserspiegels im Zuflusskanal dem Umfang des Rades begegnet, um 60° vom Scheitel des Rades entfernt. Man findet zwar auch rückschlächtige Räder, bei welchen diese Entfernung kleiner als 60° ist, allein wenn dieser Winkel so klein genommen wird, ist es rein unmöglich, den Coulisseneinlauf gut zu construiren, weil dann das Wasser zu stark von der Richtung, die es im Zuflusskanal verfolgt, abgelenkt werden muss, um in die Zellen zu gelangen, ohne von den äusseren Wänden derselben geschlagen zu werden.

Für das oberschlächtige Rad hat man, wenn dasselbe die Oberfläche des Wassers im Abflusskanal im tiefsten Punkt berührt:

$$R = \frac{1}{2}\left(H - \frac{V^2}{2g}\right)$$

Weil das oberschlächtige Rad nicht ventilirt werden kann, so muss man dafür sorgen, dass die Luft, welche in den Zellen vor ihrer Füllung enthalten ist, während der Füllung durch den Schluck der Zellen entweichen kann, was nur dann möglich ist, wenn die Dicke des eintretenden Strahls kleiner ist als die Schluckweite. Wenn man die Geschwindigkeit $V = 2v$, demnach doppelt so gross annimmt, als die Umfangsgeschwindigkeit, und wenn man für die Breite des Rades und für den Zellenbau die später folgenden Regeln befolgt, so fällt die Dicke des Strahles nahe halb so gross aus, als die Schluckweite; es bleibt also dann für das Entweichen der Luft hinreichend freier Raum übrig. Für diese Geschwindigkeit $V = 2v$ fällt allerdings das Stossgefälle ziemlich gross aus, allein der Nachtheil, welcher dadurch entsteht, ist doch nicht so gross, als wenn das Wasser verhindert wird, in das Rad einzutreten. Wir nehmen also $V = 2v$ und erhalten dann:

$$R = \frac{1}{2}\left(H - 4\frac{V^2}{2g}\right)$$

Breite *b* und Tiefe *a* der Räder.

Diese beiden Dimensionen sind von besonderer Wichtigkeit, weil von denselben sowohl der Nutzeffekt als auch die Baukosten des Rades sammt Gerinne abhängen. Es ist zunächst klar, dass das Rad hinreichend geräumig sein muss, um die Wassermenge fassen zu können, welche auf dasselbe in 1 Sekunde zu wirken hat. Nun ist die Wassermenge, welche ein Schaufel- oder Zellenraum aufzunehmen hat, $Q\frac{e}{v}$ und das Volumen eines solchen Raumes ist abe, wenn also das Rad die Wassermenge Q soll fassen können, muss sein: $abe > Q\frac{e}{v}$ oder:

$$abv > Q$$

d. h., der Raum, welchen eine Schaufel oder Zelle in einer Sekunde beschreibt, muss grösser sein, als das Wasservolumen, welches in 1 Sekunde auf das Rad wirken soll. Setzen wir:

$$abv = mQ$$

so bedeutet m die Zahl, welche angibt, um wie viel mal der Raum, welchen eine Schaufel in 1 Sekunde beschreibt, grösser ist, als das Volumen der Wassermenge, welche in 1 Sekunde auf das Rad wirkt; auch bedeutet m die Zahl, welche angibt, um wie viel mal ein Zellen- oder Schaufelraum grösser ist, als das Wasservolumen, welches in einen solchen Raum eintritt, wir wollen desshalb m den Füllungscoeffizienten nennen; ist derselbe bekannt, so gibt die letzte Gleichung zwar den Werth des Produktes ab, die Grössen a und b selbst aber nicht, sondern es ist hiezu noch eine zweite Gleichung oder Beziehung nothwendig.

Was die Werthe von m anbelangt, so sind diese für jedes Rad besonders zu bestimmen. Bei allen Schaufelrädern der älteren Art darf man in der Regel $m = 2$ nehmen, so dass die Schaufelräume zur Hälfte mit Wasser gefüllt werden. Eine schwächere

Füllung anzunehmen, ist bei diesen Rädern nicht gut, weil sie dann breiter ausfallen und dadurch einen grösseren Wasserverlust durch den Spielraum zwischen den Schaufelkanten und dem Gerinne verursachen. Eine stärkere Füllung ist auch nicht gut, weil dann leicht durch die Luftspalten eine beträchtliche Wassermenge entweicht.

Bei den Kübelrädern kann man dagegen eine schwache Füllung annehmen, weil sie dann das Wasser erst tief unten entleeren, was natürlich für den Effekt vortheilhaft ist. Wir nehmen daher für diese Räder $m = 3$ bis $m = 4$, so dass also die Zellen nur bis auf $1/3$ oder $1/4$ ihres Raumes mit Wasser erfüllt werden.

Nun müssen wir noch eine neue Beziehung zwischen den in obiger Gleichung enthaltenen Grössen ausfindig zu machen suchen, um a und b bestimmen zu können.

Die Vergleichung der Dimensionen der ausgeführten Räder mit den Wassermengen zeigt, dass bei den Schaufelrädern die Breite für jeden Kubikmeter Wasserzufluss, im Mittel genommen, 2^m bis 2·5 und bei Kübelrädern 5 bis $5{\cdot}5^m$ beträgt. Dies sind aber, nur mittlere Werthe, welche nicht gut gebraucht werden können, um darnach die Dimensionen von grossen und kleinen Rädern zu bestimmen; indem nach dieser Regel die Tiefe a bei allen Schaufelrädern, so wie auch bei allen Kübelrädern gleich gross ausfiele, was offenbar unzulässig ist.

Eine andere Vergleichung zwischen jenen Rädern hat mich auf die Vermuthung gebracht, dass das Verhältniss $\frac{b}{a}$ in einer gewissen Beziehung stehen dürfte zu dem in Pferdekräften ausgedrückten absoluten Effekt der Wasserkraft N_a.

Um diese Vermuthung zu prüfen, und wenn sie sich bestätigen sollte, die Abhängigkeit zwischen $\frac{b}{a}$ und N_a ausfindig zu machen, habe ich die Werthe von N_a als Abscissen und die correspondirenden Werthe von $\frac{b}{a}$ als Ordinaten aufgetragen. Die auf diese Weise bestimmten Punkte stellten sich als zwei Reihenfolgen dar, die eine den Schaufelrädern, die andere den Kübelrädern angehörig, und die mittleren durch diese Reihenfolgen gezogenen krummen Linien stimmten sehr nahe mit zwei kubischen Parabeln überein.

Für die Parabel, welche den Schaufelrädern angehört, ist:

$$\frac{b}{a} = 1{\cdot}75 \sqrt[3]{N_a}$$

Für die Parabel, welche den Kübelrädern angehört:

$$\frac{b}{b} = 2{\cdot}25 \sqrt[3]{N_a}$$

Diese empirischen Formeln in Verbindung mit dem früher aufgefundenen Resultate, geben uns nun zur Bestimmung von a und b für die älteren Räder folgende Regeln:

Um für ein Schaufelrad b und a zu finden, berechne man zuerst das Verhältniss:

$$\frac{b}{a} = 1{\cdot}75 \sqrt[3]{N_a}$$

dann findet man:

$$b = \sqrt{\frac{m\,Q}{v}\left(\frac{b}{a}\right)}$$

wobei in der Regel $m = 2$ und v so zu nehmen ist, wie früher erklärt wurde. Dividirt man dann diesen Werth von b durch den berechneten Werth von $\frac{b}{a}$ so erhält man auch a.

Zur Bestimmung von a und b für ein Kübelrad berechne man

$$\frac{b}{a} = 2{\cdot}25 \sqrt[3]{N_a}$$

und dann findet man:

$$b = \sqrt{\frac{m\,Q}{v}\left(\frac{b}{a}\right)}$$

wobei $m = 3$ bis 4 zu setzen ist, und dann findet man auch a wie bei den Schaufelrädern.

Anzahl und Form der Schaufeln und Zellen.

Eine grosse Anzahl von Schaufeln oder Zellen ist für alle Räder vortheilhaft.

Bei dem unterschlächtigen Rade hängt von der Anzahl der Schaufeln die Wassermenge ab, welche zwischen den Schaufeln entweicht, ohne irgend eine Wirkung hervorzubringen. Auch die Wassermenge, welche unter dem Rade durch den Spielraum zwischen den Schaufelkanten und dem Gerinne entweicht, richtet sich zum Theil nach der Schaufeltheilung. Diese Wasserverluste vermindern aber bei etwas grosser Schaufeltheilung den Nutzeffekt so bedeutend, dass es sehr wichtig ist, die Theilung nicht zu gross anzunehmen. Man kann zwar diesen Verlusten durch eine gewisse Construction des Gerinnes theilweise begegnen, eine enge Schaufelung ist aber doch immer das beste Mittel gegen diesen Uebelstand.

Bei dem Kropfrad, Ueberfallrad, Coulissenrad und rückschlächtigen Rade sind zwei wichtige Gründe vorhanden, welche für eine enge Theilung sprechen: 1) wird durch eine enge Schaufeltheilung der Wasserverlust vermindert, welcher durch den Spielraum zwischen den Schaufeln und dem Gerinne stattfindet und 2) wird dadurch das Stossgefälle vermindert. Die Effektverluste, welche aus diesen zwei Gründen entstehen, werden bei einer grossen Schaufeltheilung sehr bedeutend, es unterliegt also keinem Zweifel, dass bei diesen Rädern eine enge Theilung gut ist.

Bei dem oberschlächtigen Rade hat zwar die Schaufeltheilung nur einen sehr geringen Einfluss auf den Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers in das Rad entsteht (es ist sogar in dieser Hinsicht eine grössere Theilung gut, weil dann der Schluck weit wird, so dass die Luft leicht entweichen kann), allein wenn die Theilung gross ist, beginnt die Entleerung der Zellen viel früher, als wenn sie klein ist, es ist also auch bei diesem Rade eine enge Theilung für einen guten Effekt nothwendig.

Es gilt also für alle Räder ohne Ausnahme der Grundsatz, dass die Schaufeltheilung möglichst klein sein soll. Der Verwirklichung desselben stehen aber praktische Schwierigkeiten im Wege. Räder mit Blechschaufeln werden dann theils wegen des grossen Materialaufwandes, theils wegen der vielen Verbindungen kostspielig. Bei hölzernen Schaufelrädern werden die Radkränze, wenn eine grosse Anzahl Schaufeln genommen wird, durch die vielen Schaufelarme, welche in die Kränze eingesetzt sein müssen, zu

sehr geschwächt. Bei den Kübelrädern, sie mögen nun von Holz oder von Eisen construirt sein, wird gewöhnlich, selbst wenn man eine ziemlich grosse Theilung annimmt, die Anzahl der Schaufeln so gross, dass ihre Ausführung ungemein viele Arbeit verursacht, und überdiess kann man bei diesen Rädern durch hinreichende Breite und geringe Füllung den Zweck, um den es sich hier handelt, besser erreichen, als durch eine übermässig grosse Schaufelzahl, weil durch diese die Schluckweite zu eng ausfällt. Nur bei den eisernen Schaufelrädern ist keine wesentliche Schwierigkeit für die Anwendung einer grossen Anzahl Schaufeln vorhanden, weil da die Schaufelarme an die Kränze angegossen und die Schaufeln selbst von Holz gemacht werden.

In Erwägung dieser Umstände muss man den früher ausgesprochenen Grundsatz dahin modificiren, dass die Anzahl der Schaufeln so gross genommen werden soll, als es die Constructionsverhältnisse einerseits, und die ökonomischen Rücksichten anderseits gestatten.

Durch eine Vergleichung der ausgeführten Räder hinsichtlich der Schaufeltheilung habe ich für diese Grösse folgende praktische Formel gefunden:

$$e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\ a$$

und nach dieser sind auch die Schaufeltheilungen bei den auf den grossen Tafeln dargestellten Rädern bestimmt worden, aus welchen man ihre praktische Brauchbarkeit erkennen wird.

Nimmt man diese Regel an, so ergibt sich die für die Ausführung geeignete Anzahl der Schaufeln, indem man den Quotienten

$$\frac{2\ R\ \pi}{0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\ a}$$

berechnet und die demselben nächst ganze durch die Anzahl der Radarme eines Armsystems theilbare Zahl annimmt. Diese Anzahl der Radarme ist aber, wie später gezeigt werden wird,

$$2\ (1 + R)$$

Form und Stellung der Schaufeln bei dem unterschlächtigen Rade.

Gewöhnlich werden bei diesem Rade ebene, radial gestellte Schaufeln angewendet, wodurch insbesondere bei hölzernen Rädern die Ausführung sehr vereinfacht wird. Diese Anordnung der Schaufeln ist aber aus zwei Ursachen für den Nutzeffekt nicht vortheilhaft, denn 1) wirkt dann das Wasser rein nur durch Stoss, indem es senkrecht gegen die Schaufeln hinschlägt, und 2) werfen radial gestellte Schaufeln bei ihrem Austritt Wasser in die Höhe. Diese beiden Uebelstände können wenigstens theilweise beseitigt werden, wenn ebene aber gegen den Radius in der Art geneigte Schaufeln angewendet werden, dass sie beim Austritt oder erst nach demselben eine vertikale Stellung haben. Bei solchen Schaufeln wirkt das Wasser beim Eintritt in das Rad nur theilweise durch Stoss, nämlich mit der gegen die Schaufel senkrechten relativen Geschwindigkeit; dagegen gleitet es mit der zur Schaufel parallel relativen Geschwindigkeit an derselben hinauf,

bis es diese Geschwindigkeit verloren hat, gleitet dann wiederum nieder und erreicht das untere Ende mit einer absoluten Geschwindigkeit, welche die resultirende ist 1) aus der relativen Geschwindigkeit, mit welcher es nach dem Herabgleiten das äussere Ende der Schaufel erreicht, 2) aus der Umfangsgeschwindigkeit des Rades. Während des Auf- und Abgleitens wirkt das Wasser rein nur durch Druck, wie bei dem Poncelet-Rade, und es ist bei der strengen Theorie dieses Rades nachgewiesen worden, dass die Summe der Wirkungen, die das Wasser durch den partiellen Stoss und durch den darauf folgenden, während des Auf- und Niedergleitens anhaltenden, Druck hervorbringt, grösser ist, als diejenige, welche durch einen totalen Stoss gegen radial gestellte Schaufeln hervorgebracht wird. Dass diese ebenen, schief gestellten Schaufeln bei ihrem Austritt kein Wasser in die Höhe werfen, ist für sich klar.

Man könnte vielleicht meinen, dass man durch solche ebenen Schaufeln, wenn man sie so schief stellte, dass das Wasser ohne Stoss in dieselben eintreten würde, ganz die gleiche Wirkung hervorbringen könnte, wie bei dem Poncelet'schen Rade durch die cylindrisch gekrümmten Schaufeln. Bei genauer Betrachtung zeigt sich aber, dass zwei Gründe vorhanden sind, wesshalb schiefgestellte ebene Schaufeln nicht eine eben so gute Wirkung hervorbringen können, als zweckmässig gekrümmte Schaufeln. Der eine Grund liegt in dem Umstande, dass die Schaufelräume bei stark gegen den Radius geneigten Schaufeln nach innen zu keilförmig verengt werden, also eine Form erhalten, die gerade das Gegentheil ist von derjenigen Form, welche die in einen Schaufelraum eintretende Wassermenge anzunehmen sucht; denn diese letztere ist ebenfalls ein Keil, aber mit einer nach unten gerichteten Spitze. Das Wasser würde also beim Aufwärtsgleiten zuletzt gegen die beiden Schaufeln, welche einen Schaufelraum bilden, anschlagen und dabei an Geschwindigkeit verlieren, ohne dass eine nützliche Wirkung entstünde, indem die der Richtung nach einander sehr nahe entgegengesetzten und ihrer Intensität nach gleich starken Schläge gegen die beiden Schaufeln sich aufheben. Der zweite Grund liegt in dem Umstande, dass bei ebenen, stark gegen den Radius geneigten Schaufeln die Zeit einer vollständigen Auf- und Nieder-Oscillation eines Wassertheilchens grösser ausfallen würde, als die Zeit von dem Eintritt einer Schaufel bis zu ihrem Austritt; die Wassertheilchen würden also das äussere Ende der Schaufel erst dann erreichen, nachdem dieselbe bereits aus dem Wasser getreten wäre, was einen Gefällsverlust zur Folge hätte.

Diese beiden so eben angedeuteten Uebelstände würden allerdings durch einen sehr grossen Halbmesser des Rades grösstentheils beseitigt werden können, allein dieses Mittel ist nicht zulässig, indem es zu einer kostspieligen Construction führt, man kann also mit einem Rade, das einen mässig grossen Halbmesser und schiefgestellte ebene Schaufeln hat, nicht einen eben so günstigen Effekt hervorbringen, als mit einem Poncelet-Rade, allein desshalb ist kein Grund vorhanden, die erstere Anordnung ganz zu verwerfen, denn wenn man den ebenen Schaufeln gegen den Radius des Rades eine mittlere Neigung von ungefähr 45° gibt, tritt das Wasser nur mit schwachem Stosse ein, die Schaufelräume werden nun nicht zu eng, und die Oscillationszeit fällt nicht zu gross aus; man darf also bei dieser Stellung der Schaufeln gewiss einen merklich

bessern Effekt erwarten, als bei dem unterschlächtigen Rade mit radial gestellten Schaufeln.

Form und Stellung der Schaufeln bei den mittelschlächtigen Rädern.

Bei diesen Rädern haben die Schaufeln die Bestimmung, das in sie hereinstürzende Wasser aufzufangen und ihm seine relative Geschwindigkeit gegen die Schaufeln zu entziehen. Für den Eintritt des Wassers in das Rad ist es also ziemlich gleichgültig, wie die Schaufeln geformt sind, nur dürfen sie dem Eintritt nicht hinderlich und nicht sackförmig sein, weil sonst das Wasser zu tief hinabstösst, was zur Folge hat, dass der Theil des Gefälles, durch welchen das Wasser durch sein Gewicht wirkt, vermindert wird. Hinsichtlich des Eintritts würden also ebene, radial gestellte Schaufeln ganz dem Zweck entsprechend sein. Weil aber die Schaufeln im Unterwasser so tief tauchen sollen, dass der Wasserspiegel in dem untersten Schaufelraume und im Abzugskanal gleich hoch stehen, so ist es gut, wenn der äussere Theil der Schaufeln nicht radial, sondern in der Art schief gestellt wird, dass derselbe bei dem Austritt eine vertikale Stellung hat.

Hiernach ergibt sich nun für die Verzeichnung solcher Schaufeln folgende Regel:

Man mache Figur 38 $AC = \frac{1}{4} AB = \frac{1}{4} a$, $AD = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} a$, ziehe durch D eine Horizontallinie DE und durch C den mit dem äusseren Umfang des Rades concentrischen Kreisbogen CE, sodann ziehe man durch E die Vertikallinie EF und die radiale Linie EG, so ist FEG die Form und Stellung einer Schaufel. Zur Verzeichnung aller übrigen Schaufeln ist es bequem, wenn man sich des Kreises K bedient, an welchen die Verlängerungen der äusseren Theile aller Schaufeln tangiren müssen. Die Verzeichnung der übrigen Schaufeln bedarf sonst keiner weiteren Erklärung.

Damit das Wasser ungehindert in den Schaufelraum eintreten kann, ist es aber noch nothwendig, dass im Boden des Rades für jeden Schaufelraum eine Spalte angebracht wird, durch welche die Luft entweichen kann, während das Wasser eintritt. So wie nämlich die nachfolgende von den beiden Schaufeln, welche einen Schaufelraum bilden, in den Wasserstrahl eingetreten ist, kann aus diesem Schaufelraum am äussern Umfang des Rades keine Luft mehr entweichen; ist also im Radboden keine Luftspalte vorhanden, so wird die eingesperrte Luft comprimirt, wodurch sie, so wie die Füllung allmälig zunimmt, das Einströmen des Wassers immer mehr und mehr verhindert und sogar, wenn der Wasserstrahl eine bedeutende Dicke hat, ganz aufhebt; denn wenn die Luft nur um $1/10$ comprimirt wird, kann sie bereits einer Wassersäule von 1^m Höhe das Gleichgewicht halten; das Einströmen hört also dann schon auf. Eine Ventilation der Schaufelräume ist um so nothwendiger, je kleiner die Schaufeltheilung ist im Vergleich mit der auf dem Umfange des Rades gemessenen Dicke des Strahls, denn wenn die Schaufeltheilung sehr gross ist im Vergleich zur Dicke des Strahls, dauert die Absperrung des Schaufelraums durch den Strahl nur sehr kurze Zeit, findet aber das Gegentheil statt, so dauert diese Absperrung verhältnissmässig sehr lange. Man sieht also, dass eine enge Schaufel-

theilung nur dann die Vortheile gewährt, von welchen früher die Rede war, wenn die Schaufelräume ventilirt, d. h. mit Luftspalten versehen werden. Uebrigens muss die Ventilation noch so angeordnet werden, dass durch dieselbe kein Wasser entweichen kann.

Form und Stellung der Zellen bei einem rückschlächtigen Rade.

Bei den Zellen der rückschlächtigen Räder darf der Winkel, unter welchem die äussere Zellenwand den äusseren Umfang des Rades durchschneidet, nicht zu klein sein, weil sonst die Winkel, unter welchen die Coulissen dem Umfang des Rades begegnen müssen, damit das Wasser, ohne gegen die Wände zu schlagen, in die Zellen eintreten kann, gar zu klein ausfällt, wodurch die zwei Nachtheile entstehen, dass 1) das Wasser sehr stark aus der horizontalen Richtung seiner Bewegung im Zuflusskanal abgelenkt werden muss, um die Richtung der Coulissen anzunehmen, und dass 2) die auf den Umfang gemessene Dicke des eintretenden Wasserstrahles, folglich auch das Stossgefälle, sehr gross ausfällt.

Wird der Winkel β etwas gross angenommen, so beginnt zwar die Entleerung der Zellen etwas früher, als wenn der Winkel β klein ist, allein der Nachtheil, welcher hierdurch entstehen würde, kann durch eine schwache Füllung der Zellen und insbesondere durch Anwendung eines Kreisgerinnes ganz beseitigt werden. In der Voraussetzung, dass man das Rad nicht mehr als bis $^1/_4$ bis $^1/_3$ füllt, und dass ein Kreisgerinne angewendet wird, kann man bei einem grösseren Rade mit hölzernen Zellen die Construktion Fig. 39, bei einem kleinen Rade mit hölzernen Zellen die Construktion Fig. 40, endlich bei einem Rade mit Blechschaufeln die Construktion Fig. 41 mit Vortheil anwenden.

In diesen drei Figuren ist $A B$ der äussere, $A_1 B_1$ der innere Umfang des Rades, $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ ist ein Hilfskreis, welcher von den beiden andern Kreisen gleich weit absteht, $c c_1$ ist die Schaufeltheilung. Sind diese drei Kreise verzeichnet, und ist auf dem äusseren die Schaufeltheilung gemacht, so verbindet man die Theilungspunkte $c c_1$ mit dem Mittelpunkte des Rades, sodann die Punkte $b b_1$, in welchen der mittlere Kreis geschnitten wird, mit den Theilungspunkten $c c_1$.

Soll das Rad hölzerne Zellenwände erhalten, und sind die Linien $b c$ und $b_1 c_1$ nicht auffallend convergirend, so dass die äussere und innere Weite des Schluckes nahe gleich gross ist, so ist die Anordnung, Fig. 39, mit ebenen Zellenwänden zu nehmen. Wenn dagegen die Linien $b c$ und $b_1 c_1$ merklich convergiren, so muss man, damit die Weite des Zellenschlucks überall nahe gleich gross ausfällt, statt der geradlinigen äusseren Wände gekrümmte Wände machen, wie Fig. 40 zeigt.

Wenn endlich die Wände aus Blech gemacht werden sollen, nimmt man statt der geradlinig gebrochenen Linie $b c a$, $b_1 c_1 a_1$ die stetig gekrümmte Linie, welche genau auf die Punkte $a c$, $a_1 c_1$ und nahe an den Punkten $b b_1$ vorbeigeht, wie Fig. 41 zeigt. Auch bei diesem Rade müssen die Zellen ventilirt werden, aus den gleichen Gründen, welche früher angegeben worden sind.

Form der Zellen bei dem oberschlächtigen Rade.

Bei diesem Rade kann das Wasser ohne Schwierigkeit fast tangirend in das Rad geleitet werden, es ist daher hier möglich, den Winkel β, unter welchem die Zellenwände dem äusseren Umfang des Rades begegnen, kleiner zu machen, als bei dem rückschlächtigen Rade, und desshalb kann bei dem oberschlächtigen Rade das kostspielige Kreisgerinne weggelassen werden. Denn wenn die Zellen nicht mehr als $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ gefüllt, wenn ferner die Zellen hinreichend tief gemacht werden, und wenn endlich der Winkel β hinreichend klein angenommen wird, beginnt die Entleerung des Rades erst sehr tief unten, so dass durch die Anwendung eines Kreisgerinnes kein merklicher Vortheil hinsichtlich des Nutzeffektes erzielt werden kann.

Um nun für oberschlächtige Räder zweckmässig geformte Zellen zu erhalten, haben wir nur die früher für das rückschlächtige Rad angenommenen Construktionen dahin zu modifiziren, dass der Winkel β klein ausfällt, was dadurch geschieht, indem man nicht die Theilungspunkte $c\,c_1$ des äusseren Radumfanges, sondern die Punkte $d\,d_1$, Fig. 42, 43, 44, welche von $c\,c_1$ um $\frac{1}{4}$ der Schaufeltheilung abstehen, mit den Punkten $b\,b_1$ durch gerade oder krumme Linien verbindet. Eine nähere Erklärung der Verzeichnung dieser Zellen ist wohl nicht nöthig.

Eine Ventilation der Zellen ist bei dem oberschlächtigen Rade nicht möglich, aber auch nicht nothwendig, weil durch die Regeln, welche für die Breite des Rades und für die Schaufeltheilungen aufgestellt wurden, die Dicke des Wasserstrahles immer nur ungefähr halb so gross ausfällt, als die Schluckweite, so dass also neben dem in die Zellen eintretenden Wasserstrahl jederzeit freier Raum für das Entweichen der Luft vorhanden ist.

Einlauf und Gerinne.

a. Das unterschlächtige Rad.

Die Bedingungen, welche zu erfüllen sind, um eine gute Construktion des Gerinnes und des Einlaufes zu erhalten, sind für dieses Rad folgende: 1. soll das Wasser so viel als möglich ohne Geschwindigkeitsverlust bis an den Umfang des Rades geleitet werden; 2. soll kein Wasser zwischen den Schaufeln entweichen können, ohne auf dieselben zu wirken; 3. soll das Gerinne dazu beitragen, dass das Wasser weder zu früh noch zu spät aus dem Rade tritt; 4. soll der Wasserverlust durch den Spielraum zwischen den Schaufeln und dem Gerinne möglichst vermieden werden. Man wird der zweckmässigsten Construktion ziemlich nahe kommen, wenn man auf folgende Weise verfährt:

Man verzeichne Fig. 45 den äusseren Umfang des Rades, trage von dem tiefsten Punkt C aus eine Schaufeltheilung C D nach rechts und eine Schaufeltheilung C B nach links auf, und verzeichne einen mit dem äusseren Umkreis des Rades concentrischen Kreisbogen B C D, welcher von dem Umfangskreis um den Spielraum von 0·015 bis 0·02^{m} absteht. Sodann ziehe man von B aus eine gegen den Horizont um $\frac{1}{20}$ geneigte Linie

B A und berechne die Dicke der Wasserschichte unmittelbar vor dem Rade. Da wir annehmen, dass der Punkt F in der Höhe des Wasserspiegels vom Abzugskanal liegt, so befindet er sich in einer Tiefe gleich der Gefällshöhe H unter der Oberfläche des Wassers im Zuleitungskanal; wenn wir also die Dicke jener Wasserschichte mit x und die Breite der Schützenöffnung (welche wir jedesmal um $0{\cdot}1^m$ kleiner annehmen, als die Breite des Rades) mit b_1 bezeichnen, so hat man die Gleichung:

$$Q = b_1 \, x \sqrt{2 g \left(H + \frac{x}{2}\right)}$$

aus welcher x durch Annäherung bestimmt werden muss. Es ist übrigens auch hinreichend genau, wenn man $\frac{x}{2}$ gegen H vernachlässigt, wodurch sich ergibt:

$$x = \frac{Q}{b_1 \sqrt{2 g H}}$$

Zieht man nun in dem Abstande x zu A B eine Parallele F E, so hat man die Oberfläche des Wassers unmittelbar vor dem Rade. Zieht man ferner in einer Höhe H über dem Punkt F, so wie auch durch den Punkt F selbst Horizontallinien, so bestimmen dieselben den Wasserspiegel im Zufluss- und im Abflusskanal. Zieht man endlich in der Nähe des Rades eine gegen den Horizont um 60° geneigte Linie E J, so bestimmt diese die Stellung des Schützens, welcher auf der dem Zuflusskanale zugekehrten Seite eine für die Leitung des Wassers nach der Ausflussöffnung geeignete Abrundung erhalten soll. Dass durch diese Construktion die früher angegebenen Bedingungen erfüllt werden, ist wohl leicht einzusehen. Der schiefgestellte, auf seiner inneren Seite gekrümmte und insbesondere an der unteren Kante abgerundete Schützen leitet das Wasser in die Ausflussöffnung, ohne dass daselbst eine Contraktion des Strahles, noch ein Anprallen des anströmenden Wassers an die Fläche A B eintreten kann, und da überdiess die Entfernung E F ganz klein ist, so gelangt das Wasser ohne einen merklichen Verlust an Geschwindigkeit bei F an. Die schiefe Ebene A B, welche den bogenförmigen Theil B D unter einem stumpfen Winkel scheidet, leitet das Wasser über den Spielraum zwischen den Schaufeln und dem Gerinne in die Schaufelräume hinein; es kann also durch diesen Spielraum kein bedeutender Wasserverlust entstehen, was allerdings der Fall wäre, wenn die schiefe Ebene A B den bogenförmigen Theil des Gerinnes tangiren würde. Der über zwei Schaufeltheilungen sich erstreckende bogenförmige Theil des Gerinnes bewirkt nämlich, dass kein Wassertheilchen zwischen den Schaufeln in den Abflusskanal gelangen kann, ohne auf eine Schaufel gewirkt zu haben; auch verhindert dieser Theil des Gerinnes das zu frühzeitige Austreten des Wassers.

Ist der Wasserstand in den beiden Kanälen bedeutend veränderlich und soll der Nutzeffekt bei jedem Wasserstand möglichst günstig ausfallen, so muss das Rad und Gerinne mit einem Hebzeug versehen werden, durch welches die ganze Anordnung nach dem Wasserstande gestellt werden kann. Die Einrichtung eines solchen Hebzeuges wird später ausführlich beschrieben werden, es wird also vorläufig eine allgemeine Andeutung

genügen. Man denke sich die Punkte B und D durch Stangen mit dem Lager verbunden, in welchem die Zapfen der Wasserradswelle liegen und denke sich ferner, dass die schiefe Ebene A B bei A mit dem Boden des Zuleitungsgerinnes und bei B mit dem Bogen B D vermittelst einer Gliederung verbunden werde, so ist klar, dass wenn beide Lager der Wasserradswelle nach O_1 gehoben oder nach O_2 gesenkt werden, so kommt das gegliederte Gerinne im ersteren Falle in die Lage A B_1 D_1 und im letzteren Falle in die Lage A B_2 D_2, dabei bleibt der bogenförmige Theil immer concentrisch mit dem Radumfange und nur die schiefe Ebene ändert ihre Stellung gegen den Horizont; im Allgemeinen befindet sich aber das Rad in jeder Stellung annähernd unter den gleichen Umständen, der Nutzeffekt fällt also immer nahe gleich günstig aus.

b. Einlauf und Gerinne für das Kropfrad.

Die Anordnung eines Gerinnes für ein Kropfrad richtet sich nach der Beschaffenheit der Wasserstände im Zufluss- und im Abflusskanal und nach den Anforderungen, welche an das Rad gestellt werden.

Jene Wasserstände können unveränderlich oder sie können veränderlich sein, und von dem Rade kann entweder ein möglichst günstiger Effekt oder mit Verzichtung auf denselben ein schneller Gang, mithin eine gewisse Umfangsgeschwindigkeit gefordert werden. Die Construktionen des Gerinnes unterscheiden sich in den vier verschiedenen Fällen nur in der Bestimmung der Lage einzelner Punkte; es ist daher zunächst nur nothwendig, einen speziellen Fall im Detail zu behandeln, indem sich die übrigen Fälle leicht auf diesen einen Fall zurückführen lassen.

Betrachten wir zuerst den Fall, wenn die Wasserstände in den beiden Kanälen unveränderlich sind, und wenn ein möglichst günstiger Nutzeffekt verlangt wird. Das Verfahren ist dann folgendes:

Man verzeichne Fig. 46 mit dem Halbmesser R und R + $0{\cdot}015^m$ den äusseren Umkreis des Rades und die innere Krümmung B C des Gerinnes, ziehe den vertikalen Halbmesser O C, mache $CF = \frac{1}{2}a$, $FK = H$ und ziehe die Horizontallinien p F q und m n K, so sind diese die Wasserstände in den beiden Kanälen. Damit der Wasserstand über dem Scheitel A des Einlaufs nicht zu klein wird, nehme man den Punkt B, in welchem der Einlauf der Krümmung des Gerinnes begegnet, in einer Tiefe von $0{\cdot}46^m$ unter der Oberfläche m n an, so dass das Wasser bei B mit einer Geschwindigkeit von 3^m ankommt, ziehe den Radius B O und messe den Winkel $\widehat{BOC} = \gamma$. Der Einlauf A B richtet sich nun nach dem Werthe von γ. Ist γ gleich oder kleiner als 45°, so construire man die Parabel A B so, dass sie das Gerinne in dem Punkte B berührt, in welchem Falle der Winkel δ gleich 0 und der Winkel $\gamma - \delta$ gleich γ wird. Ist hingegen γ grösser als 45°, so nehme man den Winkel $\gamma - \delta$, den die zum Punkte B der Parabel gehörige Tangente mit dem Horizont bildet, gleich 45° an. Zur Bestimmung der Position des Scheitels A der Parabel hat man allgemein:

$$\overline{BD} = \overline{MB} \sin 2(\gamma - \delta)$$

$$\overline{AD} = \overline{MB} \sin^2 (\gamma - \delta)$$

Wenn die Parabel bei B tangiren soll, ist $\delta = 0$ und dann wird

$$\overline{BD} = \overline{MB} \sin 2\gamma$$

$$\overline{AD} = \overline{MB} \sin^2\gamma$$

Wenn $\gamma > 45^0$ ist, wird wegen $\gamma - \delta = 45^0$

$$\overline{BD} = \overline{MB} = 0{\cdot}46^m$$

$$\overline{AD} = \frac{1}{2}\,\overline{MB} = 0{\cdot}23^m$$

Die Position des Scheitels der Parabel und die vollständige Construktion derselben kann auch auf folgende Art graphisch bewerkstelligt werden.

Man verzeichne, Fig. 47, den Winkel gBD, welchen die zu dem Punkte B der Parabel gehörige Tangente mit dem Horizont bilden soll; mache $gB = BM = \frac{V^2}{2g}$, messe den Abstand gi und trage ihn von B nach k auf, so ist $kl = DA$. Hierauf construire man den Winkel $gBh = DBg$, mache $Bh = BM$, so ist $hr = BD$. Trägt man also hr von B nach D auf, und kl von D nach A, so hat man den Scheitel der Parabel. Um einzelne Punkte der Parabel zu finden, verzeichne man das Rechteck $ADBo$, theile oA in mehrere, z. B. in vier, und oB in eben so viele gleiche Theile, verbinde die Punkte 1, 2, 3 mit A und ziehe durch I., II., III. Parallellinien mit AD, so sind $m_1\, m_2\, m_3$ die gesuchten Punkte. Um die diesen Punkten entsprechenden Krümmungshalbmesser und Mittelpunkte zu finden, mache man die Entfernung

$$1'\,1'' = 2'\,2'' = 3'\,3'' = D\,4'' = \overline{2\,A\,n}$$

verbinde m_1 mit 1'', m_2 mit 2'', m_3 mit 2''', B mit 4'', so schneiden sich diese Linien in den Punkten IV.' III.' II.' I.'', aus welchen die Kreisbögen Bm_3, m_3m_2, m_2m_1, m_1A beschrieben werden müssen.

Ist die Parabel AB verzeichnet, so setze man sie noch etwas über A fort, und ziehe an diese Fortsetzung unten einen Winkel von ungefähr 20^0 eine Tangente, bis an den Boden des Zuleitungskanales.

Dem Schützen gebe man gegen den Horizont eine Neigung von 60^0, und nehme seine Entfernung von dem Rade so an, dass derselbe, wenn er niedergelassen wird, den Einlauf im Scheitel A oder etwas unterhalb berührt.

Der dem Zuleitungskanal zugewendeten Fläche des Schützen gebe man eine für die Leitung des Wassers zweckmässige Krümmung, insbesondere in der Nähe der untern Kante.

Sind die Wasserstände in den beiden Kanälen unveränderlich, und soll das Rad einen schnelleren Gang erhalten, so nehme man den Punkt B in einer Tiefe $4\,\frac{v^2}{2g}$ unter der Oberfläche mn an, und verfahre übrigens bei der Construktion des Gerinnes wie im vorhergehenden Falle.

Sind die Wasserstände veränderlich, so nehme man den Punkt C, Fig. 46, in einer Tiefe $\frac{1}{2}\,a$ unter dem mittleren Wasserstand im unteren Kanale, und den Punkt B in

einer Tiefe $4 \frac{v^2}{2g}$ unter dem niedrigsten Wasserstand des oberen Kanales an, und verfahre im Uebrigen bei der Construktion des Gerinnes wie im ersten Falle.

c. Gerinne und Einlauf bei dem Ueberfallrade.

Zur Bestimmung der Breite b des Rades ist schon früher, Seite 137, eine Regel angegeben worden. Die Breite b_1 des Einlaufes nimmt man immer etwas schmäler an, als die des Rades, und zwar um $0{\cdot}1^m$, es ist daher:

$$b_1 = b - 0{\cdot}1^m$$

Aus der Breite des Einlaufes und aus der Wassermenge Q, welche in 1 Sekunde dem Rade zufliessen soll, ergibt sich nun zunächst die Dicke t der Wasserschichte über dem Scheitel des Ueberfalles. Es ist nämlich nach der bekannten Formel für die Wassermenge bei Ueberfällen:

$$t = \left(\frac{Q}{0{\cdot}443\, b_1 \sqrt{2g}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Diesen Werth von t kann man auch aus der am Schlusse des Werkes befindlichen Tabelle III. entnehmen, wenn man die Wassermenge $\frac{Q}{b_1}$ berechnet, welche über jeden Meter Breite des Ueberfalles abfliessen soll, und für diese Wassermenge die entsprechende Dicke der Schichten aufsucht.

Zur Leitung des Wassers ist es gut, wenn man die obere Kante des beweglichen Schützens mit einer Leitfläche versieht, und diese nach der Parabel AB, Fig. 48, krümmt, welche die bei A mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2gt}$ nach horizontaler Richtung austretenden Wassertheilchen beschreiben. Um diese Parabel zu construiren, muss zunächst die Frage beantwortet werden, in welcher Entfernung von dem Umfangskreis des Rades der Scheitel A angenommen werden soll. Wird dieser Punkt dem Rade genähert, und z. B. nach A_1 verlegt, so fällt der Punkt B_1, in welchem die Parabel dem Umfang des Rades begegnet, höher hinauf, das Stossgefälle wird dadurch kleiner, aber der Winkel, unter welchem der Strahl dem Umfang des Rades begegnet, wird grösser.

Nimmt man die Parabel in einer grösseren Entfernung, z. B. $A_2 B_2$ an, so fällt jener Punkt tiefer, nämlich nach B_2 herab, dagegen wird jener Winkel kleiner; man sieht hieraus, dass es eine gewisse Entfernung geben muss, bei welcher die Effektverluste, welche bei dem Eintritt des Wassers entstehen können, am kleinsten ausfallen, und es ist, Seite 94, bei der genauen Theorie nachgewiesen worden, dass dies dann der Fall ist, wenn bei einer Umfangsgeschwindigkeit des Rades von $v = 1{\cdot}5^m$ das Wasser im Punkt B mit einer Geschwindigkeit von $V = 3^m$, ankommt; dieser Punkt B muss also in einer Tiefe $MB = \frac{V^2}{2g} = \frac{3^2}{2g} = 0{\cdot}46^m$ unter dem oberen Wasserspiegel angenommen werden; und zur Bestimmung von BD folgt aus den Formeln (17) und (18), Seite 85.

$$BD = 2\sqrt{t\left(\frac{V^2}{2g} - t\right)}$$

oder weil $V = 3$ gesetzt werden soll

$$BD = 2\sqrt{t(0{\cdot}46 - t)}$$

Die Verzeichnung des Gerinnes geschieht nun auf ganz ähnliche Weise wie bei dem Kropfrade gezeigt wurde. Man verzeichnet nämlich zuerst den Umfangskreis des Rades und die Krümmung des Gerinnes, nimmt den untern Wasserspiegel in einer Höhe $\frac{1}{2}$ a über dem tiefsten Punkt des Rades an, trägt von diesem aus das Gefälle auf, nimmt den Punkt B in einer Tiefe $\frac{V^2}{2g} = 0{\cdot}46$ unter dem oberen Wasserspiegel an, berechnet hierauf vermittelst der obigen Formeln den Werth von t und von BD, trägt dieses letztere Maas von B aus nach horizontaler Richtung auf, zieht durch D eine Vertikallinie, und durchschneidet dieselbe durch eine in einer Tiefe t unter dem oberen Wasserspiegel gezogene Horizontallinie, so ergibt sich der Punkt A, d. h. der Scheitel der Parabel, deren vollständige Construktion nun auf die gleiche Weise ausgeführt wird, wie früher bei dem Kropfrade gezeigt wurde. Ist der Wasserstand im untern Kanale veränderlich, so muss der untere Stand in einer Höhe $\frac{1}{2}$ a über dem tiefsten Punkt des Rades genommen werden.

c. Einlauf und Gerinne für das Coulissenrad.

Hier handelt es sich vorzugsweise um die Bestimmung des Winkels δ, unter welchem die Coulissen dem Umfang des Rades begegnen sollen, ist dieser Winkel bestimmt, so ergibt sich dann die Construktion des Gerinnes und Einlaufes auf ähnliche Weise, wie bei den zwei vorhergehenden Anordnungen. Wird der Winkel δ zu klein angenommen, so fällt die auf den Umfang des Rades gemessene Dicke der Wasserschichte, und mithin auch das Stossgefälle gross aus, was nachtheilig ist. Wird hingegen jener Winkel gross angenommen, so schlagen die Schaufeln gegen das eintretende Wasser, drängen es zurück, und es entsteht ein schädlicher Rückstoss auf die Schaufeln. Man sieht also, dass es einen gewissen Werth von δ geben müsse, bei welchem diese Nachtheile am kleinsten ausfallen. Die genauere Theorie des Coulissenrades hat Seite 101 gezeigt, dass der vortheilhafteste Werth des Winkels δ bei einer Umfangsgeschwindigkeit des Rades von $v = 1{\cdot}5^m$, 32^0 bis 38^0 und im Mittel nahe 36^0 betrage.

Bei einer grösseren Umfangsgeschwindigkeit des Rades fällt natürlich δ kleiner aus, da man aber in der Regel $v = 1{\cdot}5$ bis $v = 1{\cdot}8^m$ annehmen wird, so wird man immer den vortheilhaftesten Anordnungen sehr nahe kommen, wenn man $\delta = 36^0$ nimmt.

Die Verzeichnung des Gerinnes geschieht nun wiederum auf folgende Weise. Man verzeichnet den äusseren Umkreis des Rades und die Krümmung des Gerinnes, indem man den Spielraum der Schaufeln gleich 0·015 bis 0·02 annimmt. Sind die Wasserstände unveränderlich, so nehme man den unteren in einer Höhe $\frac{a}{2}$ über dem tiefsten Punkt des Rades an, und trage das Gefälle auf, so erhält man den oberen Wasserspiegel m n, Fig. 49. Nun nehme man den Punkt 1 in einer Tiefe $0{\cdot}3^m$ unter dem oberen Spiegel an, mache $1,2 = 2,3 = 3,4 \ldots = \frac{1}{3}$ a, ziehe den Radius o_1, verzeichne den Winkel $\widehat{p\,i\,1} = \delta = 36^0$, beschreibe aus o einen Kreis K, welcher den Schenkel 1 p des Winkels $\widehat{p\,i\,o}$ berührt, ziehe von den übrigen Theilungspunkten 2, 3, 4 Tangenten nach diesem Kreise K, mache ${}_1\text{I} = {}_2\text{II} = {}_3\text{III} \ldots - 0{\cdot}8$ a, und beschreibe aus I, II, III... mit dem

Halbmesser $I_1 = {}_2II = {}_3III \ldots = 0.5$ die Kreisbögen $1\,1_1$, $2\,2_1$, $3\,3_1 \ldots$ so sind dies die Coulissen.

Um die erforderliche Anzahl derselben zu bestimmen, berechne man die Wasserquantitäten, welche zwischen je zwei dieser Coulissen ausströmen können, addire die erste und zweite, dann die erste, zweite und dritte u. s. w., dann ist die erforderliche Anzahl von Coulissen diejenige, für welche die Summen der Wasserquantitäten gleich oder grösser als Q ausfällt. Es ist aber immer zu empfehlen, eine oder zwei Coulissen mehr anzunehmen.

Sollte der obere Wasserspiegel veränderlich sein, so mache man die so eben angegebene Construktion für den niedrigsten Stand, und füge noch aufwärts so viele Coulissen hinzu, dass die oberste derselben den Umkreis des Gerinnes in einem Punkt schneidet, dessen Tiefe unter dem höchsten Wasserstand gleich oder kleiner als $0{\cdot}3^m$ ist.

Um die Wassermenge zu berechnen, welche zwischen zwei Coulissen ausströmt, nehme man das Product aus folgenden Grössen: 1) aus einem Coeffizienten, der gleich 0·4 gesetzt werden kann; 2) aus der äusseren Weite des Coulissenkanals, welche gleich ist der Länge des von dem Endpunkte, z. B. 2 einer Coulisse auf die nächste Coulisse $3\,3_1$ gefällten Perpendikels; 3) aus der Breite des Einlaufs, welche um 0.1 kleiner als die Breite des Rades angenommen werden darf; 4) aus der Geschwindigkeit, welche der Tiefe des Mittelpunktes der Oeffnung unter dem oberen Wasserspiegel entspricht.

d. Einlauf und Gerinne für das rückschlächtige Rad.

Bei diesem Rade muss wiederum der Fall, wenn die Wasserstände unveränderlich sind, von demjenigen unterschieden werden, wenn sie veränderlich sind.

Wenn die Wasserstände unveränderlich sind, verfahre man bei der Verzeichnung des Gerinnes und des Einlaufes auf folgende Art:

Man verzeichne, Fig. 50, den äusseren und inneren Umkreis des Rades, so wie auch die in einem Abstande 0·015 bis $0{\cdot}02^m$ mit den ersteren concentrische Krümmung des Gerinnes; nehme den unteren Wasserspiegel entweder tangirend an den tiefsten Punkt des Rades an oder in einer Höhe $\frac{a}{2}$ über diesem tiefsten Punkt. Wenn einmal das Gefälle so gross ist, dass man ein rückschlächtiges Rad anwenden kann, ist es nicht mehr von Wichtigkeit, das Rad im Unterwasser tauchen zu lassen, indem das Gefälle, welches dadurch gewonnen werden kann, von keinem Belang ist gegen das totale Gefälle.

Hierauf trage man das Gefälle auf und ziehe die Linie m n, welche den Wasserstand im oberen Kanale angibt. Nun nehme man im Umkreis des Gerinnes den Punkt 1 in einer Tiefe von $0{\cdot}3^m$ unter dem Wasserspiegel m n an, mache

$$1,2 = 2,3 = 3,4 \ldots = 0{\cdot}4\ a$$

verzeichne die Zelle 1 a b in der Stellung, dass ihre äussere Kante durch den Punkt 1 geht, verlängere die Richtung a 1 nach e, ziehe durch 1 an den Umkreis des Gerinnes eine Tangente 1 c, mache 1 d gleich der Geschwindigkeit, welche der Tiefe des Punktes 1

unter der Oberfläche des Spiegels m n entspricht und 1 c gleich der Umfangsgeschwindigkeit des Rades und vollende das Parallelogram 1 e d c, so ist die Diagonale 1 d die Richtung, nach welcher das Wasser bei 1 eintreten muss, damit es weder an die Wand 1 a anschlägt, noch von derselben geschlagen wird. Denn wenn das Wasser nach der Richtung 1 d und mit der Geschwindigkeit 1 d bei 1 eintritt, und man denkt sich diese letztere in die zwei Geschwindigkeiten 1 c und 1 e zerlegt, so folgt es mit 1 c dem Umfange des Rades, tritt also mit 1 e nach der Richtung von 1 a in die Zelle ein, d. h. der Eintritt erfolgt gerade so, als wenn das Rad ruhte, und als wenn das Wasser mit einer Geschwindigkeit 1 e nach der Richtung e 1 a ankäme. Wollte man das Wasser so eintreten lassen, dass es schon bei 1 gegen die obere Fläche der Wand schlüge; so würde der Winkel $\widehat{d\,1\,c}$ gar zu klein ausfallen, das Wasser müsste also sehr stark aus der horizontalen Richtung seiner Bewegung im Kanale abgelenkt werden, und die Coulissenkanäle würden sehr eng ausfallen, es ist daher besser, das Wasser bei 1 ohne Stoss gegen die Fläche 1 a eintreten zu lassen. Nun errichte man in 1 auf 1 d eine Senkrechte, nehme einen passenden Krümmungshalbmesser 1 I (gewöhnlich = a) für die Coulisse an, und beschreibe mit demselben die obere Coulisse $1\,1_1$. Die den Theilungspunkten 2, 3, 4 entsprechenden Coulissen ergeben sich dann, indem man durch 2, 3, 4 Linien 2 II, 3 III, 4 IV zieht, die gegen den Umfangskreis des Gerinnes eben so stark geneigt sind, wie die Linie 1 I, was dadurch geschehen kann, indem man aus dem Mittelpunkte des Rades einen (in der Figur nicht vorhandenen) Kreis zieht, welcher von der verlängerten Richtung I 1 berührt wird und nach diesem Kreis von den Punkten 2, 3, 4 aus Tangenten zieht und hierauf mit dem Halbmesser 1 I = 2 II = 3 III = a aus I, II, III, Kreisbögen beschreibt.

Die so construirten Coulissen haben die Eigenschaft, dass das Wasser mit stetig zunehmender Intensität auf die obere Seite der Wand 1 a anschlägt, während dieselbe durch den Wasserstrahl niedergeht. Die erforderliche Anzahl Coulissen wird wiederum auf ähnliche Weise bestimmt, wie bei dem vorhergehenden Rade gezeigt wurde, nur hat man hier den Coeffizienten 0·75 in Rechnung zu bringen. Ist diese Anzahl ausgemittelt, so ergibt sich die schiefe Fläche $1_1\,4_1$, auf welche der Schützen zu gleiten hat, indem man die Punkte 1_1 und 4_1 so bestimmt, dass sie von dem Umkreis des Gerinnes gleich weit und zwar um ungefähr 0·3^m abstehen, und sie hierauf durch eine gerade Linie verbindet.

Wenn die Wasserstände in den beiden Kanälen veränderlich sind, nehme man den höchsten Stand im untern Kanale in einer Höhe ½ a über dem tiefsten Punkt des Rades an, verzeichne nach dem so eben angegebenen Verfahren den Einlauf für den niedrigsten Wasserstand im oberen Kanale und füge nach aufwärts so viele Coulissen hinzu, dass der Theilungspunkt für die obersten derselben ungefähr 0·3^m unter den höchsten Wasserspiegel zu liegen kommt.

c. Einlauf für das oberschlächtige Rad.

Bei dem oberschlächtigen Rade müssen wir den Fall, wenn ein möglichst günstiger Nutzeffekt verlangt wird, von demjenigen unterscheiden, wenn der Wasserzufluss mehr

als hinreichend ist, dafür aber eine gewisse Umfangsgeschwindigkeit des Rades oder eine gewisse Anzahl Umdrehungen desselben gefordert wird.

Soll der Effekt möglichst günstig ausfallen, so nehme man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nicht grösser als $1{\cdot}5^m$ und die Geschwindigkeit des am Scheitel eintretenden Wassers nicht grösser als 3^m an, berechne nach den bereits früher aufgestellten Regeln die Dimensionen des Rades, verzeichne den Durchschnitt desselben tangirend an dem unteren Wasserspiegel und eine im Scheitel stehende Zelle $a\,f\,g$, Fig. 51. Sodann ziehe man durch den Punkt a eine Tangente $a\,d$ an das Rad und eine Tangente $a\,c$ an den Punkt a der Krümmung $a\,f$, mache $a\,d = v$, ziehe durch d eine Parallele zu $a\,c$, durchschneide diese von a aus mit einer Zirkelöffnung $\overline{a\,b} = 2\,\overline{a\,d} = 2\,v = V$ und ziehe die Diagonale des Parallelograms $a\,b\,c\,d$, so ist $a\,b$ die Richtung, nach welcher das Wasser bei a ankommen muss, um ohne Stoss gegen $a\,f$ in die Zelle $a\,f\,g$ einzutreten. Den Einlauf $a\,e$ kann man nach der Parabel krümmen, welche ein Wassertheilchen beschreibt, welches in a nach der Richtung $a\,b$ und mit der Geschwindigkeit V ankommt. Der Scheitel e dieser äusserst schwach gekrümmten Parabel wird auf die gleiche Weise gefunden, wie bei dem Krofrad. Es ist nämlich der Horizontalabstand der Punkte a und e gleich $\overline{a\,l}\,\sin 2\,\widehat{(b\,a\,d)}$ und der Vertikalabstand derselben $\overline{a\,l}\,\sin 2\,\widehat{(b\,a\,d)}$. Von e an ziehe man den horizontalen oder sehr schwach geneigten Boden $e\,k$ des Zuleitungskanals, und den Schützen stelle man über den Scheitel der Parabel, wenn der Punkt e so weit von dem Umfange des Rades entfernt ist, dass daselbst zum Tragen des Kanals ein Querbalken angebracht werden kann, widrigenfalls stelle man den Schützen so weit gegen k zurück, dass unter demselben für einen Tragbalken hinreichender Raum vorhanden ist.

Wenn gefordert wird, dass das Rad in 1 Minute eine gewisse Anzahl Umdrehungen machen soll, bleibt die Construction ungeändert, es muss aber R, v und V durch Rechnung bestimmt werden. Nun ist allgemein:

$$2\,R = H - \frac{V^2}{2\,g}$$

$$n = 9{\cdot}548\,\frac{v}{R}$$

Wenn wir aber annehmen, dass das Wasser mit einer Geschwindigkeit V ankommen soll, die doppelt so gross ist als die Umfangsgeschwindigkeit des Rades (eine Annahme, die desshalb zweckmässig ist, weil dann die Dicke des Strahles ungefähr halb so gross ausfällt, als die Schluckweite), so haben wir noch;

$$V = 2\,v$$

Aus diesen drei Gleichungen:

$$R = \frac{2\,g\,(4{\cdot}774)^2}{n^2}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{2}\,\frac{H\,n^2}{(4{\cdot}774)^2\,g}}\right]$$

oder

$$R = \frac{447}{n^2}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{H\,n^2}{447}}\right]$$

und dann hat man ferner:

$$v = \frac{n R}{9 \cdot 548}$$

$$V = 2 v$$

Die Bedingung, dass das Rad in 1 Minute n Umdrehungen machen soll, ist jedoch nur dann realisirbar, wenn der Werth von R, welchen die Formel gibt, nicht zu sehr von $\frac{1}{2}$ H verschieden ist. Als Grenze darf man annehmen, dass

R nicht grösser als $\frac{1}{2} H + 0 \cdot 15^m$

R nicht kleiner als $\frac{1}{2} H + 0 \cdot 5^m$

Die Regeln zur Verzeichnung des Poncelet-Rades sind bereits Seite (124 und 126) aufgestellt worden.

FÜNFTER ABSCHNITT.

DER BAU DER WASSER-RÄDER UND GERINNE.

Bauart der Räder im Allgemeinen.

Wenn man von dem Materiale abstrahirt, aus welchem die Räder hergestellt werden können, und nur allein die Art der Verbindung der einzelnen Theile zu einem Ganzen in's Auge fasst, so kann man alle Räder in folgende drei Classen eintheilen:

1. Räder mit steifen Armen, durch welche der den Schaufeln oder Zellen mitgetheilte Effekt in die Radwelle und durch diese auf die Transmissionsräder übertragen wird.

2. Räder mit steifen Armen und mit einem an die Radarme oder an die Radkränze befestigten Zahnkranze, von welchem aus der dem Rade mitgetheilte Effekt an die Transmission übertragen wird.

3. Räder mit dünnen schmiedeisernen stangenartigen Armen und mit einem an die Radkränze befestigten Zahnkranze, welcher die Kraft an die Transmission abgibt.

Nach diesen drei Constructionssystemen richtet sich sowohl die Grösse, als auch die Art des Widerstandes, welchen die Arme und die Welle zu leisten haben, damit der Effekt mit Sicherheit auf die Transmission übertragen wird, daher ist es nothwendig, dass wir diese Constructionssysteme genauer betrachten.

Es sei Fig. 52 der Durchschnitt eines nach dem ersten Systeme gebauten Rades mit drei Armsystemen. Wenn wir vorläufig von dem Gewichte des Baues absehen, so ist klar, dass hier jedes Armsystem gleich stark, und zwar auf respective Festigkeit, in Anspruch genommen wird. Jedes Armsystem überträgt also $\frac{1}{3}$ des ganzen, dem Rade mitgetheilten Effekts nach der Welle herein, diese empfängt also in jedem der drei Punhte a. b. c. $\frac{1}{3}$ N Pferdekraft Effekt. Daraus geht aber hervor, dass die einzelnen Wellentheile ab, bc, cd nicht gleich grosse Effekte zu übertragen haben, sondern das Wellenstück ab überträgt nun die bei a in die Welle eingetretene Kraft $\frac{1}{3}$ N, mit dieser vereinigt sich die bei b eingetretene Kraft, das Wellenstück bc überträgt daher eine

Kraft $^2/_3$ N, zu dieser kommt endlich bei c neuerdings die Kraft $^1/_3$ N hinzu, das Wellenstück c d überträgt demnach erst die totale Kraft $^3/_3$ N = N auf die Transmission.

Dass diese Wellenstücke auf Torsion in Anspruch genommen sind, bedarf kaum erwähnt zu werden; auch wird es nach diesem Beispiele klar sein, wie stark die Arme und die einzelnen Wellenstücke in Anspruch genommen werden, wenn das Rad mehr oder weniger als drei Armsysteme besitzt. Nebst den angegebenen Kräften haben aber die Arme und die Welle auch noch das Gewicht der Construction zu tragen, allein die Rechnung zeigt, dass die Dimensionen, welche die Arme und die Welle erhalten, um den zu übertragenden Kräften sicheren Widerstand leisten zu können, immer grösser ausfallen, als jene, welche sie für das Tragen des Gewichts der Construction erhalten müssten; man kann daher bei der Berechnung der Stärke der Arme und der Welle von dem Gewichte der Construction ganz absehen und nur allein die Zapfen der Welle nach diesem Gewichte bestimmen.

Dieses erste Constructionssystem ist klar und einfach, es ist aber für Räder, die eine bedeutende Kraft zu entwickeln haben, nicht anwendbar, weil es dann zu einem sehr schwerfälligen Baue führt; denn nehmen wir z. B. an, es handle sich um den Bau eines Rades, welches 40 Pferdekraft Nutzeffekt entwickeln soll und in 1 Minute fünf Umdrehungen macht, dann würde nach den bekannten Regeln zur Berechnung der Torsionswellen das Wellenstück c d einen Durchmesser von 32 Centimeter erhalten und das erste Transmissionsrad müsste wenigstens $6 \times 33 = 192$ Centimeter Halbmesser und 36 Centimeter Zahnbreite erhalten.

Man sieht also schon aus diesem Beispiele, dass dieses erste Constructionssystem für stärkere Räder nicht brauchbar ist, und es ist nun die Frage, welches der grösste Effekt ist, bei dem diese Bauart noch angewendet werden kann?

Um diese Frage ganz bestimmt zu beantworten, muss man die Constructionskosten des ersten Systems mit jenen des zweiten genau vergleichen; es wird daher zweckmässiger sein, wenn wir die Entscheidung dieses Punktes verschieben.

Betrachten wir nun ferner ein nach dem zweiten Systeme erbautes Rad, Fig. 53, welches beispielsweise ebenfalls drei Armsysteme hat, so ist leicht einzusehen, dass das dem Zahnkranz gegenüberstehende, so wie auch das mittlere Armsystem einen Effekt $^1/_3$ N nach der Welle herein überträgt, und dass das letzte Drittel der totalen Kraft direct dem mit dem Radkranz verbundenen Zahnkranz übergeben wird. Das erste Wellenstück überträgt daher einen Effekt $^1/_3$ N, das zweite Wellenstück dagegen einen Effekt $^2/_3$ N und dieser wird durch das auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Armsystem nach dem Zahnkranze herausgeleitet, und vereinigt sich da mit dem direct abgegeben Effekt $^1/_3$ N. Das auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Armsystem hat also bei dem zweiten Constructionssysteme, wenn mehr als zwei Armsysteme angewendet werden, mehr auszuhalten, und soll daher (was bei den bestehenden Rädern nicht der Fall ist) stärkere Dimensionen erhalten, als jedes der beiden anderen Armsysteme.

Was endlich die Zapfen betrifft, so haben diese das Gewicht der Construction zu tragen; der auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Zapfen B hat aber mehr auszuhalten, als der andere Zapfen A. Denn das Gewicht des Zahnkranzes wirkt grösstentheils

nur auf B und das Gewicht aller übrigen Theile der Construction wirkt zur Hälfte auf A, zur Hälfte auf B.

Man sieht also, dass wenn bei einem nach dem zweiten Constructionssysteme erbauten Rade alle Theile gehörig proportionirt sein sollen, so müssen die Querschnittsdimensionen so zu sagen von der Seite A gegen die Seite B hin allmählig wachsen.

Auch bei diesem Systeme kann man bei der Bestimmung der Dimension der Arme und der Wellenstücke zwischen den Armsystemen das Gewicht der Construction vernachlässigen, denn einerseits fallen die Dimensionen, welche diese Theile erhalten, wenn man sie nach der zu übertragenden Kraft berechnet, stärker aus, als sie sein müssten, um das Gewicht der Construction zu tragen, und andererseits verhindern die steifen Arme und ihre Verbindung durch die Schaufeln oder Kübel jede Biegung der Welle; es sind daher nur allein die Zapfen und die kurzen Wellenstücke von den Zapfen bis an die äusseren Armsysteme hin nach dem Gewichte der Construction zu proportioniren.

Nach den nun gegebenen Erläuterungen wird man leicht auch die Kräfte bestimmen können, welchen die einzelnen Theile zu widerstehen haben, wenn mehr oder weniger als drei Armsysteme vorhanden sind.

Vergleichen wir nun das erste Constructionssystem mit dem zweiten, so sieht man, dass bei letzterem das Wellenstück c d Fig. 52 und ein Armsystem von der Kraft $\frac{1}{3}$ N erspart wird; im Allgemeinen ist also die Zahnkranzconstruction hinsichtlich des Materialaufwands ökonomischer als jene, bei welcher kein Zahnkranz vorkommt; von Belang ist aber diese Ersparniss erst bei stärkeren Rädern.

Hinsichtlich der Arbeitskosten, welche die Ausführung verursacht, ist wenigstens für schwächere Räder ein Vortheil auf Seite der Anordnung ohne Zahnkranz, denn die Verbindung der einzelnen Segmente, aus welchen dieser letztere besteht, verursacht ziemlich viel Arbeit, die bei einem kleinen Rade fast eben so gross ist, wie bei einem starken.

Man sieht also, dass das erste Constructionssystem für kleinere Kräfte bis zu 10 oder 12 Pferdekraft, das zweite System dagegen für stärkere Kräfte anzuwenden ist. Zur weiteren Bekräftigung dieser Regel kann man auch noch anführen, dass sich in jeder Maschinenwerkstätte bereits Modelle für Zahnräder bis zu 12 Pferdekraft vorfinden, es brauchen also die Kosten dieses Modells gar nicht oder doch nur gering in Anschlag gebracht werden.

Bei dem zweiten Constructionssysteme kommt ein Theil der vom Rade empfangenen Kraft erst nach einem weitläufigen Umwege an ihr Ziel; denn ein Theil der Kraft fliesst so zu sagen zuerst durch die Arme nach der Welle herein, durchläuft hierauf die ganze Welle und geht dann wiederum durch das auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Armsystem nach dem Umfange hinaus, um sich daselbst in dem Zahnkranze mit dem direct abgegebenen Theile der Kraft zu vereinigen. Diesen Umweg muss die Kraft nur desshalb machen, weil bei dieser Bauart die Theile, welche das Schaufel- oder Kübelsystem bilden, nicht direct unter sich und mit dem Zahnkranz zu einem Ganzen verbunden sind, sondern nur indirect durch die steifen Arme und durch die Welle.

Dem dritten Constructionssysteme liegt nun der Gedanke zu Grund, durch eine directe Verbindung des Schaufel- oder Zellensystems mit dem Zahnkranz die dem Rade mitgetheilte Kraft ohne allen Umweg unmittelbar in den Zahnkranz hineinzuleiten, so dass die verschiedenen Arme des Rades, so wie auch die Welle nur allein von dem Gewichte der Construction affizirt werden, daher bedeutend schwächer gehalten werden können, als bei dem zweiten Constructionssystem. Die Bauart dieses dritten Systems wird durch die Figuren 54, 55, 56 erklärt. Fig. 55 ist ein Vertikaldurchschnitt des Rades, Fig. 56 eine äussere Ansicht des Rades nach Hinwegnahme der Schaufeln oder Zellen und des Radbodens; Fig. 54 ist eine äussere Ansicht des Rades nach der Richtung seiner Axe.

$a\,a_{,}$ sind die Radkrone oder Radkränze;

b ist der mit dem Radkranze $a_{,}$ verbundene Zahnkranz, welcher in das Getriebe c (auch Kolben genannt) eingreift;

$d\,d_{,}$ sind zwei Systeme von radialen schmiedeisernen Armen, welche aussen mit den Radkränzen und innen mit den auf der Radwelle g aufgekeilten scheibenartigen Körpern $f\,f_{,}$ (Rosetten) verbunden sind. Diese Arme sind bestimmt, das Gewicht der äusseren Theile des Rades zu tragen.

$e\,e_{,}$ sind zwei Systeme von Spannstangen. Die Stangen des Systems e gehen von der Rosette $f_{,}$ aus und sind aussen mit dem Radkranze a verbunden, die Stangen $e_{,}$ gehen dagegen von der Rosette f aus und sind aussen mit dem Kranze $a_{,}$ verbunden. Diese Stangen (Diagonalstangen) haben die Bestimmung, das Rad gegen horizontale Schwankungen (nach der Richtung der Axe des Rades) zu schützen.

$i\,i$ sind Stangen, welche am inneren Umfange des Rades von dem Radkranze a aus in schiefer Richtung nach dem Radkranze $a_{,}$ hinziehen, sie werden Umfangsstangen genannt und haben den Zweck, in Verbindung mit den Schaufeln oder Zellen (welche die beiden Radkränze auseinander halten) ein Verwinden dieser letzteren gegenüber zu verhindern.

Durch diese Umfangsstangen ist so zu sagen die Seite a des Rades an die andere Seite $a_{,}$ angespannt, und die Kraft, mit welcher das in den Schaufeln oder Zellen enthaltene Wasser auf den Kranz a wirkt, wird durch die Umfangsstangen $i\,i$ auf die andere Seite des Rades übertragen und vereinigt sich daselbst in dem Zahnkranz mit der direkt abgegebenen Kraft. Diese Umfangsstangen liegen in der Fläche eines Rotations-Hyperboloides und müssen so angebracht werden, dass sie in Bezug auf ihre absolute Festigkeit in Anspruch genommen werden, d. h. so, dass die an den Radkranz a abgegebene Kraft vermittelst dieser Stangen $i\,i$ an den Kranz $a_{,}$ anzieht.

Was die Welle betrifft, so hat diese nur das Gewicht der Construktion des Rades zu tragen; das gleiche gilt auch von den Zapfen; es ist aber auch hier wiederum der auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Zapfen stärker in Anspruch genommen, als der andere.

Der klare früher ausgesprochene Grundgedanke, auf welchen dieses dritte Construtionssystem (auch Suspensionsprinzip genannt) beruht, ist weder von dem Erfinder desselben, noch von der Mehrzahl seiner Nachahmer richtig erkannt worden, was durch den

Umstand bewiesen wird, dass die von Engländern, Franzosen und von Deutschen nach diesem Systeme erbauten Räder keine Umfangsstangen, oft nicht einmal Diagonalstangen haben. Lässt man aber die Umfangsstangen weg, so hat diese Construktionsart gar keinen verständigen Sinn, und es ist dann, wie auch die Erfahrung bewiesen hat, gar nicht möglich, mit den dünnen radialien und diagonalen Stangen das Verwinden der beiden Seiten des Rades gegen einander aufzuheben.

So viel mir bekannt ist, haben die Herren *Escher Wyss & Comp.* zuerst die Umfangsstangen in Anwendung gebracht, nachdem die Erfahrung ihre Nothwendigkeit kennen gelernt hatte.

Was die Anwendbarkeit dieses dritten Construktionssystems betrifft, so ist zunächst klar, 1. dass es nur gebraucht werden kann, wenn von dem Bau eines eisernen Rades die Rede ist, 2. dass mit demselben nur bei Rädern von grossen Halbmessern eine beachtenswerthe Ersparniss an Material erzielt werden kann; 3. dass für oberschlächtige Räder eine Eisenconstruktion nicht von so bedeutendem Vortheil ist, als für Räder mit Gerinne, indem bei jenen der Nachtheil, welcher entsteht, wenn das Rad mit der Zeit sich etwas verzieht und unrund wird, nicht so gross sein kann als bei diesen, welche für eine gute Wirkung ein sich gleich bleibendes möglichst genaues Anschliessen des Radumfanges an das Gerinne erfordern. Aus diesen Gründen geht hervor, dass das Suspensionsprinzip vorzugsweise nur bei grösseren rückschlächtigen Rädern, die immer mit einem Gerinne versehen werden sollen, empfohlen werden kann.

Das Material für den Bau der Räder.

Hinsichtlich des Materiales, aus welchen die Räder gemacht werden, kann man dieselben eintheilen, wie folgt:

1) Hölzerne Räder zur Benutzung von kleineren Wasserkräften mit nur wenigen kleineren schmiedeisernen Theilen.

Diese Räder sind vorzugsweise für die Gewerbe empfehlenswerth.

2) Hölzerne Räder mit einzelnen grösseren gusseisernen Bestandtheilen. Schaufeln, Zellen, Radboden, Radkranz, Arme, Welle von Holz. Zahnkranz, Rosetten, Zapfen von Gusseisen; kleinere Verbindungstheile von Schmiedeeisen.

Diese Räder eignen sich vorzugsweise für einen grösseren, aber ökonomischen Fabrikbetrieb.

3) Gusseiserne Räder mit Schaufeln oder Zellen von Holz oder aus Eisenblech. Diese Räder können, wenn es sich um einen soliden, wenn auch kostspieligen Bau handelt, angewendet werden, so lange der Halbmesser nicht grösser als 3^{m} ist, sie werden aber, wie auch die folgenden, immer mehr und mehr von den weniger kostspieligen Turbinen verdrängt.

4) Räder, theils von Schmiedeeisen, theils von Gusseisen. Diese Combination von Materialien kommt vorzugsweise bei den nach dem Suspensionsprinzip erbauten Rädern vor, und gibt in diesem Falle viele Solidität, ist aber ebenfalls sehr kostspielig.

5) Räder aus Schmiedeeisen, Schaufeln und Radkronen von Blech. Arme und Welle

von Schmiedeeisen, Rosetten von Gusseisen. Diese Bauart eignet sich nur für Poncelet'sche Räder von nicht zu bedeutender Kraft, wenn kein Zahnkranz angewendet wird.

Der Kostenunterschied zwischen einem eisernen und einem hölzernen Rade ist sehr bedeutend, die eisernen Räder wiegen im Durchschnitt für jede Pferdekraft Nutzeffekt 400 bis 500 Kilg., und 100 Killg. zu Räder verarbeitetes Eisen wird von den Construkteurs zu 40 bis 50 Gulden geliefert, die Anschaffungskosten eines Rades ohne Gerinne und ohne Wasserbau sind demnach für jede Pferdekraft Nutzeffekt 160 bis 250, oder im Mittel 200 Gulden. Hölzerne Räder mit eisernen Zahnkränzen und Rosetten kosten dagegen nur den dritten Theil oder die Hälfte, also 60 bis 100 Gulden per Pferdekraft, und die Räder, welche bis auf kleinere Verbindungstheile ganz aus Holz gemacht sind, kosten ungefähr nur den fünften Theil, also 40 Gulden per Pferdekraft.

Der Kostenunterschied, welchen die Wahl des Materials verursacht, ist demnach so bedeutend, dass es von Wichtigkeit ist, die Vortheile, welche die eisernen Räder gewähren, und die Nachtheile, welche die Holzconstruktionen mit sich bringen, näher zu bezeichnen.

Ein eisernes Rad mit gut proportionirter Querschnittsdimension und mit zweckmässig gewählten und gut ausgeführten Verbindungen ist so zu sagen ein monumentaler Bau, an welchem sich mit der Zeit nichts verändert. Ein hölzernes Rad dagegen ist ein Bau, an welchem theils durch die in seinem Innern thätigen Kräfte, theils durch den Einfluss der Nässe und der Athmosphäre allmälige mit der Zeit fortschreitende Veränderungen in der Form des Ganzen, in der Verbindung seiner Theile und in der materiellen Beschaffenheit derselben eintreten, so dass ein solches Rad nach einer Reihe von 8 bis 10 Jahren einer wahren Ruine gleicht, an welcher fort und fort ausgebessert werden muss, um sie von dem gänzlichen Verfall zu retten. Hieraus ergeben sich folgende weitere Vergleichungen:

1) Der Nutzeffekt eines eisernen Rades bleibt immer gleich gut. Der Nutzeffekt eines hölzernen Rades wird mit der Zeit immer ungünstiger, weil die Wasserverluste immer zunehmen.

2) Die Bewegung ist bei einem eisernen Rade unveränderlich sehr gleichförmig, bei einem hölzernen Rade wird sie dagegen mit dem Alter desselben mehr und mehr ungleichförmig.

3) Bei einem gutgebauten eisernen Rade kommen nur selten und nie bedeutende Reparaturen vor, bei einem hölzernen Rade werden die Reparaturen immer häufiger und bedeutender, was für grössere Fabriken, in denen viele Arbeiter beschäftigt sind, sehr nachtheilige Unterbrechungen in der Arbeit zur Folge haben kann.

Aus dieser Vergleichung geht hervor, dass die eisernen Räder für grössere industrielle Unternehmungen, ungeachtet ihrer bedeutenden Kosten anempfohlen werden können, weil in diesem Fall die Vortheile, welche aus der Unveränderlichkeit der Wirkung und Gleichförmigkeit der Bewegung, so wie auch daraus entstehen, dass keine Unterbrechungen in der Arbeit vorfallen, zu überwiegend sind über die Nachtheile, welche die grösseren Anschaffungskosten zur Folge haben können.

Für kleinere industrielle Unternehmungen, die gewöhnlich auch mit kleineren Fonds

betrieben werden, sind dagegen die hölzernen Räder mit eisernen Zahnkränzen, Kranzstangen, Rosetten und Zapfen am geeignetsten.

Für die Gewerbeindustrie, welche gewöhnlich mit geringem Kapital, dagegen mit mehr als hinreichenden Wasserkräften betrieben wird, bei welcher ferner in der Regel keine grössere Gleichförmigkeit der Bewegung nothwendig ist, und die auch gewöhnlich nur schwächere Räder von 4, 6, 8 Pferdekraft nothwendig hat, sind unbestreitbar die ganz aus Holz construirten Wasserräder die geeigneten hydraulischen Kraftmaschinen.

Querschnittsdimension der Theile eines Rades.

Der Zahnkranz.

Der Druck, welchem die Zähne des Zahnkranzes und jene des Kolbens zu widerstehen haben, ist

$$\frac{75\,N_n}{v}\;\frac{R}{R_1}\text{ Killg.}$$

wobei R_1 den Halbmesser des Zahnkranzes bezeichnet. Bekanntlich werden die Zähne so construirt, dass die Hauptdimension (z die Dicke, z_1 die Breite, z_2 die Länge, z_3 die Theilung) in einem constanten Verhältnisse zu einander stehen, und unter dieser Voraussetzung ist jede dieser Dimensionen der Quadratwurzel aus dem Druck proportional, welchem ein Zahn Widerstand zu leisten hat.

Durch Vergleichung der Dimensionen der Zähne von einer grossen Anzahl von ausgeführten Rädern habe ich folgende Regeln gefunden, Fig. 57:

$$z = 0{\cdot}086\sqrt{\frac{75\,N_n}{v}\;\frac{R}{R_1}}\text{ Centimeter}$$

$$z_1 = 5{\cdot}5\;z$$

$$z_2 = 1{\cdot}5\;z$$

$$z_3 = 2{\cdot}1\;z$$

Diese Dimensionen sind im Verhältnisse 86:100 schwächer als sie in der Regel bei gut proportionirten Transmissionsrädern für grössere Kräfte gefunden werden.

Gewöhnlich ist R_1 nur wenig von R verschieden, und v ungefähr $= 1{\cdot}5^m$; annähernd kann man daher unter dieser Voraussetzung schreiben:

$$z = 0{\cdot}6\sqrt{N_n},\quad z_1 = 3{\cdot}3\sqrt{N_n}$$

Der Halbmesser R_1 des Zahnkranzes richtet sich nach der Bauart des Rades. Bei hölzernen oder eisernen Schaufelrädern wird der Zahnkranz an den Radkranz, bei hölzernen Zellenrädern an die Radarme, bei eisernen Zellenrädern an die Radkronen angeschraubt. Das genaue Maas für den Halbmesser findet man immer leicht bei der Verzeichnung des Rades. Der Zahnkranz erhält, je nachdem die Bauart des Rades ist, eine innere oder eine äussere Verzahnung. Bei Schaufelrädern muss man, um für den

Kolben Platz zu finden, jederzeit eine innere Verzahnung anwenden; bei Zellenrädern kann man je nach Umständen die eine oder die andere Verzahnungsart gebrauchen. Die Querschnittsdimensionen des winkelförmigen Körpers, an welchem die Zähne angegossen sind, können der Dicke des Zahnes proportional gemacht werden; es muss jedoch die Höhe der Verstärkungsnerve, welche in der Ebene des Rades liegt, beim hölzernen Rade grösser gemacht werden, als beim eisernen, weil im ersteren Falle der Zahnkranz für sich selbst hinreichende Festigkeit haben muss, wo hingegen im letzteren Falle die eisernen Radkränze, gegen welche der Zahnkranz angeschraubt wird, seine Festigkeit bedeutend unterstützen.

Der Zahnkranz muss aus mehreren Gründen aus einzelnen Segmentstücken zusammengesetzt werden, denn 1) wäre es nicht möglich, einen so grossen verzahnten Ring aus einem Stück vollkommen rund zu giessen, 2) würde ein so grosser Kranz oft gar nicht oder doch nur sehr schwer transportabel sein, 3) würde man in dem Fall, wenn ein einzelner Zahn abbrechen sollte, den ganzen Kranz erneuern müssen, weil es nicht gut angeht, einen einzelnen Zahn auf solide Weise mit dem Körper des Kranzes zu verbinden.

Wie die einzelnen Zahnsegmente unter sich und mit dem Radkörper zu verbinden sind, wird später bei der Beschreibung der auf den grossen Tafeln dargestellten Rädern vorkommen; nur so viel mag noch vorläufig bemerkt werden, dass der Zahnkranz bei hölzernen Rädern durch eiserne Stangen mit der Rosette verbunden werden muss, damit derselbe, wenn sich das Holz verziehen sollte, weder unrund noch excentrisch gegen die Radaxe werden kann.

Das Getriebe oder der Kolben,

welcher vom Zahnkranz getrieben wird, erhält einen 3, 4 bis 5 mal kleineren Halbmesser als der Zahnkranz, so dass also die Kolbenwelle 3, 4, 5 mal mehr Umdrehungen macht, als das Wasserrad. Die Dimensionen der Zähne des Kolbens und des Zahnkranzes stimmen natürlich überein, und ihre Anzahl ist im Verhältniss der Halbmesser zu nehmen. Auch muss die Anzahl der Zähne des Zahnkranzes ein Vielfaches sein von der Zahl der Segmentstücke, aus welchen der Kranz besteht. Diese Bedingungen sind in der Regel nur dadurch zu erfüllen, indem man von der berechneten Zahndicke um eine Kleinigkeit abgeht. Am zweckmässigsten ist es, wenn man bei der Bestimmung der Anzahl der Zähne auf folgende Art verfährt. Man berechnet zuerst nach den Formeln, Seite 160, die Dimensionen eines Zahnes und die Theilung, dividirt hierauf den in Centimetern ausgedrückten Umfang des Zahnkranzes durch die Theilung, und nimmt die nächste ganze durch die Anzahl der Zahnsegmente (welche gleich gemacht wird der Anzahl der Arme eines Armsystems) theilbare Zahl für die Anzahl der Zähne des Kranzes. Mit dieser Anzahl dividirt man neuerdings den Umfang des Kranzes und erhält dadurch den corrigirten Werth der Theilung. Nun nimmt man provisorisch den Halbmesser des Kolbens nach der oben angegebenen Regel an, also je nach Umständen $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$ von jenen des Zahnkranzes; berechnet den Umfang, welcher diesem provisorischen Halbmesser

entspricht, in Centimetern, und dividirt denselben durch jene corrigirte Theilung; die diesem Quotienten nächste gerade Zahl ist dann die Anzahl der Zähne des Kolbens. Der wahre Halbmesser desselben wird endlich gefunden, wenn man das Produkt aus der wahren Anzahl der Zähne in die corrigirte Theilung durch 2π dividirt. Der Durchmesser der Kolbenwelle ist nach der bekannten Formel für Transmissionswellen zu berechnen.

$$\text{Durchmesser der Kolbenwelle in Centimetern} = 16 \sqrt[3]{\frac{\text{Nutzeffekt in Pferdekräften.}}{\text{Umdrehung der Kolbenwelle p. 1'}}}$$

Sehr wichtig ist die Position des Kolbens. Am besten ist es, wenn der Kolben so angebracht werden kann, dass die Linie, welche den Mittelpunkt des Rades und des Kolbens verbindet, durch den Schwerpunkt der Wassermasse geht, welche in dem Rade enthalten ist; denn in diesem Falle kann das Gewicht des Wassers nicht auf die Zapfen des Rades wirken. Gewöhnlich wird die Kolbenwelle und die Wasserradswelle auf gleiche Höhe gelegt, wodurch man den Vortheil erreicht, dass die Zapfenlager dieser beiden Wellen auf eine gemeinschaftliche Unterlagsplatte gelegt werden können, was für eine unveränderliche Tiefe des Eingriffs der Zähne sehr gut ist. Diese Lage der Kolbenwelle stimmt bei oberschlächtigen Rädern mit derjenigen überein, bei welcher das Gewicht des im Rade enthaltenen Wassers nicht auf die Zapfen des Wasserrades wirken kann. Bei mittelschlächtigen Rädern ist dagegen diese Lage der Kolbenwelle etwas zu hoch, weil da der Schwerpunkt der Wassermasse tiefer unten liegt. Am wichtigsten ist die richtige Lage der Kolbenwelle bei Rädern mit dünnen schmiedeeisernen Armen, denn wenn der Kolben weit von seiner vortheilhaftesten Lage entfernt ist, werden die Arme des Rades durch das Gewicht des im Rade enthaltenen Wassers in Bezug auf ihre respektive Festigkeit in Anspruch genommen, die bei diesem Arme nur schwach ist.

Die Radarme.

Die Anzahl der Armsysteme richtet sich nach der Breite des Rades. Bei Rädern bis zu 2 oder $2{\cdot}5^m$ Breite sind zwei Armsysteme hinreichend. Bei Rädern von 2·5 bis zu 6^m genügen aber zwei Armsysteme nicht mehr, indem sich die Bretter oder Bleche, welche die Schaufeln oder Zellen und den Radboden bilden, unter dem Druck des Wassers biegen würden; man muss daher innerhalb dieser letztgenannten Radbreiten drei Armsysteme anwenden.

Die Anzahl der Arme eines Armsystems richtet sich nach dem Halbmesser des Rades. Durch Vergleichung von ausgeführten Rädern hat sich ergeben, dass die Anzahl der Arme eines Armsystems gleich

$$\mathfrak{N} = 2\,(R^m + 1)$$

genommen werden kann.

Um die Querschnittsdimensionen der Arme zu bestimmen, muss man die Construktion mit steifen Armen und jene mit dünnen schmiedeeisernen Stangen besonders betrachten.

Es ist schon früher gezeigt worden, wie bei einem Rade mit steifen Armen die

Kraft bestimmt werden muss, welche auf ein Armsystem einwirkt. Es sei N_1 der Effekt in Pferdekraft, welchen ein Armsystem zu übertragen hat, so ist

$$\frac{75\ N_1}{v}$$

der Druck am Umfang des Rades, welchem die Arme dieses Systems zu widerstehen haben. Von dieser Kraft werden zwar nicht alle Arme des Systems gleich stark affizirt, allein da sie durch den Kranz zu einem Ganzen verbunden sind, so kann in keinem Arme eine Biegung eintreten, ohne dass auch alle übrigen nahe um eben so viel gebogen werden, als dieser eine; wir werden uns daher der Wahrheit ziemlich nähern, wenn wir annehmen, dass die auf ein Armsystem wirkende Kraft sich auf alle Arme gleich vertheilt; und können daher die Kraft, welche auf einen Arm wirkt, gleich $\frac{75\ N_1}{v\,\mathfrak{N}}$ setzen. Nun könnte man nach den bekannten Formeln für die respektive Festigkeit von Stäben die Querschnittsdimension des Armes bestimmen, einfacher wird aber dieser Zweck auf folgende Art erreicht:

Nennt man:

d_1 den Durchmesser, welchen eine eiserne Transmissionswelle erhalten muss, um einen Effekt von N_1 Pferdekräfte bei n Umdrehungen in 1 Minute zu übertragen;

h die Höhe des eisernen oder hölzernen Radarms, d. h. die auf die Länge des Arms senkrechte Dimension der Hauptnerve, so ist:

$$\frac{h}{d_1} = \frac{1{\cdot}7}{\sqrt[3]{\mathfrak{N}}}$$

und die Dicke des Armes ist, wenn er von Gusseisen ist, $^1/_5\ h$, und wenn er von Holz ist, $^5/_7\ h$ zu nehmen.

Für $\mathfrak{N}$ =	4	6	8	10	12
wird $\frac{h}{d_1}$ =	1·08	0·94	0·86	0·79	0·75

Vermittelt dieser Tabelle kann man die Dimension eines Armes auf folgende Art sehr leicht bestimmen:

Man bestimmt zuerst d_1 nach der bekannten Formel:

$$d_1 = 16 \sqrt[3]{\frac{N_1}{n}} \text{ Centimeter}$$

Multiplicirt man diesen Werth d_1 mit demjenigen Coeffizienten der vorhergehenden kleinen Tabelle, welcher der Anzahl der Arme des Armsystems entspricht, so erhält man die Höhe des Armes an der Axe in Centimetern.

Diese äusserst bequeme Regel gilt auch für die Arme der Transmissionsräder. Es sei z. B. $N_1 = 5$, $n = 5$, $\mathfrak{N} = 8$, so hat man

$$d_1 = 16 \text{ und wegen } \frac{h}{d_1} = 0{\cdot}86\text{, wird}$$

$$h = 16 \times 0{\cdot}86 = 13{\cdot}8^{cm}$$

ist der Arm von Eisen, so wird seine Dicke: $\frac{13{\cdot}8}{5} = 2{\cdot}7^{cm}$

ist er von Holz, so wird die Dicke $= \frac{5}{7}\ 13{\cdot}6 = 9\ 7^{cm}$

Man kann sich darauf verlassen, dass man auf diese Weise jederzeit gute Dimensionen erhält, da der Coeffizient 1·7 in der Formel für $\frac{h}{d_1}$ durch Vergleichung von einer grossen Anzahl von Rädern praktisch bestimmt worden ist.

Der Arm erhält eine zweckmässige und gefällige Verjüngung, wenn man seine Höhe und Dicke am äusseren Radkranze im Verhältniss 3:4 schwächer nimmt.

Bei einem mit Stangen verspannten Rade haben die radialen Stangen die Bestimmung, das Gewicht der Construktion zu tragen, die Diagonalstangen haben das Rad gegen Seitenschwankungen zu schützen, und die Umfangsstangen sind bestimmt, das Verwinden der beiden Seiten des Rades zu verhindern, und die vom Rade empfangene Kraft möglichst direkt nach dem Zahnkranz zu leiten.

Wenn diese Construktionsart gegen eine steife Verarmung einen namhaften Vortheil gewähren soll, so müssen die Verbindungen vermitteslt der Stangen in der Art hergestellt werden, dass das Rad mit möglichst dünnen Stangen hinreichende Steifheit erhält. Hiezu ist aber nothwendig, dass die verschiedenen Stangen in allen Positionen, welche sie während der Bewegung des Rades annehmen, immer nur gespannt und nie zusammengepresst werden; weil sie bei schwachen Querschnittsdimensionen einer Zusammenpressung nicht widerstehen würden.

Eine Zusammenpressung in irgend einer Stange wird aber nur dann nie eintreten können, wenn die Verbindung der Enden dieser Stangen mit den Rosetten und mit den Radkränzen vermittelst Schrauben oder Stellkeilen geschieht, die nur auf Zug wirken können. Stellkeile sind jedoch den Schrauben vorzuziehen, weil bei ersteren die Gleichheit der Spannung aller Stangen derselben Art aus dem Klang und aus dem Zurückprallen des Hammers beim Eintreiben der Keile genauer und sicherer zu erkennen ist, als durch das Anziehen mit Schrauben vermittelst eines langarmigen Schlüssels.

Damit der ganze Bau eine hinreichende Steifheit erhält, ohne die Stangen übermässig anzuspannen, ist erforderlich, dass 1) die radialen Stangen so stark angezogen werden, dass sie nur sehr schwach gespannt sind, wenn sie in die vertikale aufrechte Stellung gelangen; 2) dass die Diagonalstangen schwächer angezogen werden als die radialen Stangen, damit sie in ihrer obersten Stellung auch nur sehr wenig gespannt sind; 3) dass die Umfangsstangen, welche fortwährend einem unveränderlichen Zuge ausgesetzt sind, anfangs so stark gespannt werden, dass während des Ganges des Rades

kein merkliches Verwinden desselben eintritt; 4) dass die Stangen derselben Art möglichst gleichförmig angezogen werden.

Werden diese Vorschriften bei der Aufstellung eines Rades nicht gehörig beachtet, so können mancherlei Uebelstände eintreten. Werden die radialen Stangen zu stark und ungleichförmig angezogen, so kann es geschehen, dass eine oder die andere reisst, oder dass die Verbindungsköpfe aus den dünnen gusseisernen Radkränzen herausgerissen werden. Werden sie zu schwach angezogen, so hängt der ganze Bau des Rades nur an den Stangen der unteren Hälfte des Rades und die obere Hälfte schwebt so zu sagen frei, was sich durch eine für die verschiedenen Verschraubungen sehr nachtheilige zitternde Bewegung zu erkennen gibt. Werden die Diagonalstangen zu stark angezogen, so kann es geschehen, dass entweder die Verbindungsköpfe aus dem Getäfer gerissen werden, oder dass die Rosetten von der Aufkeilung los gehen und gegen die Zapfen hinaus gestossen werden. Werden sie dagegen zu schwach angezogen, so ist die obere Hälfte des Rades nicht gegen Seitenschwankungen geschützt. Werden endlich die Umfangsstangen zu stark oder zu schwach angezogen, so kann im ersteren Falle entweder ein Abreissen der Stangen oder ein Ausbrechen der Verbindungsköpfe aus dem Getäfer eintreten, und im letzteren Falle werden sich die beiden Seiten des Rades merklich verwinden, was für die verschiedenen Schrauben-Verbindungen sehr nachtheilig werden kann.

Hieraus sieht man, dass die Aufstellung eines solchen verspannten Rades keine so leichte Sache ist, und diesem Umstande ist es zuzuschreiben, dass bei derlei Rädern sehr oft Stangen, Rosetten oder Getäfer gebrochen sind.

Eine sehr genaue Berechnung der Querschnitte der Stangen und der zweckmässigsten Spannungen führt zu äusserst weitläufigen Untersuchungen, die für die Praxis von wenig Werth sind; es ist daher zu diesem Zwecke ein einfaches aber doch sicheres Verfahren vorzuziehen.

Es ist klar, dass das Gewicht aller äusseren Theile des Rades vorzugsweise an denjenigen radialen Stangen hängt, welche sich in der tiefsten Stellung befinden. Wenn wir also den Querschnitt dieser Stangen so stark machen, dass sie allein im Stande sind, das Gewicht der Construction der äusseren Theile des Rades mit Sicherheit zu tragen, so kann man versichert sein, dass die sämmtlichen radialen Arme hinreichend stark ausfallen werden. Der Querschnitt eines radialen Armes kann also auf folgende Art bestimmt werden. Man berechne das Gewicht aller äusseren Theile des Rades und dividire es durch die Anzahl der Armsysteme, deren gewöhnlich zwei vorhanden sind, so hat man das Gewicht, welches auf einen Arm wirkend gedacht wird. Dieses Gewicht dividire man durch den sechsten Theil der absoluten Festigkeit des Schmiedeeisens per 1 □ Centim., also durch $\frac{3000}{6} = 500$, so erhält man den Querschnitt des Armes in □ Centim. ausgedrückt. Für die Diagonalstangen und für die Umfangsstangen genügt es, wenn man den Durchmesser der ersteren $^3/_4$ und den der letzteren 0·6 von jenem der radialen Stangen annimmt.

Wenn man bedenkt, dass der Halbmesser des Rades, insbesondere bei dem rück-

schlächtigen und oberschlächtigen, dem Gefälle, und die Breite der Wassermenge ungefähr proportional genommen wird, so kann man vermuthen, dass das Gewicht eines Rades, welches sich vorzugsweise nach dem Halbmesser und nach der Breite richtet, dem absoluten Effekte der Wasserkraft proportional ausfallen muss. Durch zahlreiche Gewichtsberechnungen von Rädern habe ich diese Vermuthung bestätigt gefunden, und durch diese Erfahrung ergeben sich manche sehr einfache praktische Regeln.

So z. B. habe ich gefunden, dass beim Zellenrade das Gewicht der äusseren Bestandtheile per Pferdekraft des absoluten Effekts 400 Killg. beträgt, und daraus folgt nach der oben angegebenen Vorschrift, dass der Querschnitt eines jeden radialen Armes für jede Pferdekraft der absoluten Wasserkraft $\frac{1}{3}$ □ Centimet betragen soll, wenn, wie es gewöhnlich der Fall ist, das Rad mit zwei Armsystemen versehen ist. Hierdurch hat man also eine äusserst einfache Regel zur Bestimmung dieser Radarme.

Wellbäume für Räder mit steifen Armen.

Die Kräfte, welchen ein Wellbaum Widerstand zu leisten hat, richten sich, wie schon früher Seite (155) erklärt wurde, nach der Bauart des Rades. Bei den Rädern mit starren Armen sind die Wellbäume theils auf Torsion, theils auf respective Festigkeit, bei den verspannten Rädern dagegen sind sie nur allein auf respective Festigkeit in Anspruch genommen.

Nennt man N_1 den Effekt, welchen bei einem Rade mit steifen Armen irgend ein zwischen zwei Armsystemen befindliches Wellenstück der ganzen Welle zu übertragen hat, so muss dieses Wellenstück, vorausgesetzt dass es cylindrisch und von Eisen ist, einen Durchmesser

$$16 \sqrt[3]{\frac{N_1}{n}} \text{ Centimeter}$$

erhalten, um der Torsion mit Sicherheit widerstehen zu können; und mit diesem Durchmesser erhält auch die Welle hinreichende Stärke, um das Gewicht der Construction zu tragen. Den Werth von n, d. h. die Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute findet man durch die Formel

$$n = 9{\cdot}548 \frac{v}{R}$$

Wie die Werthe von N_1 für die einzelnen Wellenstücke zu bestimmen sind, ist schon früher bei der Bauart der Räder im Allgemeinen gesagt worden.

Die Zapfen der Welle müssen nach dem Druck berechnet werden, welchem sie durch das Gewicht der Construktion ausgesetzt sind.

Nennt man bei einem Rade ohne Zahnkranz G das Gewicht des ganzen Rades sammt Welle, so ist $\frac{1}{2} G$ der Druck, welchen der Zapfen bei a, Fig. 52, auszuhalten hat, und zur Bestimmung seines Durchmessers hat man die Formel:

$$0{\cdot}18 \sqrt{\frac{G}{2}} \text{ Centimeter}$$

in welcher der Coeffizient 0·18 nach einer grossen Anzahl von ausgeführten Rädern bestimmt worden ist.

Bei den Rädern ohne Zahnkranz muss die Welle bei c, Fig. 52, durch ein Lager unterstützt werden, und der Hals der Welle muss daselbst so stark sein, wie bei einer Transmissionswelle, welche einen Effekt von N_n Pferdekraft bei n Umdrehungen in 1 Minute überträgt; der Durchmesser dieses Halses ist daher gleich

$$16 \sqrt[3]{\frac{N_n}{n}} \text{ Centimeter}$$

zu nehmen. Das Wellenstück $\overline{cd}$, welches einen eben so grossen Durchmesser erhält, wird am besten bei c an die Wasserradswelle angekuppelt.

Bei einem Rade mit steifen Armen und mit Zahnkranz, hat der auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Zapfen nahe einen Druck $\frac{1}{2}G + Z$ und der andere Zapfen hat einen Druck $\frac{1}{2}G$ auszuhalten, wobei G das Gewicht der Construktion ohne Zahnkranz und Z das Gewicht dieses letzteren bezeichnet, die Diameter jener Zapfen sind demnach:

$$\left.\begin{array}{l} 0{\cdot}18 \sqrt{\frac{1}{2} G + Z} \\ 0{\cdot}18 \sqrt{\frac{1}{2} G} \end{array}\right\} \text{ in Centimetern.}$$

Bei den ausgeführten Rädern sind immer beide Zapfen gleich stark gemacht, was die Aufstellung sehr erleichtert; will man sich an diese Praxis halten, so müssen beide Zapfen nach der ersteren von obigen Formeln bestimmt werden. Bei den auf den grossen Tafeln dargestellten Rädern sind aber die Dimensionen aller Theile, und insbesondere auch die Durchmesser der Zapfen genau nach den wirklich wirksamen Kräften bestimmt worden.

Die Berechnung der Gewichte G und Z ist mühsam und zeitraubend; will man dieser Mühe überhoben sein, so kann man den Erfahrungssatz benutzen, dass die Räder, sie mögen von Holz oder von Eisen construirt sein, für jede Pferdekraft des absoluten Effektes der Wasserkraft durchschnittlich 600 bis 700 Killg. wiegen, hiernach wird der Durchmesser eines Zapfens:

$$0{\cdot}18 \sqrt{\frac{600\ N}{2}} \text{ bis } 0{\cdot}18 \sqrt{\frac{700\ N_a}{2}}$$

oder:

$$3{\cdot}1 \sqrt{N_a} \text{ bis } 3{\cdot}4 \sqrt{N_a} \text{ Centimeter}$$

Sicherer ist es aber doch immer, wenn man sich der mühsamen Gewichtsbestimmung unterzieht.

Die Zapfen sollen jederzeit so nahe als möglich an die Rosetten angebracht werden, damit das Wellenstück vom Zapfen an bis an die Rosette hin nicht zu stark ausfällt.

Nennt man l die Entfernung des Mittelpunktes des Zapfens von der Rosette, D den Durchmesser der Welle an der Rosette, d den Durchmesser und c die Länge des Zapfens, so ist

$$D = d \sqrt[3]{\frac{l}{\frac{1}{2} c}}$$

Die hölzernen Wellen müssten hinsichtlich der Festigkeit gegen Torsion wenigstens zweimal so stark gemacht werden, als die eisernen Wellen; allein nach dieser Regel würden sie zur Befestigung der Zapfen noch zu schwach werden.

Die hölzernen Wellen erhalten in jeder Hinsicht eine hinreichende Stärke, wenn man ihren Durchmesser fünf mal so gross nimmt, als jene des Zapfens.

Wellbäume für Räder mit Spannstangen.

Diese Wellbäume haben, wie schon mehrmals erwähnt wurde, nur allein das Gewicht der Construktion zu tragen, sind also nicht auf Torsion in Anspruch genommen.

Wenn man die Berechnung der Welle sehr genau nehmen will, verursacht das einseitige Vorhandensein eines Zahnkranzes weitläufige Rechnungen und Erklärungen. Viel einfacher und leichter verständlich wird die Sache, wenn wir uns denken, dass das Rad auf jeder Seite mit einem Zahnkranz versehen sei, und dass überhaupt die beiden Seiten des Rades übereinstimmen.

Nennen wir unter dieser Voraussetzung:

d den Durchmesser des Zapfens,
c die Länge des Zapfens,
D den Durchmesser der Welle in der mittleren Ebene der Rosette,
l die Entfernung des Zapfenmittels vom Mittelpunkt der Rosette,
G das Gewicht des Rades sammt Welle aber ohne Zahnkranz,
Z das Gewicht des Zahnkranzes,
M das Elastizitätsmoment eines in dem Abstande
x von einer Rosette befindlichen Querschnittes des Wellenstückes zwischen den 2 Rosetten.

dann ist

$\frac{1}{2} G + Z$ der Druck, welchen ein Zapfen auszuhalten hat, mithin:

$$d = 0{\cdot}18 \sqrt{\frac{1}{2} G + Z} \text{ und } c = 1{\cdot}2\, d$$

ferner ist:

$$D = d \sqrt[3]{\frac{l}{\frac{1}{2} c}}$$

Wenn man das Moment von dem Gewicht des Wellenstückes von der Länge $l + x$ vernachlässigt, und den Druck, welchen die Rosette gegen die Welle ausübt, gleich $\frac{1}{2} G + Z$ setzt, wodurch der wahre Werth dieses Druckes um das halbe Gewicht der Welle zu gross angenommen wird, so erhält man folgende annähernde Gleichung:

$$\left(\frac{1}{2} G + Z\right)(l + x) - \left(\frac{1}{2} G + Z\right) x = M$$

oder

$$\left(\frac{1}{2} G + Z\right) l = M$$

die jedoch hinreichend genau ist, indem der vernachlässigte Einfluss von dem Gewichte der Welle von keiner Bedeutung ist. Diese letzte Gleichung ist nun unabhängig von x, es haben daher alle Querschnitte des Wellenstückes zwischen den zwei Rosetten sehr nahe einem gleich grossen Biegungsmomente $(\frac{1}{2} G + Z)\, l$ zu widerstehen.

Nimmt man also für die Wellenstücke zwischen den Rosetten einen Cylinder von dem Durchmesser D, so hat man eine Form, Fig. 58, welche der durch obige Gleichung ausgedrückten Bedingung entspricht.

Allein diese cylindrische Form erfordert ziemlich viel Material, und hat im Verhältniss zu ihrem Querschnitt eine sehr kleine Oberfläche, daher bei derselben unganze Stellen im Gusse zu befürchten sind.

Nimmt man für die Querschnittsform einen Cylinder mit kreuzförmigen Nerven, wie Fig. 60 zeigt, so entspricht auch dieser Form die Bedingungsgleichung, vorausgesetzt, dass die einzelnen Dimensionen des Querschnitts gehörig gewählt werden; allein dieser Querschnitt hat den Fehler, dass bei demselben kein stetiger Uebergang in das Endstück der Welle statt findet. Dies kann bewirkt werden, wenn man, wie bei Fig. 61 und 62, den äusseren Nerven eine in die Endstücke übergehende Krümmung gibt; weil aber dadurch die Welle geschwächt wird, so muss man die aussen weggenommene Masse wieder zu ersetzen suchen, was auf zweierlei Weise geschehen kann, indem man entweder den runden mittleren Kern von der Mitte an nach aussen zu konisch zunehmen lässt, wie bei Fig. 61, oder indem man, wie bei Fig. 62, den mittleren Theil cylindrisch lässt, und die Dicke der Nerven von der Mitte nach aussen zu allmählig stärker werden lässt.

Gewöhnlich findet man bei ausgeführten Rädern die Form Fig. 61, die Form Fig. 62 verdient aber in so fern vorgezogen zu werden, als sie gefälliger ist.

Nach den Bezeichnungen, welche in Fig. 63 angegeben sind, ist das Elastizitätsmoment für den mittleren Querschnitt der Welle

$$M = \frac{\mathfrak{N}}{6\,h}\left[0{\cdot}589\, D_1^4 + (h^3 - D_1^3)\, e + (h - D_1)\, e^3\right]$$

wobei $\mathfrak{N}$ den Coeffizienten für die respektive Festigkeit bezeichnet.

Es ist aber auch, weil der Querschnitt D dem gleichen Moment zu widerstehen hat:

$$M = \frac{\mathfrak{N}\,\pi}{32} D^3$$

demnach erhält man:

$$D^3 \frac{\pi}{32} = \frac{1}{6\,h}\left[0{\cdot}589\, D^4 + (h^3 - D_1^3)\, e + (h - D_1)\, e^3\right]$$

$$= \frac{e^3}{6}\left[0{\cdot}589\left(\frac{D_1}{e}\right)^4 + \left(\frac{h}{e}\right)^3 - \left(\frac{D_1}{e}\right)^3 + \frac{h}{e} - \frac{D_1}{e}\right]\left(\frac{e}{h}\right)$$

und daraus folgt:

$$\frac{D}{e} = \sqrt{\frac{32}{6\,\pi}\left[0{\cdot}589\left(\frac{D_1}{e}\right)^4 + \left(\frac{h}{e}\right)^3 - \left(\frac{D_1}{e}\right)^3 + \frac{h}{e} - \frac{D_1}{e}\right]\frac{e}{h}}$$

Vermittelst dieses Ausdrucks wird der Werth von $\frac{D}{e}$ bestimmt, wenn man in demselben für $\frac{D_1}{e}$ und für $\frac{h}{e}$ passende Verhältnisszahlen substituirt.

Diese letzteren müssen, damit die Welle eine gefällige Form erhält, je nach der Entfernung der Rosetten gewählt werden. Man erhält jederzeit eine gefällige Form, wenn man nimmt:

$$\frac{h}{e} = 4{\cdot}5 + 1{\cdot}5\, L$$

$$\frac{D_1}{e} = 6{\cdot}75 - 0{\cdot}75\, L$$

wobei L die in Metern ausgedrückte Entfernung der Rosetten bezeichnet.

Das Verfahren zur Berechnung aller wesentlichen Querschnittsdimensionen der Welle ist nun folgendes:

Man bestimmt zuerst das Gewicht G der Construktion ohne Zahnkranz, so wie auch das Gewicht Z dieses letzteren; dann geben die Gleichungen (Seite 167) den Durchmesser d und die Länge c des Zapfens; hierauf berechnet man vermittelst der Gleichung (Seite 170) den Durchmesser D. Sodann bestimmt man vermittelst der obigen Gleichungen die Verhältnisse $\frac{h}{e}$ und $\frac{D_1}{e}$ und substituirt dieselben in den Ausdruck für $\frac{D}{e}$, so erhält man den Werth von $\frac{D}{e}$ und da D bereits bekannt ist, so hat man auch den Werth von e, welcher mit den bereits berechneten Werthen von $\frac{h}{e}$ und $\frac{D_1}{e}$ multiplizirt, auch den Werth von h und von D_1 liefert. Sind einmal die Dimensionen d, c, l, D, D_1, h, e bekannt, und in der Zeichnung aufgetragen, so hat man hinreichende Anhaltspunkte, um die vollständige Verzeichnung der Welle nach dem Gefühle auszuführen. Wenn man die beiden Hälften der Welle übereinstimmend macht, so ist diejenige Hälfte, welche der Seite des Rades angehört, an welcher sich in der Wirklichkeit kein Zahnkranz befindet, etwas zu stark. Will man auch diese Seite den daselbst wirkenden Lasten entsprechend machen, so muss man ihre Querschnittsdimensionen nach den angegebenen Formeln berechnen, indem man $Z = 0$ nimmt; und dann muss man bei der Verzeichnung der Welle den zwischen den Rosetten befindlichen Theil durch schickliche Uebergangsformen herzustellen suchen. Für die Ausführung ist es aber zweckmässiger, die beiden Hälften der Welle in jeder Hinsicht übereinstimmend zu machen.

Damit die Dimensionen der Welle bei vollkommener Sicherheit möglichst klein ausfallen, ist es sehr wichtig, dass die Zapfen so nahe als möglich an den Rosetten angenommen werden, so dass also der Werth von l möglichst klein ausfällt, denn so wie l gross ist, werden es auch alle übrigen Grössen D, e, h, D_1, und die Welle wird dann schwer. Der kleinste Werth von l wird durch die Breite des Zahnkranzes bestimmt.

Bei ausgeführten Rädern ist fast immer der äussere Theil zwischen dem Zapfen und der Rosette nur wenig stärker als der Zapfen selbst, daher zu schwach, was auch die Erfahrung bestätigt hat, denn es sind schon oftmals Wasserradswellen in diesem Theile gebrochen.

Zur Bestimmung der untergeordneten Dimensionen eines Rades kann man sich an die nachstehenden Regeln halten.

Rosetten.

Nennt man d den Durchmesser des Wasserradzapfens, h die grössere von den Querschnittsdimensionen eines Radarms, so ist:

A) die Länge einer Armhülse an der Rosette:

a) für Räder mit steifen Armen, nach Bauart 1 und 2, = 2 h bis 2·4 h;

b) für Räder mit hölzernen Tragarmen nach Bauart 3, = 4 h;

c) für Räder mit schmiedeisernen Tragarmen gleich 6 Stangen Durchmesser.

B) Metalldicke der Rosettenhülse, welche zum Aufkeilen der Rosette dient:

$= \frac{1}{3} d + 0{\cdot}5$.

C) Länge dieser Hülse 1·2 d bis 1·6 d.

Kegelkränze.

Radiale Dimension eines Kegelkranzes sowohl für Eisen als auch für Holz		$\frac{1}{3}$ a
Dicke des Kranzes	für Holz	$\frac{1}{3}$ a
	für Eisen	$\frac{1}{20}$ a

Radkränze für Zelllenräder.

Hölzerne Kränze	Dicke der inneren Felgen	$\frac{a}{6}$
	Dicke der äusseren Felgen	$\frac{a}{7}$
Eiserne Seitengetäfer, Dicke derselben		$\frac{a}{25}$ bis $\frac{a}{20}$

Schaufel- und Zellenbretter.

Dicke der hölzernen Schaufelbretter $\frac{a}{14}$ bis $\frac{a}{11}$

Dicke des Kübelbodens . $\frac{a}{8}$

Dicke der äusseren Kübelwand { in der Mitte von a $\frac{a}{8}$
am Umfang des Rades $\frac{a}{10}$

Radboden.

Dicke des Radbodens bei Schaufelrädern $\frac{a}{15}$ bis $\frac{a}{11}$

Dicke des Radbodens bei Kübelrädern $\frac{a}{7}$

Gerinnboden.

Dicke der Gerinnböden . $\frac{a}{10}$

SECHSTER ABSCHNITT.

WEHRE UND KANÄLE.

Die natürlichen Gefälle der Bäche und Flüsse sind meistens mit der Jahreszeit veränderlich, haben oftmals nicht die wünschenswerthe Grösse und sind fast nie an einen bestimmten Ort concentrirt, wie es zum Betriebe eines Wasserrades nothwendig ist. Man kann desshalb die natürlichen Gefälle fast nie unmittelbar benutzen, sondern sie müssen erst durch einen geeigneten Wasserbau in künstliche Wasserfälle verwandelt werden, was in der Regel entweder durch ein Wehr oder durch einen Kanal oder endlich durch die vereinte Anwendung eines Wehres und Kanales geschieht.

Unter welchen Umständen die Anlage eines Wehres nothwendig, und unter welchen Umständen dieselbe zweckmässig ist.

Der Bau eines Wehres ist nur dann möglich, wenn es die Verhältnisse erlauben, dass auf eine längere Strecke der Wasserspiegel über seinen natürlichen Stand gehoben werden darf.

Der Bau eines Wehres ist unter folgenden Umständen nothwendig oder zweckmässig: 1) wenn kein natürliches Gefälle vorhanden ist, und ein künstliches Gefälle hervorgebracht werden soll; 2) wenn das vorhandene natürliche Gefälle nicht die wünschenswerthe Grösse hat, daher durch einen künstlichen Bau vermehrt werden soll; 3) wenn in dem Elusse oder Bache auf eine kurze Strecke ein starkes Gefälle vorhanden ist, das auf einen Punkt concentrirt werden soll; 4) wenn die Veränderungen des Wasserstandes eines Flusses oder Baches vermindert oder aufgehoben werden sollen; 5) wenn das Gefälle, welches durch die Stauung des Wassers hervorgebracht werden soll, nicht zu gross ist und höchstens $2{\cdot}5^m$ beträgt; 6) wenn zwei oder mehrere von den so eben angeführten Umständen vorhanden sind.

Unter welchen Umständen soll ein Kanal angelegt werden?

Ein Kanal soll angelegt werden, 1) wenn es die Lokalverhältnisse nicht erlauben, das Rad in das Flussgebiet zu verlegen; 2) wenn das Wasserrad und das zu betreibende Werk gegen die Einwirkung der Hochwasser geschützt werden sollen; 3) wenn das zu betreibende Werk wegen bestehender Eigenthums- oder Lokalverhältnisse an einem gewissen Orte in der Nähe des Flusses erbaut werden muss, nach welchem Orte ein Kanal geführt werden kann; 4) wenn ein bedeutenderes Gefälle, welches ein Bach oder ein Fluss auf einer langen Strecke des Laufes darbietet, zum Betriebe eines Werkes benutzt werden soll.

Unter welchen Umständen soll ein Kanal und ein Wehr gebaut werden?

Die vereinte Anordnung eines Wehres und eines Kanales kann 1) nothwendig, 2) wünschenswerth, 3) unnöthig sein.

Sie ist nothwendig, wenn überhaupt die Umstände von der Art sind, dass sie sowohl auf den Bau eines Wehres, als auch auf jenen eines Kanals entschieden hinweisen. Sie ist in der Regel wünschenswerth, wenn ein Kanal angelegt werden muss, damit das Wasser leichter und gleichförmiger in den Kanal eintritt. Sie ist endlich unnöthig, wenn mit einem Wehre allein der Zweck erreicht werden kann, und wenn das Werk in den Fluss hineingebaut werden muss.

Eintheilung der Wehre.

Die Wehre werden eingetheilt in 1) vollkommene Wehre oder Ueberfallwehre, 2) unvollkommene Wehre oder Grundwehre, 3) Schleussenwehre, 4) combinirte Wehre aus Ueberfällen und Schleussen. Die ersteren werden durch einen dammartigen, quer über den Fluss sich erstreckenden Einbau mit horizontalem Scheitel gebildet, welcher höher liegt als der Wasserspiegel im Flusse vor dem Einbau. Grundwehre werden ähnliche Einbauten von kleinerer Höhe genannt, wenn der Scheitel niedriger liegt, als der ungestaute Wasserspiegel vor dem Einbau. Schleussenwehre können alle diejenigen Einbauten genannt werden, deren stauende Wirkung nach Belieben regulirt oder ganz beseitigt werden kann. Gewöhnlich bestehen sie aus einem oder aus mehreren nach vertikaler Richtung beweglichen Schiebern, welche, wenn sie niedergelassen sind, das Wasser im Flusse zurückhalten, es aber, wenn sie mehr oder weniger aufgezogen werden, in grösserer oder geringerer Quantität an ihrer unteren Kante austreten lassen. Auf diese Weise kann durch ein Schleussenwehr der Wasserstand vor demselben immer auf einer gewissen Höhe erhalten werden, vorausgesetzt, dass der Wasserzufluss nicht gar zu veränderlich ist. Was unter einem combinirten Wehr zu verstehen ist, bedarf keiner Erklärung.

Umstände, welche bestimmen, was für ein Wehr erbaut werden soll.

Ein Grundwehr wird angelegt, wenn die Wassermenge nicht bedeutend veränderlich und die Stauung, welche durch das Wehr hervorgebracht werden soll, nicht bedeutend ist.

Ein vollkommenes Ueberfallwehr wird angelegt, wenn die Wassermenge nicht bedeutend veränderlich und die hervorzubringende Stauung gross ist.

Ein Schleussenwehr wird angelegt, wenn bei höchstem Wasserstand die Lokalverhältnisse gar keine Stauung gestatten.

Ein Ueberfall-Schleussenwehr wird angelegt, wenn bei einem sehr veränderlichen Wasserzufluss der Wasserstand ober dem Wehr immer nahe auf derselben Höhe erhalten werden soll.

In den meisten Fällen weisen die Umstände auf ein Ueberfall-Schleussenwehr hin.

Genaue Entscheidung der Frage, ob ein Grund- oder ein Ueberfallwehr angelegt werden soll.

Es sei:

h die Stauung, welche durch das Wehr hervorgebracht werden soll;

b die Breite des Wehres, welche in der Regel mit jener der Flussbreite übereinstimmt, manchmal aber auch grösser angenommen wird;

Q die Wassermenge, welche in jeder Sekunde über das Wehr abfliessen soll.

Dies vorausgesetzt, ist die Wassermenge, welche bei einer Stauung h über ein Wehr von der Breite b abfliessen würde, dessen Krone bis zu dem vor dem Einbau vorhandenen Wasserspiegel reichen würde, Fig. 64,

$$0{\cdot}57\ b\ h\ \sqrt{2\ g\ h}$$

Ist nun diese Wassermenge genau $= 0$, so muss die Krone des zu erbauenden Wehres bis an den ursprünglich vorhandenen Wasserspiegel reichen. Ist dagegen obige Wassermenge grösser oder kleiner als Q, so muss im ersteren Falle ein vollkommenes Ueberfallwehr, und im letzteren ein Grundwehr angelegt werden.

Die Höhe eines vollkommenen Ueberfallwehrs, Fig. 65, wird auf folgende Art berechnet:

Es sei $a\,b$ das Bett des Flusses, $a_1\,b_1$ die Oberfläche des Wassers vor dem Einbau, $D\,A$ die Tangente an die gestaute Oberfläche des Wassers, $A\,C = h$ die hervorzubringende Stauung, $A\,B = x$ die Höhe des gestauten Wasserspiegels in einiger Entfernung von dem Wehr über dem Scheitel des letzteren, b die Breite des Wehrs.

Dies vorausgesetzt ist:

$$Q = 0{\cdot}57\ b\ x\ \sqrt{2\ g\ x}$$

und daraus folgt:

$$x = \left(\frac{Q}{0{\cdot}57\ \sqrt{2\ g}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Die Werthe von x und Q kann man auch vermittelst der Tabelle III. bestimmen, mit welcher das Buch schliesst.

Ist x bestimmt, so hat man für die Höhe der Krone über dem ursprünglichen Wasserstand $a_1\, b_1$, $h - x$.

Die Höhe B E des Wasserstandes unmittelbar über dem Scheitel des Wehres ist annähernd

$$BE - \frac{4}{5} x$$

Die Höhe eines Grundwehres wird auf folgende Weise bestimmt. Es sei $AC = h$ die Stauung, welche durch das Wehr hervorgebracht werden soll. $CB = x$ die Tiefe der Wehrkrone unter dem ursprünglichen Wasserspiegel, b die Breite des Wehres, Q die Wassermenge in Kubikmetern, welche in 1 Sekunde über das Wehr abfliessen soll. Dies vorausgesetzt, ist nach bekannten Regeln

$$Q = 0{\cdot}57\; b\, h \sqrt{2\, g\, h} + 0{\cdot}62\; b\, x \sqrt{2\, g\, h}$$

und daraus folgt:

$$x = \frac{Q - 0{\cdot}57\; b\, h \sqrt{2\, g\, h}}{0{\cdot}62\; b \sqrt{2\, g\, h}}$$

oder auch

$$x = \frac{Q}{0{\cdot}62\; b \sqrt{2gh}} - 0{\cdot}92\; h$$

Die Stauweite, das heisst die Entfernung, auf welche sich die Stauung stromaufwärts erstreckt, kann durch einfachere Formeln nicht genau berechnet werden. Als Schätzung kann folgende Rechnung dienen:

Nennt man α den Neigungswinkel der Oberfläche des Wassers vor dem Einbau stromaufwärts von dem Querschnitte an, in welchen das Wehr erbaut werden soll und betrachtet die gestaute Wasserfläche als eine horizontale Ebene, so ist die Stauweite

$$h \operatorname{cotg} \alpha$$

Zu einer genaueren Bestimmung dieses Elementes muss man zu dem weitläufigen von *Belanger* und *Navier* aufgestellten Verfahren seine Zuflucht nehmen.

Berechnung eines Ueberfall-Schleussen-Wehres.

Nehmen wir an, die beiden Wehre sollen eines neben dem andern quer über dem Strom angelegt werden.

Nennen wir

q die Wassermenge, welche bei dem kleinsten Wasserstande über das Ueberfallwehr abfliessen soll;

Q die Wassermenge, welche bei Hochwasser über das Ueberfallwehr und durch die ganz geöffnete Schleusse abfliessen soll;

b die Summe der Breiten beider Wehre;

y die Breite der Schleusse;

H die Stauung bei dem kleinsten Wasserstande;

h den Unterschied zwischen dem höchsten und tiefsten Wasserstande, welcher oberhalb des Wehres eintreten darf;

h_1 den Unterschied zwischen dem höchsten und tiefsten Wasserstande unterhalb des Wehres;

x die Tiefe der Krone des Ueberfallwehres unter dem oberen Wasserspiegel beim kleinsten Wasserstande, wenn die Wassermenge q über das Ueberfallwehr abfliesst.

Vorausgesetzt, dass das Wehr einen vollkommenen Ueberfall bildet, und dass die Grundschwelle der Schleusse mit dem höchsten Wasserstand unterhalb des Wehres zusammenfällt, hat man die Gleichungen

$$q = 0{\cdot}57\ (b - y)\ x \sqrt{2\,g\,x}$$

$$Q = 0{\cdot}57\ (b - y)\ (x + h) \sqrt{2\,g\,(x + h)} +$$

$$+\ 0{\cdot}57\ y\ (H + h - h_1) \sqrt{2\,g\,(H + h - h_1)}$$

aus welchen die Werthe von x und y am leichtesten durch Versuche bestimmt werden, indem man für x einen Werth annimmt, dann aus der ersten Gleichung den Werth von y sucht, und dann nachsieht, ob diese Werthe von x und y auch der zweiten Gleichung genügen u. s. f.

Führung der Kanäle.

Um mit einem möglichst kurzen Kanale ein Gefälle von wünschenswerther Grösse zu erhalten, sucht man immer solche Strecken zu wählen, auf welchen im Flusse ein starkes relatives Gefälle vorhanden ist. Ist das umliegende Land eben, so eignen sich zur Anlage eines Kanales vorzugsweise Flusskrümmungen mit starkem relativem Gefälle. Der Kanal wird in diesem Falle, so weit es die Lokal- und Eigenthumsverhältnisse erlauben, auf der concaven Seite des Flusses in möglichst gerader Linie geführt.

Die wichtigsten Bestimmungen, welche bei der Anlage eines solchen Kanales vorkommen, sind 1) die Ein- und Ausmündungspunkte, 2) die Verbindungslinie zwischen diesen Punkten, 3) der Ort des Kanals, an welchem das Werk anzulegen ist.

Die Ein- und Ausmündungspunkte werden vorzugsweise durch das Gefälle bestimmt, welches hervorgebracht werden soll. Die Verbindungslinie dieser Punkte richtet sich, wie schon gesagt, nach den Lokal- und Eigenthumsverhältnissen.

Die Baustelle für das Fabrikgebäude richtet sich theils nach Eigenthums-, theils nach Terrainverhältnissen. In flacheren Gegenden ist es in der Regel am zweckmässigsten, wenn das Werk in der Nähe der Einmündung des Kanales angelegt wird, so dass also der Obergraben kurz und der Untergraben lang ausfällt. Die Gründe, welche für eine solche Anlage sprechen, sind folgende:

1) Ist der Obergraben kurz, so befindet sich die Einlassschleusse des Kanals in der Nähe der Fabrik. Das Aufziehen, Abstellen, Reinigen, und überhaupt die Beaufsichtigung und Bedienung der Schleusse kann also dann mit wenig Zeitverlust und sehr prompt geschehen.

2) Im Obergraben bildet sich im Winter gewöhnlich Grundeis, insbesondere dann, wenn die Wassertiefe in demselben nicht gross ist. Dieses Grundeis muss in der Regel weggeschafft werden, und je kürzer der Obergraben ist, desto geringer ist die aus dem Kanal zu entfernende Quantität Eis.

3) Im Untergraben bildet sich, wegen den wärmeren Horizontalwassern, welche in denselben eindringen, nicht leicht Grundeis, und wenn es sich auch bildet, kann es nicht leicht Störungen im Gang der Maschine verursachen, braucht daher nicht entfernt zu werden.

4) Die Veränderungen des Wasserstandes im Flusse verursachen, wenn der Untergraben lang ist, nur eine geringe, wenn derselbe aber kurz ist, eine bedeutende Stauung des Wassers am Anfange des Untergrabens, wodurch das nutzbare Gefälle vermindert wird.

5) Die wasserdichte Herstellung der Kanaldämme des Obergrabens ist gewöhnlich mit vielen Schwierigkeiten verbunden, und im Winter werden diese Dämme, wenn sie nicht hinreichend hoch und breit sind, durch Einfrieren zerrissen. Die Böschungen des Untergrabens dagegen brauchen nicht wasserdicht zu sein, und das wärmere Horizontalwasser, welches sie durchdringt, schützt sie auch gegen das Einfrieren.

6) In der Regel fällt das Terrain nach der Richtung des Kanalzuges, und dann kostet die Anlage mit einem kurzen Ober- und langen Untergraben weniger, als wenn das umgekehrte Verhältniss in der Länge dieser Gräben gewählt wird.

In Gebirgsgegenden ist es dagegen in der Regel am zweckmässigsten, den Kanal an den Bergabhängen bis an das Fabrikgebäude fortzuführen, und das Wasser von der Kraftmaschine weg in einem kurzen Abflusskanal mit starkem relativem Gefälle wiederum in den Fluss zu leiten.

Geschwindigkeit des Wassers im Kanale.

Die Geschwindigkeiten der Wassertheilchen in den verschiedenen Punkten eines und desselben Querschnittes sind nicht gleich gross. Bei einem geraden Kanal mit regelmässigem Querschnitt ist die Geschwindigkeit in der Mitte der Oberfläche des Wassers am grössten, von da an nimmt sie sowohl nach der Tiefe als auch den Ufern zu ab.

Ein genaues Gesetz zur Bestimmung der Geschwindigkeit in einen beliebigen Punkt des Querschnitts ist nicht bekannt. Aus den Versuchen von *Dubuat* hat *Prony* folgende Beziehungen aufgefunden:

Nennt man

U die grösste Geschwindigkeit in der Mitte der Oberfläche des Wassers,

w die Geschwindigkeit an dem Grundbett,

u die mittlere Geschwindigkeit des Wassers im Querschnitt, so ist:

$$u = \frac{U(U + 2{\cdot}37)}{U + 3{\cdot}15}$$

$$w = 2u - U$$

Für die Geschwindigkeiten von $0{\cdot}3^m$ bis 1^m, welche gewöhnlich bei Kanälen vorkommen, findet man aus der ersten dieser Formeln:

$$u = 0{\cdot}8\ U$$

und dann wird

$$w = 0{\cdot}6\ U = 0{\cdot}75\ u$$

$$u = \frac{4}{3}\ w = 0{\cdot}8\ U$$

Am Grundbette des Kanals darf die Geschwindigkeit des Wassers eine gewisse Grenze nicht überschreiten, weil sonst das Bett angegriffen und aufgewühlt wird. Diese Grenze richtet sich nach der Beschaffenheit des Materials, aus welchem der Kanal besteht. Sie ist nach *Telfort* für

Aufgelöste Erde	$0{\cdot}076^m$
Fetten Thon	$0{\cdot}152^m$
Sand	$0{\cdot}305^m$
Kies	$0{\cdot}609^m$
Abgerundete Kieselsteine	$0{\cdot}914^m$
Eckige Kieselsteine	$1{\cdot}22^m$
Conglomerate	$1{\cdot}52^m$
Geschichtete Felsen	$1{\cdot}83^m$
Ungeschichtete Felsen	$3{\cdot}05^m$

Für Kanäle, welche aus einem der ersteren dieser Materialien hergestellt werden sollen, muss man wohl die grössten Geschwindigkeiten in Rechnung bringen, welche diesen Materialien entsprechen, denn die grössten Geschwindigkeiten sind schon so klein, dass mit denselben die Querschnittsdimensionen des Profiles bereits sehr gross ausfallen. Die Geschwindigkeiten am Grundbett können dagegen kleiner als die oben angegebenen Werthe angenommen werden, wenn es sich um lange Kanäle handelt, die aus einem der haltbareren Materialien ausgeführt werden sollen, denn die Gefällverluste würden bei langen Kanälen zu gross ausfallen, wenn man, in der Absicht, ein möglichst kleines Querprofil zu erhalten, die grössten Geschwindigkeiten in Rechnung bringen würde. In den gewöhnlicheren Fällen darf man die Geschwindigkeit am Grundbett annehmen:

	Werthe von w.	entsprechende Werthe von u.
Für aufgefüllte oder gegrabene Kanäle . .	$0{\cdot}3^m$ bis $0{\cdot}6^m$	$0{\cdot}4^m$ bis $0{\cdot}8^m$
Für hölzerne oder gemauerte Kanäle . . .	$0{\cdot}6^m$ bis 1^m	$0{\cdot}8^m$ bis $1{\cdot}3^m$

Querprofil des Kanals.

Aus der mittleren Geschwindigkeit u, welche das Wasser im Kanale annehmen soll, und aus der Wassermenge Q, welche in 1 Secunde fortgeleitet werden soll, ergibt sich der Querschnitt Ω des Wasserkörpers im Kanale. Es ist nämlich

$$\Omega = \frac{Q}{u}$$

Die Gestalt des Querschnittes richtet sich theils nach dem Material, theils nach der Wassermenge. Hölzerne und gemauerte Kanäle erhalten rechtwinklige, aufgefüllte Kanäle symmetrisch dossirte trapezförmige Profile. Die Dossirung kann, wenn sie mit Steinen gepflastert wird, 60° betragen, ist sie aber aus gestampfter Erde, so darf sie höchstens 45° betragen.

Das relative Gefälle, welches das Wasser im Kanal haben muss, wenn es mit einer gewissen Geschwindigkeit fortfliessen soll, und folglich auch der Gefällsverlust, welchen der Kanal verursacht, hängt einerseits von der Geschwindigkeit u, andererseits von dem Verhältniss ab zwischen dem Inhalt des Querschnitts des Wasserkörpers und dem Theile seines Umfanges, welcher mit dem Kanale in Berührung steht, welchen Theil man den „benetzten Umfang" zu nennen pflegt.

Je kleiner dieses Verhältniss ist, desto geringer ist der Gefällverlust. In dieser Hinsicht wären das halbe Quadrat und das halbe reguläre Sechseck die zweckmässigsten Profilformen; allein sie können wenigstens bei grösseren Wassermengen nicht angewendet werden, weil es in diesem Falle sehr schwierig ist, die Kanäle wasserdicht herzustellen, indem ihre Tiefe zu gross ausfällt. Wegen dieses Umstandes ist es überhaupt nicht möglich, eine rationelle Regel für das Verhältniss der Breite und Tiefe des Wasserkörpers aufzustellen, man muss sich daher mit einer empirischen Regel begnügen.

Durch Vergleichung der Dimensionen von ausgeführten Kanälen habe ich gefunden, dass man nehmen darf, Fig. 67:

$$\frac{b}{t} = 2{\cdot}7 + 0{\cdot}9\,\Omega$$

wobei b die Breite des Grundbettes, t die Wassertiefe und Ω den Querschnitt des Wasserkörpers bedeutet. Bezeichnet man den Böschungswinkel mit α, so ist:

$$\Omega = b\,t + t^2 \operatorname{cotg} \alpha = t^2 \left(\frac{b}{t} + \operatorname{cotg} \alpha\right)$$

man erhält demnach:

$$t = \sqrt{\left(\frac{\Omega}{\frac{b}{t} + \operatorname{cotg} \alpha}\right)}$$

und wenn t berechnet ist, ergibt sich b aus:

$$b = \left(\frac{b}{t}\right) t$$

Um die Querschnittsdimensionen eines Kanales zu berechnen, für welchen Q, u, α gegeben ist, bestimme man zuerst den Werth von Ω, dann den Werth von $\frac{b}{t}$, hierauf findet man den Werth von t und endlich b.

Das Längenprofil des Kanales.

Um eine gleichförmige Bewegung des Wassers im Kanale hervorzubringen, welcher bei durchaus gleichen Profilen einer unveränderlichen Wassertiefe entspricht, muss das relative Gefälle des Kanalbettes so gross sein, dass dadurch der Reibungswiderstand des Wassers an dem benetzten Umfang überwunden wird.

Zur Bestimmung dieses Gefälles hat man nach den Untersuchungen und Erfahrungen von *Prony* folgende Formel:

$$\frac{G}{L} = \frac{S}{\Omega} (0{\cdot}0000444 \, u + 0{\cdot}000309 \, u^2)$$

in welcher bedeutet:

G das totale Gefälle des Kanals,

L die Länge des Kanals,

Ω den Querschnitt des Wasserkörpers,

$S = b + \frac{2t}{\sin\alpha}$ den benetzten Umfang,

u die mittlere Geschwindigkeit, welche das Wasser im Kanale annehmen soll.

Wenn es sich darum handelt, durch den Kanal möglichst wenig an Gefälle zu verlieren, muss man demselben der ganzen Ausdehnung nach das relative Gefälle $\frac{G}{L}$ geben, welches durch die letzte Gleichung bestimmt wird, und die Wasserspiegel an den Ein- und Ausmündungen müssen in diesem Falle mit jenen, welche in dem Flusse vorhanden sind, übereinstimmen.

Gestatten aber die Verhältnisse, dass durch den Kanal einiger Gefällsverlust entstehen darf, so ist es gut, wenn man den Wasserspiegel an der Einmündung etwas unter dem tiefsten Wasserstand des Flusses annimmt, und der ersten Strecke des Zufluss- so wie der letzten Strecke des Abflusskanales ein stärkeres relatives Gefälle gibt, als den übrigen Theilen des Kanales, weil dadurch der Zu- und Abfluss des Wassers erleichtert wird. Am Anfange des Kanals muss zur Regulirung des Wasserzuflusses eine Schleusse angebracht werden, und unmittelbar vor dem Wasserrade ist eine zweite Schleusse nothwendig, durch welche das Ueberwasser (d. h. die Differenz zwischen der zufliessenden Wassermenge und derjenigen, welche auf das Rad zu wirken hat) nach einem Leerkanal abfliessen kann. Diese Schleusse und der Leerkanal sind insbesondere auch nothwendig, wenn das Rad abgestellt wird. Denn die Schleusse am Anfang des Kanales wird immer erst abgestellt, nachdem dies mit dem Rade geschehen ist, es muss also das in der Zwischenzeit in den Kanal eintretende Wasser irgend wo abfliessen können. Gesetzt aber auch, dass die Schleusse am Anfang des Kanales gleichzeitig oder etwas früher als das Rad abgestellt würde, so wäre doch auch in diesem Falle ein Leergerinne mit Schleusse unmittelbar vor dem Rade nothwendig, weil das Wasser, nachdem die Einmündungsschleusse geschlossen worden ist, seine Bewegung im Kanale vermöge der Trägheit noch weiter fortsetzt, sich daher vor dem Rade sammeln und aufstauen würde, wenn daselbst keine Abflussöffnung angebracht würde.

Anwendung der Regeln über den Wehr- und Kanalbau.

In einer Krümmung eines Flusses sei (beim niedrigsten Wasserstand) zwischen zwei Punkten, deren Horizontaldistanz 952^m beträgt, ein natürliches Gefälle von $2{\cdot}6^m$ vorhanden. Man beabsichtigt daselbst eine grössere Fabrik anzulegen, welche zu ihrem Betriebe einen absoluten Effekt von 80 Pferdekräften bedarf. Die Terrainverhältnisse sind folgendermaassen beschaffen. Das concave Ufer sei steil und hoch, das convexe dagegen flach und das umliegende Terrain liege 1 bis 2^m über dem Spiegel des Flusses. Stromaufwärts sei diese Höhe grösser als stromabwärts. Das relative Gefälle des Terrains (welches nach diesen Angaben grösser ist, als jenes von dem Flusse) sei zwischen den Punkten, deren Horizontaldistanz oben angegeben wurde, nahe von unveränderlichem Werth. Es sei gestattet, den Kanal geradlinig zu führen, und das Fabrikgebäude nach einem beliebigen Punkt des Kanales zu verlegen. Die Wassermenge des Flusses sei beim niedrigsten Stande $2{\cdot}36^{km}$, beim höchsten Stande $6{\cdot}34^{km}$, die Differenz dieser Wasserstände sei $0{\cdot}43^m$.

Es sei gestattet, das Wasser 1^m über seinen höchsten Stand zu stauen. Die Differenz zwischen dem höchsten und tiefsten Wasserstand oberhalb des Wehres soll nur $0{\cdot}24^m$ betragen. Die Breite des Flussbettes sei, da wo das Wehr anzulegen ist, 10^m.

Unter diesen Verhältnissen ist klar, dass sowohl ein Wehr als auch ein Kanal angelegt werden muss. Die Wasserkraft, welche gewonnen werden soll, ist so bedeutend, dass sie mit dem vorhandenen natürlichen Gefälle nicht hervorgebracht werden kann, denn der Bau, wie er auch eingerichtet werden mag, verursacht doch immer einigen Gefällsverlust; mit dem natürlichen Gefälle von $2{\cdot}6^m$ würde man daher nur ein nutzbares Gefälle von ungefähr 2^m erhalten, und dann wäre eine Wassermenge von 3^{km} nothwendig, die der Fluss beim niedrigsten Wasserstand gar nicht darbietet. Da die Wassermenge beim tiefsten Stande $2{\cdot}36^{km}$ beträgt, so muss die Anlage so eingerichtet werden, dass man unter allen Umständen mit 2^{km} Wasser zum Betriebe der Fabrik ausreicht. Diese Wassermenge erfordert aber zu einem absoluten Effekt von 80 Pferdekräften ein Gefälle von $\frac{75 \times 80}{2 \times 1000} = 3^m$, das natürliche Gefälle muss also noch durch ein Wehr vergrössert werden. Mit einem Wehr allein kann aber der Zweck nicht erreicht werden, denn das concave Ufer müsste, da es nur 1 bis 2^m hoch ist, der ganzen Länge nach mit einem Damm versehen werden, um das umliegende Terrain zu schützen, und das Wehr müsste die bedeutende Höhe von ungefähr $3{\cdot}5^m$ erhalten. Ein Kanal, welcher das vorhandene natürliche Gefälle concentrirt, in Verbindung mit einem Wehr, um das natürliche Gefälle zu erhöhen, ist also ohne Zweifel der zweckmässigste Bau. Nachdem nun wenigstens im Allgemeinen entschieden ist, was gebaut werden soll, so muss nun weiter das Wie? erwogen werden, und zwar zuerst in Bezug auf den Kanal.

Damit das Wasserrad bei jedem Wasserstand mit 2 Kubikmeter Wasser den vorgeschriebenen Effekt hervorbringen kann, dürfen die Schaufeln des Rades nie mehr als bis zur Hälfte im Unterwasser eintauchen. Nun wird die radiale Dimension der Schaufeln nach der, Seite 138, angegebenen Regel $0{\cdot}55^m$; die Schaufeln dürfen also beim höchsten

Wasserstand nur $^1/_2$ $0\cdot55^m = 0\cdot28^m$ tief tauchen, und da der Wasserstand im Flusse um 0·43 variirt, so muss der tiefste Punkt des Rades $0\cdot43^m - 0\cdot28 = 0\cdot15^m$ über dem tiefsten Spiegel des Unterwassers angenommen werden.

Um sicher zu gehen, dass beim niedrigsten Wasserstand die vorgeschriebene Wassermenge ohne Schwierigkeit in den Kanal eintreten werde, ist es gut, wenn wir den Wasserspiegel in dem Kanale etwas, z. B. um $0\cdot2^m$ unter dem Spiegel am Flusse annehmen.

Da wir schon dafür gesorgt haben, dass die Tauchung des Rades nie zu gross werden kann, so ist kein Grund vorhanden, das relative Gefälle im Abflusskanal grösser anzunehmen, als im Zuflusskanal, wir können daher, um die Summe der Gefälle zu bestimmen, welche der Zufluss- und der Abflusskanal erhalten müssen, die totale Länge der ganzen Anlage nebst einer angemessenen mittleren Geschwindigkeit in Rechnung bringen.

Für $Q = 2$, $u = 0\cdot5$, $\alpha = 45^0$, $L = 9552$ wird

$$\Omega = \frac{Q}{u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad = 4^{\square m}$$

$$\frac{b}{t} = 2\cdot7 + 0\cdot9\,\Omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad = 6\cdot3$$

$$t = \sqrt{\left(\frac{\Omega}{\frac{b}{t} + \operatorname{cotg}\alpha}\right)} \quad \ldots\ldots \quad = 0\cdot74^m$$

$$b = \left(\frac{b}{t}\right) t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad = 4\cdot66^m$$

$$S = b + \frac{2\,t}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad = 6\cdot75^m$$

$$\frac{G}{L} = \frac{S}{\Omega}\,[0\cdot0000444\,u + 0\cdot000309\,u^2] = 0\cdot000168$$

$$G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad = 0\cdot16^m$$

Beim niedrigsten Wasserstand muss also der Spiegel oberhalb des Wehres um $0\cdot15^m + 3^m + 0\cdot16^m + 0\cdot2 = 3\cdot51^m$ höher liegen, als der Spiegel im Flusse an der Ausmündung des Kanales, und da das natürliche Gefälle $2\cdot6^m$ beträgt, so ist die Stauung, welche durch das Wehr beim Niederwasser hervorzubringen ist, $3\cdot51^m - 2\cdot60^m = 0\cdot91^m$.

Hinsichtlich des Kanales ist nun noch der Punkt zu bestimmen, nach welchem die Fabrik verlegt werden soll. Wenn nur allein die Kosten der Ausführung zu berücksichtigen sind, so muss man diesen Punkt so zu wählen suchen, dass die sämmtlichen Kosten der Erdarbeiten möglichst klein ausfallen. In sehr vielen Fällen ist dies dann der Fall, wenn Auf- und Abtrag gleich gross werden, d. h. wenn das Volumen der auszugrabenden Erde ebenso gross ist, als das Volumen der Ausfüllungen. In unserem Beispiel fällt Auf- und Abtrag gleich gross aus, wenn der Abzugskanal nur 43^m, demnach der Zuflusskanal 909^m lang gemacht wird.

Wenden wir uns nun zur Berechnung des Wehres. Da der Wasserstand oberhalb

des Wehres nur um $0{\cdot}24^{m}$ variiren darf, und die Wassermenge, welche über das Wehr abfliessen soll, beim Niederwasser $2{\cdot}36 - 2 = 0{\cdot}36^{km}$, beim Hochwasser $6{\cdot}34 - 2 = 4{\cdot}34^{km}$ und die Breite des Flussbettes 10^{m} beträgt, so ist vorauszusehen, dass ein Ueberfallswehr ohne Schleusse breiter als der Fluss werden muss, um den Anforderungen entsprechen zu können. Dieses Wehr müsste demnach in schiefer Richtung über den Fluss gelegt werden. Da die Entscheidung der Frage: was gebaut werden soll, jederzeit von grosser Wichtigkeit ist, so wird es nicht unzweckmässig sein, in dem vorliegenden Falle genauer zu untersuchen, ob mit einem schiefen Ueberfallswehr ohne Schleusse der Zweck erreicht werden kann.

Nennen wir y die Breite, welche das Ueberfallswehr erhalten müsste, um den gestellten Bedingungen entsprechen zu können, x die Höhe des Wasserstandes über dem Scheitel des Ueberfalles, wenn die Wassermenge $0{\cdot}36^{km}$ abfliesst, so ist $x + 0{\cdot}24$ die Höhe, welche der Wassermenge $4{\cdot}34$ entsprechen soll, und man hat:

$$0{\cdot}57\ y\ x \sqrt{2\ g\ x} = 0{\cdot}36$$

$$0{\cdot}57\ y\ (x + 0{\cdot}24) \sqrt{2\ g\ (x + 0{\cdot}24)} = 4{\cdot}34$$

hieraus folgt durch Division:

$$\frac{(x + 0{\cdot}24) \sqrt{x + 0{\cdot}24}}{x \sqrt{x}} = 12{\cdot}03$$

Der Werth von x, welcher dieser Gleichung entspricht, ist:

$$x = 0{\cdot}058^{m}$$

und nun ergibt sich:

$$y = \frac{0{\cdot}36}{0{\cdot}57 \times \sqrt{2\ g\ x}} = 10{\cdot}3$$

Das Wehr muss demnach $10{\cdot}3^{m}$ breit gemacht werden, was allerdings ausführbar ist. Die Höhe der Wehrkrone über dem tiefsten Wasserstand unter dem Wehr ist $0{\cdot}91 - 0{\cdot}058 = 0{\cdot}852^{m}$.

Beantwortung einer Frage über die vortheilhafteste Benutzung eines Wasserrechtes.

Es kommt in der Praxis oft vor, dass Jemand das Recht besitzt, aus einem Fluss a Fig. 68, 69 durch eine Schleusse $c\,d$ von gesetzlich bestimmter Breite, und deren Fachbaum e in einer bestimmten Tiefe unter dem Wasserspiegel des Flusses liegt, so viel Wasser zu nehmen, als er nur immer erhalten kann, ohne in den Fluss einen Einbau machen zu dürfen, und es ist dann die Frage, wie der Wasserbau anzuordnen ist, um mit diesem Wasserbenutzungsrecht einen möglich grossen Nutzeffekt zu erhalten.

Bei einer oberflächlichen Betrachtung der vorliegenden Frage könnte man vielleicht meinen, die vortheilhafteste Anlage sei diejenige, bei welcher möglichst viel Wasser durch die Schleusse in den Kanal b eintritt, durch welchen das Wasser dem Rade zufliesst. Allein wenn man bedenkt, dass eine grosse Wassermenge nur dann erhalten werden kann, wenn der Wasserspiegel im Kanal b bedeutend tiefer steht, als im Flusse, also nur mit Aufopferung von Gefäll, so kommt man zu der Ueberzeugung, dass jene Meinung irrig ist, und dass es eine gewisse Wassermenge geben müsse, bei welcher der möglicherweise gewinnbare Nutzeffekt ein Maximum wird. Diese vortheilhafteste Anordnung wollen wir nun bestimmen.

Es sei

b die Breite der Schleusse.

h die Tiefe des Fachbaumes unter dem Spiegel des Wassers im Flusse.

h_1 die Tiefe des Wasserstandes im Kanal b unter dem Wasserstand im Flusse.

H das totale Gefälle, d. h. die Höhe des Wasserstandes im Flusse über dem Spiegel des Wassers im Abflusskanal des Rades.

Q die Wassermenge in Kubikmetern, welche in 1 Secunde in den Kanal b eintritt und auf das Rad wirkt.

E der absolute Effekt der Wasserkraft, welcher der Wassermenge Q und dem Gefälle $H - h_1$ entspricht

$m = 0{\cdot}42$, $m_1 = 0{\cdot}62$ } zwei Coeffizienten zur Berechnung der Wassermenge Q.

Der vortheilhafteste Werth von h_1, um dessen Bestimmung es sich handelt, muss nothwendig gleich oder kleiner als h sein, denn die Wassermenge, welche in den Kanal eintreten kann, ist, wenn $h > h_1$ wäre, nicht grösser als wenn $h = h_1$ ist, dagegen ist, im ersteren Falle das nutzbare Gefälle grösser als im letzteren, wenn also $h_1 > h$ ist, so nimmt der Effekt fortwährend ab, je grösser h_1 wird, es muss also für das Maximum des Effektes $h_1 <$ oder $= h$ sein. Innerhalb dieser Grenzen bildet aber der Wassereintritt einen unvollkommenen Ueberfall, und für diesen ist:

$$Q = m\, b\, h_1 \sqrt{2\, g\, h_1} + m_1\, b\, (h - h_1) \sqrt{2\, g\, h_1}$$

oder:

$$Q = b\left[(m - m_1)\, h_1 + m_1\, h\right] \sqrt{2\, g\, h_1}$$

ferner ist:

$$E = 1000\, Q\, (H - h_1)$$

folglich, wenn man für Q den vorhergehenden Werth substituirt:

$$E = 1000\, b\left[(m - m_1)\, h_1 + m_1\, h\right] \sqrt{2\, g\, h_1}\, (H - h_1)$$

Für den vortheilhaftesten Werth von h_1 muss $\frac{d\,E}{d\,h_1} = 0$ sein; man erhält demnach zur Bestimmung dieses Werthes von h_1 die Gleichung:

$$0 = [(m - m_1) h_1 + m_1 h] [H - h_1] \frac{1}{2\sqrt{h_1}} +$$

$$+ (H - h_1) \sqrt{h_1} (m - m_1) - [(m - m_1) h_1 + m_1 h] \sqrt{h_1}$$

aus welcher folgt:

$$\frac{h_1}{h} = 0{\cdot}3 \left[\frac{H}{h} - \frac{m_1}{m - m_1}\right] \pm \sqrt{0{\cdot}09 \left[\frac{H}{h} - \frac{m_1}{m - m_1}\right]^2 + \frac{m_1}{5(m - m_1)} \frac{H}{h}}$$

Setzt man für m und m_1 die numerischen Werthe, so wird:

$$\frac{h_1}{h} = 0{\cdot}3 \left[\frac{H}{h} + 3{\cdot}1\right] \pm \sqrt{0{\cdot}09 \left[\frac{H}{h} + 3{\cdot}1\right]^2 - 0{\cdot}62 \left(\frac{H}{h}\right)}$$

Für den vortheilhaftesten Werth von $\frac{h_1}{h}$ ist das untere von den Zeichen vor dem Wurzelzeichen zu nehmen. Die Resultate, welche aus dieser Gleichung folgen, sind in folgender Tabelle enthalten.

Für $\frac{H}{h}$ =	0·5	1	1·5	2	2·5	3	4	5	6	7	8
wird $\frac{h_1}{h}$ =	0·14	0·28	0·39	0·48	0·55	0·61	0·70	0·76	0·80	0·83	0·86
und $\frac{h_1}{H}$ =	0·29	0·28	0·26	0·24	0·22	0·20	0.17	0·15	0·13	0·12	0·11

Die erste Horizontalreihe enthält verschiedene Verhältnisse zwischen dem totalen Gefälle und der Tiefe des Fachbaums unter dem Spiegel des Wassers im Flusse. Die zweite Horizontalreihe enthält die entsprechenden vortheilhaftesten Verhältnisse zwischen der Senkung des Wassers und jener Tiefe des Fachbaumes. Die dritte Horizontalreihe endlich enthält in Prozenten ausgedrückt die Effektverluste, welche wegen der Senkung des Wasserspiegels entstehen. Aus der zweiten Reihe sieht man, dass bei einer bestimmten Tiefe des Wassers an der Einlassschleusse die Senkung des Wasserspiegels mit der Grösse des Gefälles zunehmen soll. Daraus folgt, dass der Effekt, welcher gewonnen werden kann, in einem grösseren Verhältniss zunimmt, als das Gefälle, denn bei einem grossen Gefälle kann man nicht nur eine grössere Wassermenge durch die Schleusse eintreten lassen, sondern es wird auch der Effekt günstiger, indem, wie die dritte Horizontalreihe zeigt, die Effektverluste bei grossen Gefällen verhältnissmässig kleiner ausfallen als bei kleineren Gefällen.

SIEBENTER ABSCHNITT.

BERECHNUNG DER DIMENSIONEN, NUTZEFFEKTE UND DER CONSTRUKTIONSKOSTEN DER AUF DEN GROSSEN TAFELN DARGESTELLTEN RÄDER, NEBST BESCHREIBUNG DERSELBEN.

Bemerkungen.

Der Hauptzweck dieses Abschnittes ist, die Anwendung der in den vorhergehenden Abschnitten enthaltenen Lehren auf die Berechnung und Construction der verschiedenen Arten von Wasserrädern zu zeigen und den praktischen Bau derselben durch die auf den grossen Tafeln dargestellten, nach jenen Regeln entworfenen Räder so vollständig, als diess auf dem Papiere möglich ist, zu lehren.

Diese Berechnungen zeigen aber nicht nur die Anwendung der verschiedenen Regeln auf specielle Fälle, sondern sie sind zugleich Formulare für die Berechnung der Räder im Allgemeinen; denn die im Text zerstreut vorkommenden, zur Berechnung jedes einzelnen Rades dienenden Regeln und Formeln sind hier, mit Hinweisung auf ihren Ursprung, vollständig zusammengestellt.

Die auf den grossen Tafeln dargestellten Räder sind zwar zunächst nur spezielle Fälle, die jedoch zusammen ein vollständiges Material für den Bau der Räder überhaupt darbieten; denn jedes dieser Räder ist auf andere Weise gebaut, und die bei denselben vorkommenden Verbindungen sind sehr mannigfaltig; man wird daher, wenn es sich um den Neubau eines Rades handelt, entweder eines oder das andere von den hier dargestellten Rädern zum Muster nehmen können, oder durch eine zweckmässige Combination aus denselben einen den jedesmaligen Verhältnissen angemessenen Bau zu Stande bringen.

Will man z. B. ein oberschlächtiges Rad mit steifen gusseisernen Armen und gusseisernem Seitengetäfer bauen, so findet man alle hiezu geeigneten Verbindungen durch Combination der Räder E und F oder der Räder E und H.

Die Detailverbindungen sind bei den auf den grossen Tafeln dargestellten Rädern möglichst sorgfältig ausgewählt, und zweckloses Schnörkelwerk ist dabei überall ver-

mieden. Mancher dieser Verbindungen wird man vielleicht den Vorwurf machen, dass sie für die Praxis zu kleinlich raffinirt sind, allein bei Musterzeichnungen kann die Vollkommenheit der Verbindungen nicht leicht zu weit getrieben werden, und überdiess unterliegt es keiner Schwierigkeit, die Verbindungen unvollkommener zu machen, als sie in jenen Zeichnungen sind.

Von jedem der dargestellten Räder sind die Gewichte und die Kosten des Baues berechnet worden, weil diess für die Praxis von Wichtigkeit ist. Zur Kostenberechnung sind folgende Preise angenommen worden.

100 Killg. verarbeitetes Eisen durchschnitttlich . . .	à fl.	40 bis 50
1 Kub. M. Eichenholz	„ „	20
Bearbeitung von 1 □ Met. Oberfläche von Holz . .	„ „	1·5
1 Kub. M. Bruchsteinmauerwerk	„ „	3·7
1 Kub. M. Quadermauerwerk	„ „	37

Noch muss bemerkt werden, dass bei den zwei kleinen Kropfrädchen die Breite und Tiefe derselben nicht nach den allgemeinen Formeln berechnet wurden, weil es mir darum zu thun war, ein paar Beispiele zu zeigen über den Bau von kleineren Rädern mit einem Armsysteme; die allgemeine Formel hätte aber eine für diese Bauart zu grosse Radbreite geliefert.

A. Tafel I.

Hölzernes Kropfrad.

Dieses Rädchen ist von möglichst einfacher aber doch solider Bauart, wie es die Bedürfnisse der Gewerbeindustrie erfordern. Es ist für den Fall construirt worden, dass durch ein vorhandenes Wehr der obere Wasserspiegel im Zuflusskanale immer auf gleicher Höhe erhalten werden kann, dass dagegen der Wasserspiegel im unteren Abflusskanal um $0·5^m$ veränderlich ist. Bei dem kleinsten Wasserstand berührt der Spiegel des Unterwassers den Umfangskreis des Rades. Bei dem mittleren Wasserstand tauchen die Schaufeln zur Hälfte, beim höchsten Stand tauchen sie ganz ein. Das nutzbare Gefälle (welches durch den Vertikalabstand der Spiegel in den beiden Kanälen bestimmt wird), ist also beim tiefsten Wasserstand am grössten und beim höchsten Stand am kleinsten. Die Wassermenge, welche auf das Rad wirken muss, damit es einen gewissen Nutzeffekt hervorbringt, ist daher beim tiefsten Wasserstand am kleinsten, beim höchsten Stand am grössten. Die Breite des Rades ist so bestimmt worden, dass die Schaufelräume nur $^1/_3$ gefüllt sind, wenn die kleinste Wassermenge auf das Rad wirkt.

Die Hauptdaten zur Berechnung des Rades sind:

1) grösstes Gefälle beim tiefsten Wasserstand $H = 1·5^m$
2) Wassermenge, welche bei diesem Wasserstande in 1 Sekunde auf das Rad wirkt . $Q = 0·253^{Kbm}$

Angenommen wurde:

1) wegen der Veränderlichkeit des unteren Wasserstandes die Tiefe des Rades . $a = 0{\cdot}5^m$
2) die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = 2^m$
3) Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser den Umfang des Rades erreicht . $V = 4^m$
4) Füllung der Schaufelräume, wenn die Wassermenge Q dem Rade zufliesst . $\frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{1}{3}$
5) der Winkel, den der von dem Vereinigungspunkt des convexen und concaven Theils des Gerinnes nach dem Mittelpunkte des Rades gezogene Radius mit der vertikalen Richtung bildet $\gamma = 45^0$

Die Annahmen für die Geschwindikeiten sind zwar für den Nutzeffekt nicht sehr günstig, kleinere Geschwindigkeiten wären in dieser Hinsicht vortheilhafter, allein in der Regel kommt es bei derlei kleinen Rädern auf einige Prozente mehr oder weniger Nutzeffekt nicht an, indem meistens hinreichend Wasser vorhanden ist, dagegen aber wünscht man gewöhnlich einen schnellen Gang des Rades, um, wo möglich, kostspielige Transmissionsräder zu vermeiden. Mit Berücksichtigung dieser praktischen Verhältnisse wird man obige Annahmen wohl gelten lassen.

Nun findet man:

die Breite des Rades $b = 3\,\frac{Q}{a\,v} = 0{\cdot}76^m$

Gefälle, welches der Geschwindigkeit V entspricht . $\frac{V^2}{2\,g} = 0{\cdot}82^m$

Halbmesser des Rades $R = \frac{H - \frac{V^2}{2\,g}}{1 - \cos\gamma} = 2{\cdot}27^m$

Schaufeltheilung $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a = 0{\cdot}55^m$

Anzahl der Schaufeln $i = \frac{2\,R\,\pi}{e} = 26$

Anzahl der Radarme $\mathfrak{N} = 2\,(1 + R) = 6$

Wegen der 6 Arme sind 30 und 26 Schaufeln genommen worden; die Theilung ist in der Zeichnung $0{\cdot}5^m$.

Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute $n = 9{\cdot}548\,.\,\frac{v}{R} = 8{\cdot}41$

Mit diesen theils angenommenen, theils berechneten Grössen ist das Rad verzeichnet.

Die Radschaufeln sind schief gegen den Radius und zwar so gestellt, dass sie in senkrechter Lage zur Hälfte in das Unterwasser eintauchen, wenn dieses seinen mittleren Stand erreicht hat.

Die Schaufelarme sind so bestimmt, dass sie durch den Stoss des Wassers beim Eintritt desselben auf den zehnten Theil ihrer respektiven Festigkeit in Anspruch genommen sind. Dieser Stoss beträgt 42 Kilg. Auch die Radarme sind so berechnet worden, dass sie auf $\frac{1}{10}$ ihrer respectiven Festigkeit in Anspruch genommen sind, wenn man sich vorstellt, dass jeder einzelne Arm der ganzen am Umfange des Rades wirkenden Kraft Widerstand leisten soll.

Das Gewicht des Rades beträgt, wenn eine Welle von 5^m angenommen wird, 1735 Klg.

Der Druck, den der in der Nähe des Rades befindliche Zapfen auszuhalten hat,

kann hier gleich dem Gewichte des Rades gesetzt werden, weil der Schwerpunkt des Baues diesem Zapfen sehr nahe liegt und von dem anderen Zapfen der Welle sehr entfernt ist.

Der Durchmesser des Zapfens ist daher . . $0{\cdot}18\sqrt{1735} = 7{\cdot}5^{Km}$

Der Durchmesser der Welle ist hier nach dem Gefühle so gewählt worden, dass sie da, wo die Arme durchgesteckt sind, noch hinreichende Festigkeit verspricht.

Das Rad befindet sich, wie Fig. 2 zeigt, zwischen zwei Mauern, von denen die eine dem Gebäude angehört, in welchem die zu treibenden Maschinen aufgestellt sind, die andere dagegen bestimmt ist, das Zapfenlager für das Rad und die Querschwellen zu tragen, auf welchen der Bau des Gerinnes ruht.

Das Gerinne ist auf folgende Art gebaut: Es ruht auf den drei Querbalken a a a, die mit ihren Enden an die Seitenmauern eingemauert sind. In diese Querbalken sind auf jeder Seite des Rades drei Hölzer a_1 a_1 a_1 eingezapft und ebenfalls in die Seitenmauern ganz eingemauert. Der Boden des Radgerinnes liegt auf den zu beiden Seiten des Rades angebrachten Hölzern b b, die mit ihren Enden in die Querhölzer a a a eingelegt und oben nach der Form des Gerinnes krummlinig zugeschnitten sind. Die mit b_1 bezeichneten Theile, welche den Anfang der Mauerverkleidung bilden, sind mit b aus einem Stück geschnitten. Diese Mauerverkleidung besteht aus mehreren an den Seitenmauern anliegenden und an die Hölzer a_1 a_1 a_1 angenagelten Brettern c c c. Auf ähnliche Weise, wie das Radgerinne, sind auch die Zu- und Abflussgerinne hergestellt. Der Schützen d, welcher eine schiefe Stellung und auf der dem Zuflusskanale zugekehrten Seite eine für die Zuleitung des Wassers zweckmässige Abrundung hat, besteht aus zwei durch eine Feder verbundenen Brettern. Er ist mit einer hölzernen Leitstange d_1, die oben durch einen Querbalken geht und mit zwei Leithebeln e versehen, die sich um die an der Gerinneswand befestigten Zapfen e_1 drehen. Zum Aufziehen und Niederlassen des Schützens dient ein Kettchen, welches bei e_2 in den Schützen eingehängt und oben über das Röllchen e_3 in das Gebäude geleitet wird.

Das Rad hat wegen seiner geringen Breite nur einen Kegelkranz und einen Armstern. Der Kegelkranz besteht aus zwei Schichten von Segmentstücken, von denen eines in Fig. 3 und 4 dargestellt ist. Die Regel f_1, Fig. 6, sind mit ihren schwalbenschwanzförmigen Enden zwischen die Kranzschichten eingelegt und werden durch Holzkeile f_2 festgehalten. Die Schaufelbretter sind mit Schrauben und Bändern an die Kegel befestigt und drücken zugleich die Bodenbretter h h gegen den Kegelkranz. Zur Verbindung der Arme mit dem Kegelkranze sind die ersteren an ihren äusseren Enden gabelförmig ausgeschnitten, i Fig. 2. Die Breite dieser Ausschnitte ist aber etwas kleiner als die Dicke des Kegelkranzes und dieser letztere ist, um in die Gabel hineinzupassen, auf drei Seiten seiner Oberfläche etwas eingeschnitten. Eine Schraube i_1 klemmt die zu verbindenden Theile zusammen, ohne von der Kraft in Anspruch genommen zu werden, welche aus der Wirkung des Wassers auf das Rad entsteht.

Fig. 5 zeigt die Verbindung der Arme unter einander und mit der Welle. Diese Verarmung ist natürlich nur bei kleinen Rädern anwendbar, weil die Welle, damit die Arme durchgesteckt werden können, nach drei Richtungen durchlocht werden muss,

wodurch sie an Festigkeit bedeutend verliert. Die Art, wie die Arme verschnitten werden müssen, wird man bei aufmerksamer Vergleichung der Figuren 5 erkennen. Um die Arme in die Welle einlegen zu können, müssen die drei Durchlochungen nach der Richtung der Axe der Welle ungleiche Dimensionen haben. Diese Dimension ist für einen der drei Arme gleich der mit der Axe des Rades parallelen Dimension des Armes; die zweite ist $(1 + \frac{1}{3})$, die letzte $(1 + \frac{2}{3})$ von dieser Dimension des Armes.

Die Welle des Rades ist mit einem Spitzzapfen versehen, der in das Ende der Welle in ein vorgebohrtes konisches Loch eingetrieben wird. Der in die Welle eindringende Theil ist an seiner Oberfläche mit Widerhaken versehen, die das Zurückweichen verhindern. Um die Welle sind 5 Reife l l angelegt und überdies ist noch eine gusseiserne Kappe l_1 angebracht, welche das Wellenende gegen das Ausspringen schützt.

Zur Berechnung des Nutzeffektes, welchen das Rad beim tiefsten Stand des Unterwassers zu entwickeln vermag, hat man folgende Daten.

$H = 1{\cdot}5^m$	$Q = 0{\cdot}253$	$v = 2$,	$V = 4$
$a = 0{\cdot}5^m$	$b = 0{\cdot}76^m$	$c = 0{\cdot}045^m$	$e = 0{\cdot}48^m$
$\delta = 0^0$	$\gamma = 45^0$	$\beta = 62^0$	$\varepsilon = 0{\cdot}015$
$i = 30$	$h = 0{\cdot}27$	$s = 0{\cdot}18$	$f = 0{\cdot}08$
$R = 2{\cdot}27$	$S = 2^m$		

und man findet:

Effektverlust, welcher beim Eintritt des Wassers entsteht:

$$1000 \frac{Q}{2g} \left\{ V^2 + v^2 - 2 V v \cos \delta + 2 g \left[\frac{1}{2} e \sin \gamma + c \sin (\gamma - \beta) - s \right] \right\} = 0{\cdot}161 \; E_a$$

Effektverlust, welcher bei dem Austritt des Wassers entsteht:

$$1000 \, Q \left(\frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2} h \right) \ldots\ldots = 0{\cdot}226 \; E_a$$

Effektverlust, welcher durch das Entweichen des Wassers entsteht:

$$1000 \, \varepsilon \, b \sqrt{2 g e} \left[H - \frac{V^2}{2g} \right] \left[0{\cdot}43 + 0{\cdot}26 \frac{Q}{a b v} \right] \ldots\ldots = 0.031 \; E_a$$

Effektverlust wegen des Luftwiderstandes:

$$0{\cdot}118 \, i \, a \, b \, v^3 \ldots\ldots = 0.030 \; E_a$$

Effektverlust wegen der Reibung des Wassers am Gerinne:

$$0{\cdot}366 \, b \, S \, v^3 \ldots\ldots = 0{\cdot}012 \; E_a$$

Effektverlust wegen der Zapfenreibung:

$$1735 \times f \times v \frac{d}{2R} \ldots\ldots = 0{\cdot}013 \; E_a$$

Summe der Effektverluste $0{\cdot}473 \; E_a$

Nutzeffekt des Rades . $\left\{ \begin{array}{l} 0{\cdot}527\ E_a = 200\ \text{Klg.} \\ \text{Pferdekraft } 2{\cdot}64. \end{array} \right.$

Das Rad verspricht also nur 52·7 Prozent Nutzeffekt, ein Resultat, welches wegen der grossen Geschwindigkeit des Rades, und weil es nicht in Unterwasser eintaucht, so ungünstig ausfallen musste; dessen ungeachtet empfiehlt es sich wegen seines einfachen Baues und schnellen Ganges, wenn hinreichend Wasser vorhanden ist.

B. Tafel II.

Kleines eisernes Kropfrad.

Dieses Rädchen ist wie das vorhergehende für ein Gefälle von $1{\cdot}5^m$ und für eine Wassermenge von $0{\cdot}523^{Kbm}$ construirt. Auch ist hinsichtlich der Wasserstände angenommen worden, dass der obere derselben durch einen vorhandenen Wehrbau immer nahe auf gleicher Höhe erhalten werden kann, dass dagegen der Wasserstand im Abflusskanal um $0{\cdot}5^m$ veränderlich sei. Wegen der Veränderlichkeit des Wasserstandes ist auch hier die Tiefe a des Rades nicht nach der allgemeinen, Seite 138, aufgestellten Regel bestimmt, sondern gleich $0{\cdot}5^m$ angenommen worden, so dass die Schaufeln beim tiefsten Wasserstande das Unterwasser nur berühren, beim höchsten Stand dagegen ganz eintauchen. Endlich ist auch hier wiederum eine grosse Umfangsgeschwindigkeit von 2^m angenommen worden.

Die Hauptdaten zur Berechnung des Rades sind:

1) Grösstes Gefälle beim tiefsten Wasserstand $H = 1{\cdot}5^m$

2) Wassermenge, welche bei diesem Wasserstand auf das Rad wirken soll $Q = 0{\cdot}253^{Kbm}$.

Angenommen wurde:

1) wegen der Veränderlichkeit des unteren Wasserstandes . $a = 0{\cdot}5^m$

2) die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = 2^m$

3) Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser den Umfang des Rades erreichen soll $V = 4^m$

4) Füllung des Rades, wenn demselben die Wassermenge Q zufliesst . $\frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{1}{3}$

5) der Winkel, welchen der nach dem Vereinigungspunkte des concaven und convexen Theils des Gerinnes gehende Radius mit der vertikalen Richtung bildet $\gamma = 50^\circ$

Nun findet man:

Die Breite des Rades $b = \frac{3\,Q}{a\,v} = 0{\cdot}76^m$

Halbmesser des Rades $R = \frac{H - \frac{V^2}{2\,g}}{1 - \cos\gamma} = 1{\cdot}91^m$

Schaufeltheilung . $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\ a = 0{\cdot}55^m$

Anzahl der Schaufeln $i = \frac{2\ R\ \pi}{e} = 22$

Anzahl der Radarme $\mathfrak{N} = 2\ (1 + R) = 6$

In der Zeichnung sind wegen der 6 Radarme 24 Schaufeln genommen worden, die wirkliche Theilung ist desshalb 0·5.

Anzahl der Umdrehungen des Rades in einer Minute . . $n = 9{\cdot}548\ \frac{v}{R} = 10$

Mit diesen Abmessungen ist das Rädchen verzeichnet.

Die Querschnittsdimensionen der Radarme und der Welle sind nach den gewöhnlichen Regeln bestimmt. Der eine Theil der Axe ist zum Tragen des halben Gewichtes des Rades, der andere Theil dagegen zur Fortpflanzung der Kraft durch Torsion berechnet.

Das ganze Gewicht des Rades ist 1655 Klg.

Der zum Tragen bestimmte Zapfen hat daher einen Druck auszuhalten 828 Klg.

Der Durchmesser desselben ist demnach $0{\cdot}18\ \sqrt{828} = 5{\cdot}4^{cm}$

Der Durchmesser des auf Torsion in Anspruch genommenen Theiles der Welle ist $16\ \sqrt[3]{\frac{3}{10}} = 10{\cdot}7^{cm}$

Der Bau des Gerinnes bedarf keiner Erklärung, denn er ist genau so, wie bei dem Rade A, welches in vorhergehendem behandelt wurde. Der Körper des Rades besteht aus zwei halbkreisförmigen Gussstücken, die längs ihrem Durchmesser zusammengeschraubt und ferner noch durch zwei schmiedeiserne um die Radhülsen gelegte Ringe zusammengehalten werden. Die Verbindungsflächen sind mit hervorragenden brillenförmigen und gehobelten Ansätzen versehen. Der Ring, an welchem die Schaufelarme angegossen sind, so wie auch diese Arme selbst, haben T förmige Querschnitte. Da wo die Schrauben zur Befestigung der Schaufeln und Bodenbretter durchgehen, sind die Nerven lappenförmig ausgedehnt. Jede Schaufel ist mit 6 und jedes Bodenbrett mit 2 Schrauben befestigt.

Gewicht und Kostenberechnung.

a. Hölzernes Rad.

Kubikinhalt der Holzconstruktion des Rades = $1{\cdot}49^{Kbm}$

Kubikinhalt der Holzconstruktion des Gerinnes = $0{\cdot}60^{Kbm}$

Zu bearbeitende Oberfläche am Rade = $44{\cdot}7^{qm}$

Zu bearbeitende Oberfläche am Gerinne = 18^{qm}

Gewicht an Eisen:

Schrauben zur Verbindung der Schaufeln mit den Kegeln	= 90 Kilg.
Schienen zu demselben Zweck	= 30 „
Schrauben zur Verbindung der Arme mit den Kränzen	= 30 „
Schienen an den Stossfugen	= 24 „
Wellringe .	= 71 „
	245 Kilg.

2 Zapfenlager		20 Kilg.
Gewicht des Rades		1735 „
Gewicht per 1 Pferdekraft Nutzeffekt		$\frac{1735}{2\cdot64} = 667$ „
Kosten des Rades	ohne Gerinne	fl. 218
	mit Gerinne	„ 258
Kosten per 1 Pferdekraft Nutzeffekt	ohne Gerinne	„ 82
	mit Gerinne	„ 90

b. Des eisernen Rades.

Zapfenlager und Aufzug		40 Kilg.
Gusseisen		996 „
Schmiedeeisen		163 „
Schaufeln und Radboden	Volumen	$0\cdot49^{Kbm}$
	Gewicht	490 Kilg.
	Oberfläche	14^{qm}
Gerinnebau	Volumen	$0\cdot6^{Kbm}$
	Oberfläche	18^{qm}
Gewicht des Rades ohne Gerinne		= 1655 Kilg.
Gewicht per 1 Pferdekraft Nutzeffekt		= 626 „
Kosten des Rades	ohne Gerinne	= fl. 614
	mit Gerinne	= „ 654
Kosten p. 1 Pferdekraft Nutzeffekt	ohne Gerinne	= „ 232
	mit Gerinne	= „ 248

C. Tafel III.

Zwei kleine oberschlächtige Räder.

Beschreibung des eisernen Rades Fig. 1 und 2.

Die Bauart dieses Rädchens ist sehr einfach. Es besteht aus zwei mit Armen $a\,a_1$ versehenen und mit einer Welle b verbundenen Radkronen $c\,c_1$, an welche die aus Eisenblech gefertigten Zellenwände mit Schrauben befestiget sind. An dem äusseren Umfang der Krone c_1 ist ein Zahnkranz d angegossen, welcher die dem Rade mitgetheilte Wirkung dem Getriebe e übergibt. Zur Befestigung der Zellenbleche mit den Radkronen sind an diese, nach der Form der Zellen gekrümmte Nerven f angegossen, gegen welche die Zellenbleche mit mehreren Schrauben befestiget werden. Das Gerinne wird in der Nähe von dem Scheitel des Rades durch eine Stütze g von Eisen getragen. Der Schützen h

gleitet zwischen zwei an die Seitenwände des Zuleitungskanales angeschraubte Leisten, und ist mit zwei Zahnstangen i versehen, in welche die mit der Axe k verbundenen Getriebe l l eingreifen. Das Ende von dem Boden des Zuleitungskanales wird durch eine Fläche aus Eisenblech gebildet, die das Wasser bis in die Nähe des Scheitels des Rades leitet.

Berechnung der wesentlichen Dimensionen des Rades.

Das Rad ist für folgende Annahmen berechnet.

Gefälle . $H = 3^m$

Wasserzufluss in 1 Sekunde $Q = 0{\cdot}225^{Kbm}$

Umfangsgeschwindigkeit $v = 1{\cdot}3^m$

Füllung . $\frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{1}{3}$

Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser am Scheitel eintritt . . . $V = 2\,6^m$

und man findet nun:

Halbmesser des Rades $R = \frac{1}{2}\left\{H - \frac{V^2}{2g}\right\} = 1{\cdot}33^m$

Absoluter Effekt der Wasserkraft $N^a = 9$

Nutzeffekt des Rades ungefähr $N_n = 7$

Verhältniss zwischen der Breite und Tiefe des Rades . . . $\frac{b}{a} = 2{\cdot}25\sqrt[3]{N_a} = 4{\cdot}68^m$

Breite des Rades $b = \sqrt{\frac{3Q}{v}\,\frac{b}{a}} = 1{\cdot}56^m$

Tiefe des Rades . $a = \frac{b}{4{\cdot}68} = 0{\cdot}33^m$

Schaufeltheilung $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a = 0{\cdot}43^m$

Anzahl der Schaufeln $i = \frac{2R\pi}{e} = 20$

Anzahl der Radarme eines Armsystems $N = 2(1 + R) = 4{\cdot}66$

Zur Verzeichnung wurden 6 Arme und 24 Schaufeln genommen.

Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute $n = 9{\cdot}548\,\frac{v}{R} = 9{\cdot}33$

Druck am Umfang des Rades $= \frac{75\,N_a}{v} = 520$

(Es ist hier N_a statt N_n in Rechnung gebracht worden, damit die Zähne nicht gar zu fein ausfallen).

Dimension der Zähne des Zahnkranzes.

- Dicke $= 0{\cdot}086\sqrt{520}$. . . $= 1{\cdot}97^{cm}$
- Breite $= 11{\cdot}82^{cm}$
- Länge $= 2{\cdot}95^{cm}$
- Anzahl $= 204$

Durchmesser der Welle $d = 16\sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2}N^n}{n}} = 11{\cdot}5^{cm}$

Höhe eines Radarmes $0{\cdot}941\,d = 10{\cdot}8^{cm}$

Dicke desselben ($\frac{1}{5}$ von der Höhe) $= 2{\cdot}16^{cm}$

Nach der später folgenden Gewichtsbestimmung des Rades ist der Druck, welchen ein Zapfen der Welle auszuhalten hat = 1877

Demnach ist der

Durchmesser eines Zapfens der Welle $= 0{\cdot}18\ \sqrt{1877} = 7{\cdot}9^{cm}$

Die empirische Regel gibt $= 3\ \sqrt{N_n}\ .\ = 8^{cm}$

Mit diesen Dimensionen ist das Rad verzeichnet.

Berechnung des Nutzeffektes.

Zur Berechnung des Nutzeffektes hat man folgende Daten:

$H = 2{\cdot}5^m$	$Q = 1{\cdot}5$	$v = 1{\cdot}3$	$V = 2{\cdot}6$
$a = 0{\cdot}33^m$	$b = 1{\cdot}56^m$	$e = 0{\cdot}35^m$	$\delta = 7^0$
$\gamma = 180$	$\iota = 24$	$h = 0$	$R = 1{\cdot}33^m$

In den Formeln, welche zur Berechnung der bei oberschlächtigen Rädern vorkommenden Effektverluste aufgestellt wurden, gelten die Ausdrücke:

$$c \cos (\gamma - \beta) - s$$

und

$$1000\ Q\ 2\ R \left[0{\cdot}25 - 0{\cdot}035 \frac{a\ b\ v}{Q} \right]$$

nur für Zellen mit ebenen Wänden, und können bei krummflächigen Zellen gar nicht gebraucht werden.

Der erste dieser Ausdrücke bedeutet die Tiefe, in welcher sich unmittelbar nach der Füllung der Schwerpunkt der Wassermasse unter der äusseren Kante der Zelle befindet, und diese Tiefe ist nach der Zeichnung $0{\cdot}38^m$. Der zweite jener Ausdrücke ist der in Klgm. ausgedrückte Effektverlust, welcher durch die allmählige Entleerung entsteht, und man findet nach dem Seite 61 angegebenen Verfahren, dass dieser Effektverlust in dem vorliegenden Falle 52 Klgm. beträgt. Dies berücksichtigend, so erhalten wir nun:

absoluter Effekt der Wasserkraft $E_a = 675^{km}$

Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht

$$1000 \frac{Q}{2\ g} \left(V^2 + v^2 - 2\ V\ v \cos \delta + 2\ g \times 0{\cdot}38 \right) \ldots\ = 0{\cdot}183\ E_a$$

Effektverlust, welcher durch das allmählige Entleeren entsteht $= 52 \times \frac{E_a}{675} = 0{\cdot}077\ E_a$

Effektverlust bei dem Austritt wegen v und h:

$$1000\ Q \left(\frac{v^2}{2\ g} + \tfrac{1}{2} h \right) \ldots\ = 0{\cdot}028\ E_a$$

Effektverlust wegen der Zapfenreibung:

$$7{\cdot}63\ \frac{v}{R}\ f\ N_n \sqrt{N_n} \ldots\ = 0{\cdot}008\ E_a$$

Summe der Effektverluste $0{\cdot}296\ E_a$

Nutzeffekt des Rades , ...	$E_n = 0{\cdot}704\ E_a$ $E_n = 475^{km}$ $N_n = 6{\cdot}3$

Der Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht, ist ziemlich gross. Wenn die Radbreite grösser, und die Tiefe so wie die Umfangsgeschwindigkeit kleiner angenommen worden wäre, würde allerdings dieser Effektverlust kleiner geworden sein, allein das Rad wäre dann bedeutend kostspieliger geworden, und mehr als ungefähr 5 Prozent hätte man dadurch doch nicht gewinnen können.

Gewichtsbestimmung und Kostenberechnung des Rades.

Gusseisen.

	Gewicht in Kilogramm.
Die zwei radförmigen Seitentheile des Rades	1863
Die Welle .	177
Drei Zpfenlager sammt Lagerplatten	60
Die Stütze, welche den Einlauf trägt	176
Die Leitungen des Schützens, die Fassungen desselben, und die Zahnstangen	39
Zwei Getriebe zum Schützenzug	11
	2326

Schmiedeeisen.

24 Schaufeln aus Blech .	1105
Die Axe des Schützenzuges .	18
12 × 24 = 288 Schrauben zur Befestigung der Schaufeln mit den Radkronen	30
	1153

Gesammtgewicht des Rades ohne Lager und ohne die Theile, welche zum Einlauf gehören .	3175
Gewicht des Rades per Pferdekraft Nutzeffekt	504
Gewicht der Eisenkonstruktion des ganzen Baues	3479
100 Killogram verarbeitetes Eisen zu	50 fl.
gerechnet, sind	
die Kosten der Eisenconstruktion des ganzen Baues	1739 fl.
und	
die Kosten der Eisenconstruktion des ganzen Baues per 1 Pferdekraft Nutzeffekt	276 fl.

C. Tafel III.

Beschreibung des hölzernen Rades.

Fig. 4 bis 7.

Die Wasserkraft, für welche dieses Rädchen construirt ist, stimmt mit jener des vorhergehenden Rädchens überein, es ist aber für eine grosse Umfangsgeschwindigkeit berechnet, und bis auf kleinere Verbindungstheile ganz aus Holz gebaut.

Fig. 4 ist ein Vertikaldurchschnitt, Fig. 5 ein Horizontaldurchschnitt des Rades, Fig. 6, 7 sind zwei Ansichten eines Radarmes.

Der Zuleitungskanal a wird von der Mauer b der Radstube und von dem Querbalken c getragen, welcher durch zwei Säulen unterstützt ist. Auf dem Querbalken c sind zwei Hölzer d aufgestellt, welche durch zwei Balken f und f_1 verbunden sind. Die Seitenwände des Zuflusskanals und die Querwand e desselben sind in die Balken d f f_1 eingelegt und angenagelt. Die unteren Bretter der Seitenwände und der Boden des Zuflusskanals sind bis an den Scheitel des Rades hin verlängert. Das mit einer Zahnstange g versehene Schützenbrett i hat eine vertikale Stellung, ist aber nach der Seite des Zuflusskanales hin abgerundet, so dass dadurch eine trichterförmige Ausflussöffnung gebildet wird.

Die Seitentheile des Rades bestehen aus zwei Felgenschichten; in die inneren derselben sind die Zellenbretter und ist der Radboden eingesetzt, und das Ganze wird durch acht schmiedeiserne Stängelchen k zusammengehalten. Die äusseren Zellenwände sind gekrümmt, was allerdings etwas kostspielig ist, aber den Vortheil gewährt, dass der Schluck überall eine gleiche Weite erhält. Auf jeder Seite des Rades sind vier durchlaufende, unter einander verbundene Arme l vorhanden. Sie liegen mit ihren äusseren Enden an den Felgenkränzen an und sind mit denselben durch die Stangen k und durch die Schrauben m verbunden. Da wo die Armsysteme mit der Welle verbunden sind, ist dieselbe viereckig, im übrigen aber rund. Die Befestigung der Arme mit der Welle geschieht durch Holzkeile n, die in den Spielraum zwischen den Vierecken der Welle und der Arme eingetrieben werden. Wegen dieser Aufkeilung sind die vier Arme einer jeden Seite des Rades in der Art unter einander verbunden, dass sich jeder derselben gegen zwei andere der Richtung nach auf ihn senkrechte Arme der ganzen Dicke nach anstemmt.

Die Fig. 5, 6 sind zwei Ansichten eines Armes, Fig. 4 zeigt ihre Verbindung. Die Welle ist mit Spitzzapfen p versehen, und um die Enden derselben sind schmiedeeiserne Reife angelegt. Das Rad hat keinen Zahnkranz; die Kraft wird durch die Welle fortgeschafft.

Berechnung der Hauptdimensionen des Rades.

Dieses Rädchen ist für die Annahmen:

Gefälle .	$= 3^m$
Wasserzufluss in 1 Minute	$Q = 0{\cdot}22^{Kbm}$
Absoluter Effekt der Wasserkraft	$N_a = 9$
Umfangsgeschwindigkeit des Rades	$v = 2^m$

Geschwindigkeit des ankommenden Wassers $V = 4^m$

Füllung . $\frac{a\,b\,v}{Q} = 3$

berechnet. Mit diesen Angaben findet man:

Halbmesser des Rades $R = \frac{1}{2}\left(H - \frac{V_2}{2\,g}\right) = 1{\cdot}09^m$

Verhältniss zwischen der Breite und Tiefe des Rades . . $\frac{b}{a} = 2{\cdot}25\sqrt[3]{N_a} = 4{\cdot}68$

Breite des Rades $b = \sqrt{\frac{3\,Q}{v}\,\frac{b}{a}} = 1{\cdot}25^m$

Tiefe desselben $a = \frac{b}{4{\cdot}68} = 0{\cdot}27^m$

Zellentheilung . $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a = 0{\cdot}39^m$

Anzahl der Zellen $\iota = \frac{2\,R\,\pi}{e} = 18$ (nahe)

Anzahl der Umdrehungen des Rades in einer Sekunde . . $n = 9{\cdot}548\,\frac{v}{R} = 17{\cdot}5$

Wegen der schnellen Bewegung des Rades bilden die Oberflächen der Wassermassen in den Zellen concentrische Cylinderflächen, und die Entfernung der gemeinschaftlichen Axe derselben von der Axe des Rades beträgt nach der Seite 60 entwickelten Regel $\frac{895}{n^2} = 2{\cdot}91^m$

Durchmesser des Zapfens nach der praktischen Formel $3\sqrt{N_a} = 8^{cm}$

Berechnung des Nutzeffektes.

Zur Berechnung des Nutzeffektes hat man folgende Elemente:

$H = 3$	$Q = 0{\cdot}225$	$v = 2$	$V = 4$
$R = 1{\cdot}09$	$a = 0{\cdot}27$	$b = 1{\cdot}25$	$e = 0{\cdot}4$
$e = 0{\cdot}39$	$s = 0{\cdot}03^m$	$S = 0$	$h = 0$
$\gamma = 180^\circ$	$\beta = 30^\circ$	$\delta = 18^\circ$	$i = 18$

$$f = 0{\cdot}08$$

und man findet:

Absoluter Effekt der Wasserkraft $E_a = 675$ Kilg.

Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht:

$$\frac{1000\,Q}{2\,g}\left\{\begin{array}{l} V^2 + v^2 + 2\,V\,g\cos\delta + \\ 2\,g\left[\frac{e}{2}\sin\gamma + e\sin(\gamma-\beta) - s\right]\end{array}\right\} \;.\;.\;.\;.\; = 0{\cdot}128\,E_a$$

Effektverlust, welcher bei dem Austritt wegen h und v entsteht:

$$1000\,Q\left(\frac{v^2}{2\,g} + \frac{1}{2}\,h\right) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; = 0{\cdot}068\,E_a$$

Effektverlust, welcher durch das allmählige Entleeren der Zellen entsteht, nach der Seite 61 entwickelten Regel $= 0{\cdot}167\,E_a$

Effektverlust wegen der Zapfenreibung:

$7{\cdot}63 \frac{v}{R} f N_n \sqrt{N_n}$ $= 0{\cdot}030 E_a$

Summe der Effektverluste . $= 0{\cdot}393 E_a$

Nutzeffekt des Rades $\begin{cases} E_n = 0{\cdot}607 E_a \\ E_n = 410 \text{ Kilg.} \\ N_n = 5{\cdot}5 \end{cases}$

Kostenberechnung des Baues.

Das Rad.

Volumen der Holzconstruktion $= 2{\cdot}06$ km
Oberfläche der Holzconstruktion $= 90{\cdot}6$ □m
Gewicht an Eisen . $= 180$ Kilg.

Das Gerinne.

Volumen der Holzconstruktion $= 0.7$ km
Oberfläche dieser Construktion $= 22$ □m
Gewicht an Eisen . $= 11$ Kilg.

Rechnet man:
1 Kubikmeter Eichenholz zu . 20 fl.
Die Bearbeitung von 1 Quadratmeter Oberfläche zu 1·5 „
100 Kilogramm verarbeitetes Eisen zu 50 „
so kostet
das Rad ohne Gerinne . 231 „
das Gerinne . 53 „
der ganze Bau ohne Seitenmauern 284 „
ferner kostet
jede Pferdekraft Nutzeffekt . { des Rades ohne Gerinne 42 „
{ des Rades mit Gerinne 54 „
was bei gutem Material und sorgfältiger Ausführung nicht viel ist.

D. Tafel IV., V., VI.

Hölzernes Schaufelrad mit Ueberfalleinlauf.

Beschreibung des Baues im Allgemeinen.

Das Rad ist grösstentheils von Holz construirt, nur der Zahnkranz, die Rosetten, die Wellzapfen und einzelne kleinere Verbindungsstücke sind von Eisen. Innerhalb der

Radstube sind die Seitenwände der Zu- und Abflusskanäle und des Gerinnes aus Mauerwerk, das jedoch überall, wo es mit Wasser in Berührung kommen könnte, mit Holz verkleidet ist. Das Gerinne des Rades liegt auf einem Mauerwerk von Bruchsteinen, ist aber aus Holz construirt. Das Rad hat drei Kegelkränze, die durch drei Armwerke und vermittelst dreier Rosetten mit der hölzernen Welle verbunden sind. Die Schaufelräume sind ventilirt. Die Welle ist mit zwei Ringzapfen versehen und die beiden äusseren Rosetten sind auf die Ringe der Zapfen aufgekeilt. Der Zahnkranz ist gegen einen der Kegelkränze geschraubt und wird durch 16 schmiedeiserne Stangen, die ihn aussen fassen und innen in die Armrosette eingelegt sind, in concentrischer Lage gegen die Axe des Rades erhalten. Der Schützen ist oben mit einer gusseisernen Leitfläche versehen; er wird durch einen Aufzug mit Zahnstangen und Getriebe bewegt.

Berechnung der wesentlichen Dimensionen des Rades.

Das Rad ist für folgende Annahmen berechnet:

Gefälle $H = 2{\cdot}5^{m}$

Wasserzufluss in einer Sekunde $Q = 1{\cdot}5^{kbm}$

Absoluter Effekt der Wasserkraft $N_n = 50$

Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = 1{\cdot}5^{m}$

Füllung des Rades $\frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{1}{2}$

Halbmesser des Rades $R = 3_{m}$

Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt und dem absoluten Effekt des Rades $\frac{N_n}{N_a} = 0{\cdot}65$

Nutzeffekt des Rades $N_n = 32{\cdot}5$

Nun hat man

Verhältniss zwischen der Breite und Tiefe des Rades . . $\frac{b}{a} = 1{\cdot}75\,\sqrt[3]{N_a} = 6{\cdot}45$

Breite des Rades $b = \sqrt{\frac{2\,Q}{v}\,\frac{b}{a}} = 3{\cdot}6^{m}$

Tiefe des Rades $a = \frac{b}{6{\cdot}45} = 0{\cdot}56^{m}$

Schaufeltheilung $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a = 0{\cdot}59^{m}$

Anzahl der Schaufeln $i = \frac{2\,R\,\pi}{e} = 32$

Anzahl der Arme eines Armsystems $\mathfrak{N} = 2\,(1 + R) = 8$

Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute . . . $n = 9{\cdot}548\,\frac{v}{R} = 4{\cdot}77$

Dicke der Wasserschichte über dem Scheitel des Einlaufs nach Seite 148 $t = \left(\frac{Q}{0{\cdot}443\;b\,\sqrt{2\,g}}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{\cdot}385^{m}$

Horizontaldistanz zwischen dem Scheitel des Einlaufs und dem Punkte, in welchem die Leitfläche dem Umfang des Rades begegnet nach Seite 148 $= 0{\cdot}36^{m}$

Vertikaldistanz dieser Punkte $= 0{\cdot}08^{m}$

Verzeichniss der Leitfläche nach der Regel Seite 148.

Halbmesser des Zahnkranzes (nach der Zeichnung) $R_{,} = 2{\cdot}25^{m}$

Druck in der Peripherie des Zahnkranzes $\frac{650\,Q\,H}{v}\,\frac{R}{R_1}$ = 2167Kg

Dimensionen eines Zahnes . . .
- Dicke $z = 0{\cdot}086\sqrt{2167}$ = 4cm
- Breite $z_1 = 6\,z$ = 24cm
- Länge $z_2 =$ = 6m
- Theilung $z_3 = 2{\cdot}1\,z$ = 8·4cm
- Anzahl $= 8 \times 21$ = 168

Halbmesser des Getriebes (Kolbens) $= \frac{1}{4}\,R_1$ = 54cm

Anzahl der Umdrehungen in 1 Minute $= 4 \times 4{\cdot}774$ = 19

Durchmesser der Kolbenwelle $16\sqrt[3]{\frac{32{\cdot}5}{19}}$ = 19cm

Höhe eines Armes auf der Seite des Zahnkranzes $= 0{\cdot}855 \times 16\sqrt[3]{\left(\frac{\frac{2}{3}N_n}{n}\right)}$ = 22·2cm

Dicke eines dieser Arme $= \frac{5}{7}\,22{\cdot}2$ = 15·9cm

Höhe eines Armes von den beiden anderen Armsystemen $= 0{\cdot}855 \times 16\sqrt[3]{\left(\frac{\frac{1}{3}N_n}{n}\right)}$ = 18cm

Dicke eines dieser Arme $= \frac{5}{7}\,18$ = 12·9cm

Der Durchmesser eines Zapfens der Welle ist hier bestimmt worden nach der Annäherungsformel $3\sqrt{N_n}$ = 17

Durchmesser der hölzernen Welle . . $= 3{\cdot}5 \times 17$ = 60cm

Diess sind die wesentlichsten Dimensionen, mit welchen das Rad verzeichnet worden ist.

Effektberechnung des Rades.

Zur Berechnung des Effektes hat man nach den so eben ermittelten Dimensionen und nach der Zeichnung folgende Daten:

$H = 2{\cdot}5$	$Q = 1{\cdot}5$	$v = 1{\cdot}5$	$V = 3$
$a = 0{\cdot}56$	$b = 3{\cdot}6$	$c = 0{\cdot}2$	$e = 0{\cdot}6$
$\delta = 43^0 + 40'$	$\gamma = 71{\cdot}5$	$\beta = 75^0$	$\varepsilon = 0{\cdot}02$
$i = 32$	$h = 0$	$s = 0{\cdot}18$	$f = 0{\cdot}08$
$R = 3^m$	$S = 3{\cdot}5^m$		

und nun findet man:

Absoluten Effekt der Wasserkraft $E_a = 3750^{kgm}$

Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht:

$$1000\,\frac{Q}{2\,g}\left\{\frac{V^2 + v^2 - 2\,V\,v\cos\delta +}{2\,g\left[\frac{1}{2}\,e\sin\gamma + c\sin(\gamma-\beta) - s\right]}\right\} \;.\;.\; = 0{\cdot}133\,E_a$$

Effektverlust, welcher bei dem Austritt des Wassers entsteht:

$$1000\ Q\left(\frac{v^2}{2\ g}+\frac{1}{2}\ h\right)\ \ldots\ldots = 0{\cdot}046\ E_a$$

Effektverlust, welcher durch das Entweichen des Wassers entsteht:

$$1000\ \varepsilon\ b\ \sqrt{2\ g\ e}\left(H-\frac{V^2}{2\ g}\right)\left(0{\cdot}43+0{\cdot}26\ \frac{Q}{a\ b\ v}\right)\ \ldots\ldots = 0{\cdot}075\ E_a$$

Effektverlust wegen des Luftwiderstandes:

$$0{\cdot}118\ i\ a\ b\ v^3\ \ldots\ldots = 0{\cdot}007\ E_a$$

Effektverlust wegen der Reibung des Wassers am Gerinne:

$$0{\cdot}366\ b\ S\ v^3\ \ldots\ldots = 0{\cdot}004\ E_a$$

Effektverlust wegen der Zapfenreibung:

$$7{\cdot}63\ \frac{v}{R}\ f\ N_n\ \sqrt{N_n}\ \ldots\ldots = 0{\cdot}015\ E_a$$

Summe der Effektverluste . $= 0{\cdot}280\ E_a$

Nutzeffekt des Rades . $\begin{cases} E_n = 0{\cdot}72\ E_a \\ E_n = 2700\ {}^{km} \\ N_n = 36\ \text{Pfdkft} \end{cases}$

Wenn man die Dimensionen des Rades nach den Seite 87 entwickelten Regeln bestimmte, die für das Maximum des Nutzeffektes aufgefunden wurden, so würde man ein etwas günstigeres Resultat für den Effekt erhalten.

Nimmt man an:

$\gamma = 71^\circ + 30'$ $\quad R = 3$ $\quad e = 0{\cdot}5$ $\quad \varepsilon = 0{\cdot}02$

$\frac{Q}{a\ b\ v} = \frac{1}{2}$ $\quad Q = 1{\cdot}5$ $\quad \beta = 73^\circ$

so erhält man nach jenen Regeln für den vortheilhaftesten Effekt folgende Construktionselemente:

Zuerst wird

$$k = \varepsilon\sqrt{2\ g\ e}\left(0{\cdot}43+0{\cdot}26\ \frac{Q}{a\ b\ v}\right)\frac{2\ g}{0{\cdot}443}\ \ldots\ldots = 1{\cdot}643$$

dann findet man den Werth von δ aus der Gleichung:

$$\text{tang}\ \delta = \frac{1}{2}\ \text{tang}\ \gamma\ \ldots\ldots\ \delta = 56^\circ + 11$$

ferner findet man aus der Gleichung:

$$\frac{\sin 2\delta \cos^4(\gamma-\delta)}{\sin(\gamma-\delta)} = 12\,k\,g\,\frac{H-\frac{V^2}{2g}}{V^5} \;\ldots\ldots = 2{\cdot}67$$

sodann

$$v = \tfrac{1}{2} V \cos\delta \;\ldots\ldots = 0{\cdot}74$$

$$\frac{b}{Q} = \frac{2g}{0{\cdot}42}\,\frac{1}{V^3 \cos^3(\gamma-\delta)} \;\ldots\ldots = 2{\cdot}735$$

$$b = 2{\cdot}735\,Q \;\ldots\ldots = 4{\cdot}1^m$$

$$a = \frac{2Q}{b\,v} \;\ldots\ldots = 1^m$$

Zur Berechnung des Nutzeffektes dieses Rades hat man nun folgende Daten:

$H = 2{\cdot}5$	$Q = 1{\cdot}5$	$v = 0{\cdot}74$	$V = 2{\cdot}67$
$a = 1$	$b = 4{\cdot}1$	$c = 0{\cdot}2$	$e = 0{\cdot}5$
$\delta = 56^\circ + 11'$	$\gamma = 71^\circ + 30'$	$\beta = 75$	$\varepsilon = 0{\cdot}02$
$\iota = 32$	$h = 0$	$s = 0{\cdot}13$	$f = 0{\cdot}08$
$R = 3$	$S = 3{\cdot}5$ und man findet:		

den Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht $= 0{\cdot}111\ E_a$
Effektverlust bei dem Austritt $= 0{\cdot}011\ E_a$
Effektverlust durch das Entweichen des Wassers $= 0{\cdot}082\ E_a$
Effektverlust wegen des Luftwiderstandes $= 0{\cdot}002\ E_a$
Effektverlust wegen der Wasserreibung $= 0{\cdot}001\ E_a$
Effektverlust wegen der Zapfenreibung $= 0{\cdot}007\ E_a$

Summe der Effektverluste . $= 0{\cdot}214\ E_a$

Nutzeffekt des Rades . $\begin{cases} E_n = 0{\cdot}786\ E_a \\ E_n = 2948^{kgm} \\ N_n = 39{\cdot}3 \end{cases}$

Dieses breitere, tiefere, enger geschaufelte und langsamer gehende Rad würde also um 6.6 Prozent mehr Nutzeffekt geben können, als das nach den empirischen Regeln berechnete vorhergehende Rad; diese wenigen Prozente müsste man aber ziemlich theuer erkaufen, indem das Rad wegen seiner kleinen Umfangsgeschwindigkeit in allen seinen Theilen sehr starke Querschnittsdimensionen erhalten müsste.

Die vortheilhafteste Breite des Rades ist gleich $4{\cdot}1^m$ gefunden worden; nach den empirischen Regeln ergab sich für die Breite des Rades $3{\cdot}6^m$, der Unterschied ist nicht bedeutend. Einige Schriftsteller haben als Regel angegeben, dass die Dicke der Wasserschichte über dem Scheitel des Ueberfalles nicht mehr als höchstens $0{\cdot}24^m$ betragen solle; nach dieser Regel würde die Radbreite $7{\cdot}1^m$, also nahe doppelt so gross, als nach der empirischen Regel. Dieses enorm breite Rad würde sehr kostspielig werden und könnte doch keinen günstigen Effekt geben, weil der Effektverlust, welcher durch das Entweichen des Wassers entstünde, 15 Prozent betragen würde.

Gewichtsbestimmung und Kostenberechnung des Rades.

Holz.

Das Volumen aller aus Holz gefertigten Bestandtheile des Rades ist . . .	13·74^{kbm}
Die Oberfläche dieser Bestandtheile beträgt	442·5^{qm}
Das Volumen der Holzconstruktion des Gerinnes und der Theile der Zu- und Abflusskanäle, welche in der Zeichnung sichtbar sind, beträgt . .	5·17^{kbm}
Die Oberfläche aller Theile dieser Construktion ist	140^{qm}

Gusseisen.

Der Zahnkranz .	1400 Kilg.
Eine grössere Rosette .	667 „
Zwei kleinere Rosetten .	763 „
Zwei Ringzapfen .	1180 „
Drei Zapfenlager mit Lagerplatte	378 „
Zwei Fassungen zu dem Schützen und zwei Zahnstangen	92 „
Eine gusseiserne Leitfläche	155 „
Zwei kleine Lager zum Aufzug	43 „
Summe	4678 Kilg.

Schmiedeeisen.

Bänder zu den Schaufeln und zum Radboden	415 Kilg.
Schrauben zu den Schaufeln	97 „
16 Stangen zum Zahnkranz	384 „
Schrauben zum Zahnkranz .	84 „
Schrauben zur Befestigung der Arme mit den Rosetten	43 „
8 Keile zum Aufkeilen der Rosetten	55 „
Axe zum Aufzug .	26 „
Summe	1104 Kilg.

Mauerwerk.

Seitenmauern des Gerinnes	56^{kbm}
Untermauerung des Gerinnes	16^{kbm}
Volumen der Quadratstücke unter den Zapfenlagern	4·8^{kbm}
Das totale Gewicht des Rades ohne Gerinne ist, wenn man 1^{kbm} nasses Eichenholz zu 1000 Kilg. anschlägt	18880 Kilg.
Das Gewicht des Rades per Pferdekraft	525 „

Zur Kostenberechnung darf man folgende Preise annehmen:

1 Kubikmeter Eichenholz .	fl. 20
Die Bearbeitung von 1 Quadratmeter Holzfläche	„ 1·5

100 Killogramm verarbeitetes Eisen	fl.	50
1 Kubikmeter Bruchsteinmauerwerk	„	3·7
1 Kubikmeter Quaderstein mit Behauen und Einmauern	„	37
Die Kosten des Rades sammt Schützenzug und Zapfenlager, aber ohne Gerinne und Mauerwerk sind nun	„	3830
Kosten per 1 Pferdekraft .	„	106
Die Kosten des Gerinnes und des Mauerwerkes sind	„	756
Der ganze Bau kostet also .	„	4586
und per 1 Pferdekraft .	„	127

Beschreibung der Details des Baues.

Tafel IV.

Fig. 1. Ansicht des Rades von der Seite des Zahnkranzes und Durchschnitt des Gerinnes.

Fig. 2. Vertikalquerschnitt des Rades und des Gerinnes.

Fig. 3. Horizontalquerschnitt des Gerinnes nach der Linie $y\,z$ Fig. 1.

Fig. 4. Vertikalquerschnitt durch die Kammer vor dem Einlauf nach $u\,v\,w\,x$.

Fig. 5. Ventilation des Rades.

Die Gerinne bestehen aus einem mit Brettern verkleideten Balkenwerk, das theils auf dem Mauerwerk a Fig. 1 aufliegt, theils in die Seitenmauern b Fig. 3 eingemauert ist. $c\,c\,c$ sind Balken, die auf dem Mauerwerk a aufliegen und mit ihren Enden in die Seitenmauern b hineinreichen. c_1 sind 4 in die Enden von c eingezapfte und in die Seitenmauern b eingemauerte Hölzer, die nach dem Mittelpunkte des Rades hin gerichtet sind und gegen welche die aus Brettern bestehenden Seitenwände des Radgerinnes mit Nägeln oder mit Holzschrauben befestiget werden.

$c_2\,c_2$ in b eingemauerte und in c eingezapfte, schief gestellte Hölzer, in welchen die Querbalken $c_3\,c_4$ Fig. 1 eingezapft sind, die, wie Fig. 3 zeigt, die Führung für den Schützen c_5 bilden. Dieser Schützen besteht aus zwei dicken Brettern, die an den Seitenkanten mit gusseisernen Fassungen und an der oberen Kante mit der gegossenen Einlauffläche d versehen ist. Er wird durch das Wasser gegen den Querbalken c_4 gedrückt, so dass kein Wasser zwischen c_4 und c_5 entweichen kann, und durch einen aus zwei Zahnstangen und zwei Getrieben bestehenden Mechanismus bewegt. e der Boden des Gerinnes liegt auf vier dem Umfange des Rades folgenden Hölzern $c_1\,c_1$, welche in die Querschwellen $c\,c\,c\,c_4$ eingelegt sind. Diese Andeutungen dürften genügen, den Bau des Gerinnes zu verstehen, wenn man sich die Mühe gibt, die Zeichnungen aufmerksam zu verfolgen.

Die Seitenmauern bestehen im Allgemeinen aus Bruchsteinen, nur die Theile unter den Zapfenlagern sind aus Quaderstücken.

An dem Rade kommen folgende Hauptbestandtheile vor: 1) die drei Kränze f, f_1, f_2, von denen jeder aus zwei Schichten von Segmentstücken gebildet wird; 2) die Schaufel-

arme g, welche in die Kränze eingesetzt sind, und gegen welche die Radschaufeln mit Schrauben befestigt sind; 3) $h\,h_1\,h_2$ drei Armsysteme, von denen das erstere für $^2/_3$, jedes der beiden anderen für $^1/_3$ der ganzen Kraft des Rades berechnet ist; 4) $i\,i_1\,i_2$ drei Rosetten zur Verbindung der Arme unter sich und mit der Welle. Die Rosette i hat, wie Fig. 1 zeigt, zwei Hülsensysteme, eins für die hölzernen Arme h, und ein anderes für die 16 schmiedeisernen Stangen k, welche den Zahnkranz in concentricher Lage gegen die Radwelle erhalten; 5) der Zahnkranz k_1, bestehend aus 8 untereinander und mit dem Kranze f vermittelst Schrauben verbundenen Segmenten; 6) die Welle l, deren Enden mit den Zapfenhülsen $l_1\,l_1$ versehen, und auf welche die Rosetten i und i_2 aufgekeilt sind. Die Construktion dieser Hauptbestandtheile des Rades enthalten die Tafeln V. und VI.

Fig. 5 zeigt den Eintritt des Wassers in das Rad und die Ventilation der Schaufelräume. Es sind nämlich in dem Boden des Rades bei m m Spalten angebracht, deren Länge gleich ist der Distanz der Kränze, $f\,f_1$ und $f_1\,f_2$. Damit aber durch diese Spalten nur Luft und kein Wasser in den innern Raum des Rades entweichen kann, sind ferner noch die schiefgestellten Bretter m_1 vorhanden, welche das etwa mit der Luft entweichende Wasser auffangen und in die Schaufelräume wiederum zurückleiten. Die Bretter m_1 sind, wie man in Fig. 2 sieht, in die Kränze $f\,f_1\,f_2$ eingelegt, und werden daselbst durch hölzerne Keilstücke festgehalten. Eine Ventilation der Schaufelräume ist bei grösseren Schaufelrädern und insbesondere bei etwas starker Füllung jederzeit nothwendig, denn so wie einmal die nachfolgende von zwei Schaufeln, welche einen Schaufelraum bilden, die Oberfläche des Wasserstrahles berührt, ist dieser Raum von der äusseren Luft abgeschlossen; die eingeschlossene Luft wird also durch das später eintretende Wasser comprimirt, bis sie der Wassersäule von ungefähr $0{\cdot}4^m$, welche der Tiefe der unteren Fläche des Strahles unter dem Spiegel des Wassers im Zuflusskanale entspricht, das Gleichgewicht hält. Ist dieser Moment eigetreten, so muss das Einströmen ganz aufhören, woraus man sieht, dass ein nicht ventilirtes Rad, es mag nun noch so geräumig gebaut sein, doch nur eine verhältnissmässig kleine Wassermenge aufzunehmen im Stande sein wird.

Tafel V.

enthält die wesentlicheren construktiven Details des Rades.

Fig. 1 zeigt die Form und die Verbindung aller Theile, welche am äusseren Umfang des Rades vorkommen.

Fig. 2 ist eine Ansicht, Fig. 3 zeigt die Verbindung der Segmentstücke, aus welchen der Kranz f zusammengesetzt ist.

Die Fig. 4, 5, 6 zeigen die Verbindung der Arme mit der Rosette, der mittleren Rosette mit der Welle und der äusseren Rosette mit den Zapfenhülsen.

Fig. 7 zeigt einen von den 4 Ankern, mit welchen jede von den beiden Zapfenhülsen l_1 zu ihrer Befestigung mit der Welle versehen ist.

Fig. 8 zeigt den Schnitt des Zahnkranzes mit einer auf die Axe und die Arme k senkrechten Ebene.

Um die Form und Verbindung dieser Theile genau kennen zu lernen, muss man nebst der Tafel V. auch der Tafel VI., welche den Einlauf und einen Quadranten des Rades enthält, einige Aufmerksamkeit schenken.

Jeder von den drei Radkränzen $f\,f_1\,f_2$ besteht aus zwei Schichten von krummen Segmentstücken, die zur Aufnahme der Schaufelarme und der Radarme mit schwalbenschwanzförmigen Einschnitten n und n_1, Fig. 2, versehen sind.

Die inneren Enden der Schaufelarme, so wie die äusseren Enden der Radarme haben eine ähnliche Form, und die Befestigung dieser Arme geschieht durch das Eintreiben hölzerner Keile, die auf Taf. VI. durch punktirte Linien angegeben sind. Die Verbindung der Segmentschichten unter einander geschieht durch Schraubenbolzen und eingelegte Blechstreifen, welche zu verhindern haben, dass die Muttern, wenn sie fest angezogen werden, sich nicht in das Holz eindrücken können. Jedes Segmentstück ist mit vier Schrauben versehen und bei f, Fig. 1, dienen dieselben gleichzeitig zur Befestigung der Zahnkranzsegmente gegen den Radkranz f.

Die Verbindung der Zahnsegmente unter einander geschieht durch die Schrauben $o\,o$, Fig. 1, Tafel V. und Tafel VI., welche, wenn sie angezogen werden, die mit gehobelten Säumen versehenen Endflächen der Segmente gegen einander drücken.

Damit die Schrauben, welche die Zahnsegmente gegen den Kranz f anzuhalten haben, durch die aus der Wirkung des Wassers auf das Rad entspringende Kraft, welche den Zahnkranz gegen den Radkranz f zu verschieben sucht, nicht zu stark in Anspruch genommen werden, ist jedes Zahnsegment an der dem Radkranz zugekehrten Fläche mit zwei Nasen o_1, Fig. 8, versehen, welche in das Holz des Kranzes f eingreifen, und die nach Art eines Mitnehmers wirken. Ich muss bei dieser Gelegenheit bemerken, dass man überhaupt den Grundsatz befolgen soll, die Verbindungen immer so einzurichten, dass Schraubenbolzen nie durch Kräfte forcirt werden können, derer Richtung mit jener von der Axe der Bolzen nicht übereinstimmen. Bei m_2, Fig. 3, sieht man die Einschnitte für die erwähnten Nasen o_1.

Um sowohl den Zahnkranz als auch das Rad in concentrischer Lage gegen die Axe des Rades zu erhalten, fasst jedes Zahnsegment mit 2 Lappen o_2, Fig. 1 und 8, Tafel V, die äussere Umfangsfläche des Kranzes f; durch diese Lappen gehen die, innen in die Rosette i eingeankerten Armstangen k und werden aussen durch die Schraubenmuttern o_3 so gespannt, dass der Theilriss des Zahnkranzes einen mit der Axe des Rades concentrischen Kreis bildet.

Jede Radschaufel besteht aus zwei Brettern, von denen das innere radial, das äussere aber so gestellt ist, dass es beim Austritt aus dem Unterwasser eine radiale Stellung hat. Das innere grössere Brett ist mit zwei, das äussere kleinere Brett aber nur mit einer Schraube an den Arm geschraubt (Tafel VI.), damit es in dem Falle, dass mit dem Wasser etwa ein Baumast in das Rad eintreten sollte, leichter als irgend ein anderer Theil des Rades von demselben weggebrochen werden kann; denn Etwas muss in diesem Falle brechen, daher ist es gut, wenn dafür gesorgt wird, dass der daraus entstehende Nachtheil leicht beseitigt werden kann. Den Schraubenmuttern sind schmiedeiserne Bänder p unterlegt. Um die Bodenbretter gut zusammen zu halten, sind

um die äusseren Umfänge des fassartigen Radbodens Reifeisen p_1, Fig 1, herumgezogen.

Die Rosetten, welche die Bestimmung haben, sämmtliche Arme zu fassen und sie mit der Welle zu verbinden, bestehen aus einem Ring, aus welchem zur Aufnahme der Radarme geeignete, durch Nerven verbundene Hülsen heraustreten. Die Rosette i ist, wie schon früher erwähnt wurde, mit 8 grossen Hülsen für die hölzernen Arme und mit 16 Hülsen für die Armstangen k versehen. Die beiden andern Rosetten i_1 und i_2 haben dagegen jede nur 8 grosse Hülsen. Die hölzernen Arme werden von den Hülsen vorzugswesie durch die an ihre Wände angegossenen Nasen p_1 p_1, Tafel VI., gefasst; so dass, dem oben erwähnten Grundsatz gemäss, die Schrauben p_2 p_2, Fig. 4, 5, 6, Tafel V, nie stark in Anspruch genommen werden können. Die Wände p_2, Tafel VI, zwischen den Hülsen befinden sich an der offenen Seite dieser letzteren; weil dadurch die Hülsenwände, an welchen die Nasen p_1 p_1 angebracht sind, gut verstrebt werden. Die kleinen Hülsen p_3, Tafel VI., für die Armstangen k befinden sich an der geschlossenen Seite der grossen Hülsen, und die Grundfläche der ersteren wird durch die äussere Fläche der letzteren gebildet. Die Armstangen haben T-förmige Anker, deren Querschnitt nach der Richtung des Armes rautenförmig ist, wodurch sie beim Anspannen der Arme ein Bestreben haben, in die Hülsen hineinzugleiten. Die mittlere Rosette i wird mit hölzernen, abwechselnd von entgegengesetzter Seite eingetriebenen Keilen mit der Welle verbunden. Jede der äusseren Rosetten i und i_2 wird mit vier eisernen Keilen auf eine der Zapfenhülsen l_2 aufgekeilt, diese letzteren sind desshalb auf ihrer Oberfläche mit vier gehobelten Bahnen q q versehen.

Jede Zapfenhülse besteht aus einer äusseren cylindrischen Wand q_1 und aus einem mittleren konischen, in den Zapfen übergehenden Kern q_2, der durch zwei sich rechtwinklig durchkreuzende, radial gestellte Wände mit dem äusseren Ring q_1 verbunden ist. Die Enden der Welle sind natürlich nach der Form der inneren Theile der Zapfenhülsen ausgeschnitten, damit diese über der Welle fest aufgetrieben werden können. Zur Vorsicht wird aber noch jede Zapfenhülse durch vier schmiedeeiserne, in das Holz der Welle eingreifende Ankerhaken r, Fig. 7, gegen das Abschieben von der Welle geschützt; auch dienen diese Anker, um die Hülsen fest auf die Welle anzuziehen.

E. Tafel VII. bis XII.

Eisernes Schaufelrad mit Coulisseneinlauf,

Beschreibung im Allgemeinen.

Dieses Rad ist für ein Gefälle von 3^m und für eine Wassermenge von 2 Kub. M. in 1 Sekunde berechnet und gezeichnet; der absolute Effekt der Wasserkraft ist demnach 80 Pferde und der Nutzeffekt beträgt, wenn man vorläufig 70 Prozent in Rechnung bringt, 56 Pferdekraft.

An dem Rade sind nur allein die Schaufeln und der Boden von Holz, alles Uebrige ist von Eisen. Auch der Einlauf ist von Eisen. Das Gerinne ist gemauert.

Das Rad ist mit drei Kränzen versehen, die durch drei Armsysteme und durch drei Rosetten mit der Welle verbunden sind. An einem der beiden äusseren Kränze ist ein Zahnkranz angeschraubt, welcher die Kraft an die erste Transmissionswelle abgibt. Die Kränze, welche aus einzelnen mit den Armen durch Schrauben verbundenen Segmenten bestehen, sind mit Armen (Kegeln) versehen, gegen welche die hölzernen Schaufeln angeschraubt sind. Diese Segmente werden gewöhnlich „Kegelsegmente" genannt. Der Zahnkranz besteht ebenfalls aus einzelnen Segmentstücken (Zahnsegmente), die unter sich und mit den Kegelkränzen vermittelst Schrauben verbunden sind. Die Arme fassen aussen die Kegelkränze und sind immer mit den Rosetten verbunden, aber nicht angegossen.

Zu beiden Seiten des Rades befindet sich ein solides Mauerwerk, auf welchem die Zapfenlager von der Wasserradwelle, so wie auch das Lager von der Kolbenwelle aufliegen. Da, wo die Lager aufliegen, bestehen die Seitenmauern aus grösseren Quaderstücken, mit welchen die Lagerplatten der Zapfenlager durch eiserne Stangen zu einem Ganzen verbunden sind. Das Gerinne wird durch ein Tonnengewölbe gebildet. Es stützt sich unten gegen eine horizontalliegende Gewölbgurt, die von einer Seitenmauer zur anderen geht. Diese Construktion ist allerdings sehr kostspielig, aber auch sehr solid. Einen billigeren und doch auch dauerhaften Bau erhält man, wenn man das Gerinne von Bruchsteinen mauert und mit einer Schicht hydraulischen Cementes überzieht.

Der Einlauf ist ganz von Eisen; er besteht aus vier Schilden, die oben durch eine Traverse und unten durch drei eiserne Wände verbunden sind und aus drei Leitflächen von Eisenblech (Coulissen), welche in die durch die Schilde, Traversen und Wände gebildeten Fensteröffnungen eingeschoben sind.

Zwei von den Schilden (die Seitenschilde) sind in den Seitenmauern des Zuflusskanals eingelassen, die beiden andern (die Zwischenschilde) sind um $^1/_3$ der Einlaufbreite von den ersteren entfernt aufgesellt. Die Traverse liegt auf den Zwischenschilden und ist gegen dieselben niedergeschraubt; an den Enden ist sie ferner mit den Seitenschilden durch Schrauben verbunden. Die drei eisernen Wände sind mit den vier Schilden zusammengeschraubt. Der Schützen, welcher aus zwei starken mit Feder und Nuth verbundenen Brettern besteht, die an den Enden durch gusseiserne Fassungen (Kappen) zusammengehalten werden, liegt an den Schilden, und die Kappen, an welchen die Zahnstangen zum Aufziehen angebracht sind, bewegen sie in Leitrinnen, mit welchen die Seitenschilde versehen sind.

Berechnung der Dimensionen des Rades.

Die zur Construktion des Rades gegebenen Grössen sind:

Gefälle . $H = 3^m$

Wassermenge in Kubikmetern in 1 Sekunde $Q = 2^m$

Absoluter Effekt der Wasserkraft $\frac{1000\,Q\,H}{75} = N_n = 80$

Angenommen wurde:

Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = 1{\cdot}8^m$

Halbmesser des Rades . $R = 3^m$

Füllung des Rades . $\frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{1}{2}$

Nun findet man zunächst nach Fig. 37 der kleinen Tafel 4, dass den gegebenen Elementen der Wasserkraft ein Schaufelrad mit Coulisseneinlauf entspricht, und für die Dimensionen desselben findet man:

Verhältniss zwischen der Breite und Tiefe des Rades . . . $\frac{b}{a} = 1{\cdot}75\sqrt[3]{N_n} = 7{\cdot}54$

Breite des Rades $b = \sqrt{\frac{2\,Q}{v}\,\frac{b}{a}} = 4{\cdot}15^m$

Tiefe des Rades . $a = \frac{b}{\left(\frac{b}{a}\right)} = 0{\cdot}55$

Entfernung zweier Schaufeln $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a = 0{\cdot}58$

Anzahl der Schaufeln $i = \frac{2\,R\,\pi}{e} = 32$

Anzahl der Arme eines Armsystems $\mathfrak{N} = 2\,(1 + R) = 8$

Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute $n = 9{\cdot}548\,\frac{v}{R} = 5{\cdot}73$

Zur Berechnung der Querschnittsdimensionen der Arme der Welle und des Zahnkranzes ist angenommen worden, dass das Rad 70 Prozent, mithin . $0{\cdot}70 \times 80 = 56$ Pferdekraft Nutzeffekt geben werde.

Unter dieser Voraussetzung hat jedes von den Armsystemen $J\,J_1$, Fig. 2 Tafel VII., $\frac{56}{3} = 18 + \frac{2}{3}$ Pferdekraft nach der Welle herein, und das Armsystem J_2 $18 + \frac{2}{3} + 18 + \frac{2}{3} = 37\frac{1}{3}$ Pferdekraft nach dem Zahnkranz hinaus zu übertragen. Die Wellenstücke $w_1\,w_2$ haben, das erstere $18 + \frac{2}{3}$, das letztere $37 + \frac{1}{3}$ Pferdekraft durch Torsion zu übertragen.

Hinsichtlich dieser durch Torsion zu übertragenden Kraft wird also:

Durchmesser des Wellenstückes w_1 $= 16\sqrt[3]{\frac{18{\cdot}66}{5{\cdot}73}} = 24^{cm}$

Durchmesser des Wellenstückes w_2 $= 16\sqrt[3]{\frac{37{\cdot}33}{5{\cdot}73}} = 30^{cm}$

Da jedes dieser drei Armsysteme mit 8 Armen versehen ist, so ist nach der Seite 163 angegebenen Regel und Tabelle:

Höhe der Hauptnerve eines Armes der Systeme J und J_1 . . $= 0{\cdot}86 \times 24 = 20{\cdot}52^{cm}$

Dicke derselben . $\frac{1}{5}\,20{\cdot}52 = 4{\cdot}1^{cm}$

27.

Höhe der Hauptnerve eines Armes des Systemes J_2 $= 0{\cdot}86 \times 30 = 25{\cdot}65^{cm}$
Dicke derselben . $1/5 \times 25{\cdot}65 = 5{\cdot}13^{cm}$
Die Dicke der Bodenbretter ist $= 5^{cm}$
Höhe des Kegelkranzes . $= 20{\cdot}52$

Zieht man diese zwei letzteren Dimensionen und den Werth von a von dem Halbmesser des Rades ab, so erhält man, wie aus Fig. 2 erhellet, vorläufig einen
Annäherungswerth für den Halbmesser des Zahnkranzes $R_1 = 2{\cdot}17^m$
und vermittelst desselben findet man als
Annäherungswerth für die Geschwindigkeit eines Punktes im Theilriss des Zahnkranzes . $v \frac{R_1}{R} = 1{\cdot}3^m$
Druck am Umfange des Zahnkranzes $P = \frac{75 \times 56}{1{\cdot}3} = 3230^{km}$

Dimension eines Zahnes . . .
- Dicke $= 0{\cdot}086 \sqrt{3230}$ $= 4{\cdot}9^{cm}$
- Breite $6 \times 4{\cdot}9$ $= 29{\cdot}4$
- Länge $1/4 \times 29{\cdot}3$ $= 7{\cdot}33^m$
- Theilung $2{\cdot}1 \times 4{\cdot}9$ $= 10{\cdot}3^{cm}$

Nachdem nun die Dimensionen der Zähne bestimmt sind, ergibt sich der genaue Werth des

Halbmessers von dem Theilriss des Zahnkranzes $R_1 = 2{\cdot}15^m$
Halbmesser des Getriebes L (Kolbens) $r = \frac{R_1}{3{\cdot}5} = 0{\cdot}615^m$
Anzahl der Umdrehungen desselben in einer Minute $= 3{\cdot}5 \times n = 20$
Durchmesser der Kolbenwelle M $= 16 \sqrt[3]{\frac{60}{20}} = 23^{cm}$

Um die Zapfen zu bestimmen, muss man vermittelst der nun berechneten Hauptdimensionen das Rad verzeichnen und dann das Gewicht desselben berechnen, um die Pressungen zu erhalten, welchen die Zapfen zu widerstehen haben. Nach der später folgenden Gewichtsberechnung ist das
Totale Gewicht des Rades . $= 22551^{klg}$
Gewicht des Zahnkranzes $= 3773$ „
Druck, welchem der Zapfen d zu widerstehen hat $= 9389$
Durchmesser dieses Zapfens d $= 0{\cdot}18 \sqrt{9389} = 17{\cdot}5$
Druck, welchem der Zapfen d_1 zu widerstehen hat $= 13162$
Durchmesser dieses Zapfens d_1 $= 0{\cdot}18 \sqrt{13162} = 20{\cdot}7^{cm}$
Winkel, unter welchem die Coulissen dem Umfange des Rades begegnen $\delta = 25^0$
Die äussere normale Weite der Coulissen-Kanäle ist $= 0{\cdot}08^m$
Breite des Einlaufes $= b - 0{\cdot}1 = 4{\cdot}05^m$

Tiefe der Mittelpunkte der Ausflussöffnungen unter dem Spiegel des Oberwassers
- für den 1ten Kanal $= 0{\cdot}315^m$
- „ „ 2ten „ $= 0{\cdot}480^m$
- „ „ 3ten „ $= 0{\cdot}645^m$
- „ „ 4ten „ $= 0{\cdot}800^m$

Den Contractionscoeffizienten . $= 0{\cdot}75$
angenommen, findet man:

Die Wassermenge, welche durch jeden dieser Kanäle austritt	für den 1ten Kanal	$= 0{\cdot}603^{kbm}$
	„ „ 2ten „	$= 0{\cdot}746$ „
	„ „ 3ten „	$= 0{\cdot}865$ „
	„ „ 4ten „	$= 0{\cdot}962$ „

Die Wassermenge der drei ersteren Kanäle ist $= 2{\cdot}214$ „
also etwas grösser als die in 1 Sekunde zufliessende Quantität; der untere Kanal dient also für den Fall, wenn der Wasserstand etwas veränderlich sein sollte.

Die Tiefe des Punktes, in welchem die vierte Coulisse dem Umfange des Rades begegnet unter dem Spiegel des Oberwassers ist $= 0{\cdot}75^m$

Die Geschwindigkeit, mit welcher daselbst das Wasser eintritt. . . $V = 3{\cdot}83^m$

Hiermit sind nun alle wesentlicheren Grössen bestimmt, welche zur Berechnung des Nutzeffektes und zur Verzeichnung des Rades dienen. Alle Nebenabmessungen, namentlich die Dicke der Bretter und die Metalldicken des Einlaufs, der Kegelkränze, der Rosetten etc., so wie auch die Durchmesser der Schraubenbolzen sind nach praktischen Erfahrungen angenommen worden und bedürfen keiner näheren Erklärung.

Berechnung des Nutzeffektes des Rades.

Zur Berechnung des Nutzeffektes hat man folgende Daten:

$H = 3$	$Q = 2$	$v = 1{\cdot}8^m$	$V = 3{\cdot}83^m$
$R = 3^m$	$a = 0{\cdot}55^m$	$b = 4{\cdot}15^m$	$e = 0{\cdot}23^m$
$e = 0{\cdot}59^m$	$s = 0{\cdot}15^m$	$S = 4^m$	$h = 0{\cdot}3^m$
$\gamma = 75^0$	$\delta = 25^0$	$\beta = 65^0$	$i = 32$
$\varepsilon = 0{\cdot}01^m$	$f = 0{\cdot}08$	$d = 0{\cdot}175^m$	$d_1 = 0{\cdot}207^m$

Der Spielraum der Schaufeln im Gerinne ist hier sehr klein angenommen worden, weil das Rad von Eisen und das Gerinne von behauenen Steinen gemacht ist.

Nun findet man:
den absoluten Effekt, welcher der Wasserkraft entspricht:

$$1000\ Q\ H \ldots\ldots = 6000 \text{ Kilg.} = E_a$$

Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht:

$$\frac{1000\ Q}{2\ g}\left\{\begin{array}{l} V^2 - 2\ V\ v \cos\delta + v^2 + \\ 2\ g\left[\frac{1}{2}\ e \sin\gamma + c \sin(\gamma - \beta) - s\right]\end{array}\right\} \ldots\ldots = 0{\cdot}150\ E_a$$

Effektverlust, welcher bei dem Austritt des Wassers entsteht:

$$1000\ Q\left(\frac{v^2}{2\ g} + \frac{1}{2}\ h\right) \ldots\ldots = 0{\cdot}105\ E_a$$

Effektverlust, welcher durch das Entweichen des Wassers entsteht:

$$1000\,\varepsilon\,b\,R\,\sqrt{2\,g\,e}\left(1-\cos\gamma\right)\left(0{\cdot}43+0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right)\;\ldots\;=0{\cdot}029\,E_a$$

Effektverlust wegen der Reibung des Wassers am Gerinne:

$$0{\cdot}366\,b\,S\,v^3\;\ldots\ldots\;=0{\cdot}006\,E_a$$

Effektverlust wegen des Luftwiderstandes:

$$0{\cdot}118\,i\,a\,b\,v^3\;\ldots\ldots\;=0{\cdot}008\,E_a$$

Effektverlust wegen der Zapfenreibung:

$$\frac{v\,f}{2\,R}\,(9389\,d+13162\,d_1)\;\ldots\ldots\;=0{\cdot}017\,E_a$$

Summe der Effektverluste . $= 0{\cdot}315\,E_a$

Nutzeffekt des Rades . $\begin{cases} E_n = 0{\cdot}685\,E_a \\ E_n = 4110^{km} \\ N_n = 54{\cdot}8\ \text{Pfkft} \end{cases}$

Dieses Resultat ist nicht sehr günstig. Hätte man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades und der Schaufeltheilung kleiner, dagegen die Radbreite grösser angenommen, und hätte man überdies die Schaufeln auf $\frac{1}{4}$ a im Unterwasser tauchen lassen, so würde der Nutzeffekt um 10 Prozent günstiger geworden sein, allein der ganze Bau würde dadurch bedeutend, vielleicht um die Hälfte, kostspieliger geworden sein. Die Richtigkeit dieser Behauptung kann man leicht nachweisen, wenn man nach den Formeln, welche (Seite 97) bei der genaueren Theorie dieses Rades aufgestellt wurden, die Dimensionen berechnet, die dem Maximum des Nutzeffektes entsprechen.

Nimmt man an:

$$\frac{Q}{a\,b\,v}=0{\cdot}5\,,\quad e=0{\cdot}4\,,\quad \varepsilon=0{\cdot}01\,,\quad \gamma=80^0,\quad Q=2\,,\;H=3\,,$$

so gibt zunächst die Formel (45)

$$k=\varepsilon\,\sqrt{2\,g\,e}\left(0{\cdot}43+0{\cdot}26\,\frac{Q}{a\,b\,v}\right)\frac{2\,g}{0{\cdot}443}=0{\cdot}733$$

dann findet man aus (50):

$$\left(H-\frac{V^2}{2\,g}\right)^{\frac{1}{2}}V^5=2^{\frac{5}{2}}\,g\,k\,\sin\gamma\,H^{\frac{3}{2}}\;\ldots\ldots\;V=2{\cdot}638$$

ferner aus (51)

$$\sin\delta=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\,\frac{H-\frac{V^2}{2\,g}}{H}\right)}\;\ldots\ldots\;\delta=41^0+33'$$

$$v=\frac{1}{2}\,V\cos\delta\;\ldots\ldots\;v=0{\cdot}987$$

endlich aus (52)

$$\frac{b}{Q} = \frac{2 \times g}{0{\cdot}42} \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \frac{1}{V^3} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \frac{b}{Q} = 3{\cdot}78$$

folglich für $Q = 2$ $b = 7{\cdot}56$

endlich ist $a = \frac{2Q}{b\,v}$ $a = 0{\cdot}53$

Nimmt man nun ferner noch an:

$\beta = 60^\circ$	$c = 0{\cdot}2$	$s = 0{\cdot}12$	$h = 0$
$\iota = 48$	$S = 4$	$R = 3$	$f = 0{\cdot}08$

so findet man für die Effektverluste folgende Werthe:

Effektverlust bei dem Eintritt .	$= 0{\cdot}1134\ E_a$
Effektverlust bei dem Austritt	$= 0{\cdot}0050\ E_a$
Effektverlust wegen des Entweichens	$= 0{\cdot}0524\ E_a$
Effektverlust wegen des Luftwiderstandes	$= 0{\cdot}0037\ E_a$
Effektverlust wegen der Wasserreibung	$= 0{\cdot}0018\ E_a$
Effektverlust wegen der Zapfenreibung	$= 0{\cdot}0143\ E_a$
Summe der Effektverluste .	$= 0{\cdot}1906\ E_a$
Nutzeffekt des Rades .	$E_n = 0{\cdot}8094\ E_a$ $N_n = 64{\cdot}7$

Der Nutzeffekt würde also bei diesem Rade um 12 Prozent, also um 9·6 Pferdekraft grösser sein, als bei dem vorhergehenden Rade, allein diese 9·6 Pferdekraft würde man sehr theuer erkaufen müssen, denn bei der enormen Breite des Rades $7{\cdot}56^m$ wird nicht nur der Bau des Rades, sondern insbesondere auch jener des Gerinnes und des Einlaufes sehr kostspielig werden.

In dem Falle, wenn es von sehr grosser Wichtigkeit wäre, mit einem absoluten Effekt von 80 Pferden einen möglichst günstigen Nutzeffekt zu gewinnen, müsste man den Bau allerdings nach den zuletzt berechneten Dimensionen ausführen, da aber eine Breite von $7{\cdot}56^m$ fast unausführbar ist, so würde man zwei Räder, jedes von $\frac{1}{2} . 7{\cdot}56 = 3{\cdot}78^m$ Breite anwenden müssen. Der Werth von $R, a, c, e, i, \beta, \gamma, \delta$ würde sich dadurch nicht ändern, die Querschnittsdimensionen der Arme der Welle des Zahnkranzes etc. müssten aber für eine Kraft von 32·3 Pferden berechnet werden. Jedes dieser Räder würde nahe eben so schwer ausfallen, als das auf Tafel VII. dargestellte Rad. Denn bei ersterem ist zwar der Effekt im Verhältniss $\frac{32{\cdot}3}{54{\cdot}8}$, aber auch die Umfangsgeschwindigkeit im Verhältniss $\frac{0{\cdot}987}{1{\cdot}8}$ kleiner als bei letzterem; der am Umfange wirkende Druck, von welchem die Querschnittsdimensionen abhängen, ist also bei beiden Rädern nahe gleich gross; die zwei Räder werden also doppelt so viel kosten, als das eine Rad. Die

Gerinne und Einläufe für diese zwei Räder würden ebenfalls zweimal so viel kosten, als für das eine Rad. Endlich würden die zwei langsam gehenden Räder auch noch eine weit kostspieligere Transmission verursachen, als das schneller gehende Rad. Man sieht also, dass der Bau zur Gewinnung eines Nutzeffektes von 64·7 Pferdekräften vermittelst zweier Räder zwei mal so viel kosten würde, als der Bau zur Gewinnung von 54·8 Pferdekräften vermittelst eines Rades. Zur Ausführung des ersteren würde man sich gewiss nur dann entschliessen, wenn mit der kleineren Kraft ein wichtiger Zweck durchaus nicht erreicht werden könnte.

Kostenberechnung des Rades mit Coulisseneinlauf.

Das Rad.

	Gewicht in Kilogramm.
Holz.	
Schaufeln	3055
Radboden	3025
Gusseisen.	
3 Kegelkränze	3892
16 leichtere und 8 stärkere Arme	4608
3 Rosetten	1238
Die Welle	2160
Der Zahnkranz	3776
Schmiedeeisen.	
Schrauben zu den Schaufeln und zum Boden	480
Schrauben zu den Armen	96
Schrauben zum Zahnkranz	48
Bänder zu den Schaufeln und zum Boden	173
Das totale Gewicht des Rades	22551
2 Lager zur Axe sammt Lagerplatte	317

Der Einlauf.

Gusseisen.	
Die Traverse	432
2 Seitenschilde	325
2 Zwischenschilde	162
2 Kappen	41
2 Zahnstangen	35

	Gewicht in Kilogramm.
3 Zwischenwände .	531
2 Lager für den Schützenzug	15
2 Getriebe und Wellen .	8
Summe . .	1549

Schmiedeeisen.

12 Leitflächen aus Blech .	398
Axe des Schützenzuges .	25
Schrauben zu den Verbindungen	37
Summe . .	460

Radeinlauf und Zapfenlager wiegen also zusammen mit Holz 24877 Kilg.
ohne Holz 18797 „

Im Durchschnitt darf man annehmen, dass bei solider Ausführung für 100 Kilg. Eisen 44 Gulden bezahlt werden müssten.

Die Kosten der Eisenconstruktion sind demnach 8270 fl.
Kosten der Eisenconstruktion per 1 Pferdekraft Nutzeffekt = 151 fl.
Das Gewicht des Rades beträgt per 1 Pferdekraft Nutzeffekt mit Holz . = 411 Kilg.
ohne Holz . = 343 „

Beschreibung der Details des Rades und Einlaufes.

Tafel XI. enthält die einzelnen Bestandtheile, aus welchen der Einlauf besteht.

Fig. 1, 2, 3 sind zwei Ansichten und ein Durchschnitt eines Seitenschildes.

Fig. 4, 5, 6, 7 sind drei Ansichten und ein Durchschnitt eines Zwischenschildes.

Fig. 8 ist eine Ansicht von der Hälfte der oberen Traverse, welche die vier Schilde unter einander verbindet.

Fig. 9 ist ein Durchschnitt derselben.

Fig. 10 und 11 sind zwei Ansichten von einer der drei Wände, welche zwischen die Schilde gestellt, und mit denselben durch Schrauben verbunden sind.

Fig. 12, 13, 14, 15 stellen Ansichten und Durchschnitte von einer der gusseisernen Fassungen dar, mit welchen die Enden des aus zwei starken Brettern bestehenden Schützens versehen sind, und die bei der Bewegung desselben in den Leitrinnen a der Seitenschilde auf und nieder gleiten.

Fig. 16, 17, 18, 19, 20 sind Ansichten und Durchschnitte von einer der beiden Zahnstangen, welche mit den Fassungen des Schützens in Verbindung stehen und zur Bewegung desselben dienen.

Fig. 21 und 22 ist eine Leitfläche des Einlaufes.

Fig. 23 und 24 sind zwei Ansichten von einem der zwei Lager, in welchem sich die Axe der Getriebe dreht, welche in die Zahnstangen eingreifen.

Fig. 25 ist eines dieser Getriebe.

Fig. 26 ist eine Gegenrolle, welche Zahnstangen und Getriebe im Eingriff zu erhalten hat.

Die Traverse liegt mit ihrer horizontalen Nerve auf den Kopfflächen b der Zwischenschilde, und berührt mit ihren vertikalen Endflächen c die oberen Endflächen d der Seitenschilde. Die Berührungsflächen sind mit eben gehobelten Rändern versehen, und durch Schrauben mit einander verbunden. Damit aber diese Schrauben nicht stark in Anspruch genommen sind, ist die Traverse mit den Ansätzen e und f versehen, welche in die Ausschnitte e_1 und f_1 der Schilde eingreifen. Zur Verbindung der beiden Hauptnerven, aus welchen die Traverse besteht, dienen zwei Strebenerven g.

Die Seitenschilde liegen mit ihren Leitrinnen a in den Seitenmauern des Zuflusskanals, und sind unten bei g gegen die Quader des Gerinnes geschraubt.

Die Zwischenschilde stemmen sich aber mit den Ausschnitten f_1 gegen die Ansätze f der Traverse, und sind unten bei h mit zwei Schrauben gegen die Quader des Gerinnes geschraubt.

Zur genauen Verbindung der Wände und Schilde sind die zu verbindenden Flächen mit etwas über dieselben hervorragenden und eben gehobelten Säumen i versehen. Zur Verbindung eines Wandstückes mit einem Seitenschild und zur Verbindung zweier Wandstücke mit einem Zwischenschild dienen vier Schrauben.

An den Flächen der Schilde sind ferner noch gekrümmte Nuthen i_1 i_1 angebracht, die durch hervorgehende Säume gebildet und in welche die Leitbleche eingeschoben werden.

Die Lager für die Axe des Aufzuges sind auf die Kopfflächen der Seitenschilde angeschraubt.

Tafel X.

Fig. 1 und 2 sind zwei Ansichten eines Zahnkranzsegmentes.

Fig. 3 und 4 zwei Ansichten von einem der stärkeren Radarme.

Fig. 5 ein Durchschnitt von einem dieser Arme.

Fig. 6 und 7 Ansicht und Durchschnitt der grösseren auf der Seite des Zahnkranzes befindlichen Rosette.

Fig. 8 und 9 Ansicht und Durchschnitt von einer der beiden kleineren Rosetten.

Fig. 10 Ansicht eines der leichteren Radarme.

Fig. 11 bis 17 Ansichten und Durchschnitte von einem Kegelkranzsegmente.

Zur Verbindung der acht Zahnkranzsegmente unter einander ist jedes derselben an den Enden mit Flantschen k versehen, die ebengehobelten Säume haben Fig. 2. Die Flantschen zweier auf einander folgenden Segmente berühren sich mit diesen Säumen und sind durch zwei Schrauben verbunden. Zur Verbindung der Zahnkranzsegmente mit dem Kegelkranze sind an den Enden der unteren Flächen der Zahnsegmente, und in der Mitte der Kegelsegmente glatt gehobelte Rähmchen k_1, ferner an der letzteren auch noch die hervorragenden Ansätze k_2, Fig. 12, angebracht; die Rähmchen zweier unmittelbar auf einander folgender Zahnsegmente kommen auf jene der Kegelsegmente zu liegen und werden an diese durch Schrauben befestiget.

Um die Verschiebung der Segmente auf einander zu verhindern, dienen vorzugsweise die Ansätze $k_2 k_2$, welche die Zahnsegmente fassen und mit sich fortnehmen. Auf diese Weise haben die Verbindungsschrauben nur wenig auszuhalten.

Zur Verbindung der Arme mit den Kegelkränzen sind an den letztern Ansätze angebracht, welche von den ersteren angefasst werden. Auch sind zu diesem Zweck noch Schrauben vorhanden. Die Einrichtung, welche die Arme zum Anfassen der Kränze haben, sieht man an den Fig. 3, 4, 10, 13, 14, Tafel X. und an den Figuren der Tafeln VIII. und IX.

Die Arme sind in die Rosetten so eingelegt, dass die Flächen m m n n der ersteren, mit den Flächen m_1 m_1 n_1 n_1 der letzteren in Berührung kommen; zu diesem Zweck sind die Flächen eben gefeilt oder gehobelt worden. Die Arme sind mit dünnen Bleiblättern unterlegt, damit man durch das Anziehen der Schrauben, welche die Arme gegen die Rosetten andrücken, die Stellung der Arme gegen die Welle etwas adjustiren kann.

Tafel IX.

zeigt bei o o_1 o_2 die Verbindungen des Radbodens, der Radarme und des Zahnkranzes mit den Kegelkränzen. Ferner bei K K_1 K_2 die Verbindungen der Radarme J J_1 J_2 mit den Rossetten, sodann die Aufkeilung der letzteren auf die, nur stückweise dargestellte Welle. Man sieht, dass zur Befestigung jeder Rosette nur ein Keil angewendet ist. Die Wellenköpfe r r_1 r_2 sind abgedreht und passen genau in die ausgebohrten Höhlungen der Hülsen von den Rosetten. Die Theile q q_2 der Welle zwischen den Zapfen und den äusseren Rosetten sind so geformt, dass sie annähernd in allen Querschnitten gleiche Festigkeit gewähren. s s_1 sind die Durchschnitte der Lagerplatten. Auf der Seite des Zahnkranzes liegen die Zapfenlager für die Wasserradwelle und für die Kolbenwelle auf einer gemeinschaftlichen Lagerplatte.

Tafel VIII.

ist ein Quadrant des Rades in $1/5$ der natürlichen Grösse. Man sieht hier die Einrichtung des Einlaufes, die Verbindung der Schaufel- und Bodenbretter mit dem Kegelkranze; die Verbindung der leichten und starken Arme mit den Kegelkränzen und mit der Rosette; die Verbindung dieser letzteren mit der Welle; endlich auch der Lagerplatte s_2, auf welcher das eine Lager für die Wasserradwelle, und jenes für die Kolbenwelle aufliegen.

Tafel XII. bis XVII.

Rückschlächtiges Zellenrad mit Coulisseneinlauf.

Beschreibung des Baues im Allgemeinen.

Tafel XII. Ansicht und Durchschnitt des Rades.

Tafel XIII. Durchschnitt des Einlaufs und eines Theils des Rades.

Tafel XIV. Einzelne Bestandtheile des Rades.

Tafel XV. Einlauf und Gerinne. Eisenconstruktion.

Tafel XVI. Einlauf und Gerinne. Holzconstruktion.

Das Rad ist ganz von Eisen, nur die Zellenwände sind von Holz. Es hat ventilirte Zellen; einen Zahnkranz mit äusserer Verzahnung; schmiedeiserne radiale Arme; Diagonal- und Umfangs-Spannstangen, ist also nach dem Suspensionsprincip gebaut. Der Einlauf wird durch zwei gusseiserne Seitenwände, einen Mittelschild, eine Verbindungstraverse und durch mehrere Leitflächen aus Eisenblech gebildet. Das Gerinne besteht aus drei auf Mauern aufliegenden mit den Seitenwänden und mit dem Mittelschild des Einlaufs verbundenen gusseisernen Schilden, welche den Boden des Gerinnes in concentrischer Lage gegen die Axe des Rades halten. Da die Construktion dieses Einlaufes und Gerinnes zwar sehr solid aber auch ziemlich kostspielig ist, so ist auch noch auf Tafel XVI. eine minder kostspielige Holz-Construktion dargestellt.

Berechnung der Dimensionen des Rades und Einlaufs.

Die Hauptdaten für die Construktion des Rades sind:

Das Gefälle . $H = 5{\cdot}15^{m}$

Wassermenge in 1 Sekunde $Q = 1^{kbm}$

Absoluter Effekt der Wasserkraft $N_a = 68{\cdot}67$

Angenommen wurde:

Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = 1{\cdot}2^{m}$

Füllung des Rades . $\frac{a\,b\,v}{Q} = \frac{1}{2}$

Den angegebenen Elementen der Wasserkraft entspricht ein rückschlächtiges Zellenrad mit Coulisseneinlauf.

Nun ergeben sich zunächst folgende Grössen:

Verhältniss zwischen der Breite und Tiefe des Rades . . $\frac{b}{a} = 2{\cdot}25 \sqrt[3]{N_a} = 9{\cdot}2$

Breite des Rades $b = \sqrt{\frac{2\,Q}{v} \frac{b}{a}} = 3{\cdot}92^{m}$

Tiefe des Rades . $a = \frac{b}{\frac{b}{a}} = 0{\cdot}426^{m}$

Radius des Rades $R = \frac{2}{3}\,H = 3{\cdot}433^{m}$

Zellentheilung . $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a = 0{\cdot}498^{m}$

Anzahl der Zellen . $i = \frac{2\,R\,\pi}{e} = 44$

Anzahl der (radialen) Arme eines Armsystems $\mathfrak{N} = 2\,(1 + R) = 9$

Der Halbmesser des Theilrisses des Zahnkranzes ist nach der Zeichnung $R_1 = 3{\cdot}25^{m}$

Die Geschwindigkeit in diesem Theilriss ist $v\,\frac{R_1}{R} = 1{\cdot}126$

Nimmt man vorläufig das Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt und dem absoluten Effekt . $= 0.7$

an, so ist der Druck, welchen die Zähne des Zahnkranzes und des Getriebes auszuhalten haben $\frac{68{\cdot}67 \times 0{\cdot}7 \times 75}{1{\cdot}126} = 3190^{klg}$

es sind demnach die

Dimensionen der Zähne . . {
- Dicke $z = 0{\cdot}086\,\sqrt{3190}$ $= 4{\cdot}86^{cm}$
- Breite $z_1 = 6\,z$ $= 29{\cdot}16^{cm}$
- Länge $z_2 = \frac{1}{4}\,z_1$ $= 7{\cdot}29^{cm}$
- Theilung $z_3 = 2{\cdot}1\,z$ $= 10{\cdot}21^{cm}$

Um die Durchmesser der Arme zu bestimmen, muss man mit den bis hieher berechneten Grössen den ganzen äusseren Theil des Rades mit allen daselbst vorkommenden Verbindungen genau verzeichnen und dann das Gesammtgewicht aller Theile berechnen.

Nach der später folgenden Gewichtsbestimmung des Rades beträgt das Gewicht aller äusseren Theile des Rades . 20000 Kilg.

An einem Armsystem hängen demnach 10000 „

Nach der Seite 165 angegebenen Regel ist nun der Querschnitt eines radialen Armes . $= \frac{10000}{500} = 20^{qcm}$

Durchmesser eines radialen Armes $= 5^{cm}$

Durchmesser einer Diagonalstange $= \frac{3}{4}\,5 = 3{\cdot}75^{cm}$

Durchmesser einer Umfangsstange $= 0{\cdot}6 \times 5 = 3^{cm}$

Aus der Gewichtsbestimmung des Rades findet man die

Pressungen, welche die Zapfen auszuhalten haben { 14600 Klg. / 12500 „

Die Durchmesser der Zapfen sind demnach { $0{\cdot}18\,\sqrt{14600} = 21{\cdot}8^{cm}$ / $0{\cdot}18\,\sqrt{12500} = 20{\cdot}14^{cm}$

Länge der Zapfen (der aufliegenden Theile) { $= 26^{cm}$ / $= 23{\cdot}4$

Entfernungen der Mittelpunkte der Zapfen von den Mittelpunkten der Rosetten { $= 52^{cm}$ / $= 27{\cdot}4^{cm}$

Die Durchmesser der Köpfe, auf welchen die Rosetten aufgekeilt sind, sind also nach der Seite 168 angegebenen Regel {

$$21{\cdot}8\,\sqrt[3]{\frac{52}{\frac{1}{2}\,23{\cdot}4}} = 34{\cdot}6^{cm}$$

$$20{\cdot}14\,\sqrt[3]{\frac{27{\cdot}4}{\frac{1}{2}\,23{\cdot}4}} = 26{\cdot}75^{cm}$$

Nach den Regeln, welche Seite 170 zur Bestimmung der Dimensionen der mittleren Querschnitte der Welle aufgestellt wurden, findet man mit Beibehaltung der dort gewählten Bezeichnungen.

Verhältniss zwischen der Höhe und Dicke der Nerve $\frac{h}{e} = 4{\cdot}5 + 1{\cdot}5 \times 3{\cdot}92 = 10{\cdot}5$

Verhältniss zwischen dem Durchmesser des Kernes und der Dicke der Nerve $\frac{D_1}{e} = 6{\cdot}75 - 0{\cdot}75 \times 3{\cdot}92 = 3{\cdot}8$

Verhältniss zwischen dem Durchmesser des stärkeren Wellenkopfes und der Dicke der Nerve:

$$\frac{D}{e} = \sqrt[3]{\frac{32}{6 \times 3{\cdot}14}\left(0{\cdot}589\,(3{\cdot}8)^4 + (10{\cdot}5)^3 - (3{\cdot}8)^3 + 10{\cdot}5 - 3{\cdot}8\right)\frac{1}{10{\cdot}5}} \quad . \; . \; . \; . \; = 6{\cdot}92$$

Demnach erhält man nun:

Dicke der Nerve $e = \frac{34{\cdot}6}{6{\cdot}92} = 5^{cm}$

Höhe der Nerve $h = 10{\cdot}5 = 52{\cdot}5^{cm}$

Durchmesser des Kernes $D_1 = 3{\cdot}8\,e = 19^{cm}$

Zur Berechnung der Kolbenwelle hat man noch

Anzahl der Umdrehungen des Wasserrades in 1 Minute . . $n = 9{\cdot}548 \frac{v}{R} = 33\,3$

Verhältniss zwischen den Halbmessern des Zahnkranzes und des Getriebes $= 4$

Halbmesser des Getriebes $= \frac{3{\cdot}25}{4} = 0{\cdot}812^{cm}$

Durchmesser der Kolbenwelle $= 16 \sqrt[3]{\frac{48}{13{\cdot}32}} = 24^{cm}$

Die Coulissen des Einlaufs sind nach dem Seite 150 erklärten Verfahren so bestimmt worden, dass die äusseren Zellenwände ohne Stoss in den Strahl einzutreten beginnen. Zwei Kanäle reichen für den Wasserzufluss von 1 Kub. M. vollkommen hin. Nach der Construktion des Einlaufes ist:

Der Winkel, unter welchem die Coulissen dem Umfang des Rades begegnen $\delta = 28^{0}$

Die Geschwindigkeit, mit welcher die Wassertheilchen der unteren Fläche des Strahles dem Umfange des Rades begegnen $V = 3{\cdot}62$

Dies sind nun die Hauptdimensionen, welche der Verzeichnung des Rades zu Grunde gelegt wurden; alle Nebendimensionen sind theils nach dem Gefühle, theils nach Erfahrungen gewählt worden, und bedürfen keiner näheren Erklärung.

Eeffektberechnung des Rades.

Zur genaueren Berechnung des Nutzeffektes des Rades hat man folgende Daten:

$H = 5{\cdot}15^m$	$Q = 1^{kbm}$	$v = 1{\cdot}2$	$V = 3{\cdot}62$
$R = 3{\cdot}43^m$	$a = 0{\cdot}426^m$	$b = 3{\cdot}92^m$	$e = 0{\cdot}5^m$ *
$e = 0{\cdot}48$ *	$s = 0{\cdot}2^m$ *	$S = 2{\cdot}5^m$ *	$h = 0{\cdot}12^m$ *
$\gamma = 110$ *	$\delta = 28^0$ *	$\beta = 27^0$	$i = 45$
$\varepsilon = 0{\cdot}015^m$ *	$f = 0{\cdot}08$	$h = 20{\cdot}14^{cm}$	$d_1 = 21{\cdot}18^{cm}$

wobei die mit * bezeichneten Grössen aus den Zeichnungen genommen worden sind.

Nach den Seite 102 aufgestellten Formeln erhält man nun den absoluten Effekt, welcher der Wasserkraft entspricht:

$$1000\ Q\ H = \ldots\ldots\ldots\ldots \quad E_a = 5150^{kgm}$$

Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht:

$$1000\ \frac{Q}{2\,g}\left\{V^2 - 2\ V\ v\ \cos\delta + v^2 + 2\,g\left[\frac{1}{2}\ e\ \sin\gamma + e\ \sin\,(\gamma - \beta) - s\right]\right\} = 0{\cdot}169\ E_a$$

Effektverlust, welcher bei dem Austritt des Wassers entsteht:

$$1000\ Q\left(\frac{v^2}{2\,g} + \frac{1}{2}\ h\right) \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}026\ E_a$$

Effektverlust, welcher durch das Entweichen entsteht:

$$464\ \varepsilon\ R\ \sqrt{2\ g\ e}\ \frac{Q}{a\ b} \ldots\ldots\ldots\ldots = 0.009\ E_a$$

Effektverlust welcher der Reibung des Wassers entspricht:

$$0{\cdot}366\ b\ S\ v^3 \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}001\ E_a$$

Effektverlust, welcher durch die Zapfenreibung entsteht:

$$7{\cdot}63\ \frac{v}{R}\ f\ N\ \sqrt{N} \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}014\ E_a$$

Summe der Effektverluste . 0·219 E_a

Nutzeffekt des Rades . 0·781 E_a / 4022 Klgm. / 53·6 Pferdekraft.

Aus dieser Rchnung sieht man, dass nur bei dem Eintritt des Wassers ein bedeutender Effektverlust entsteht. Dieser Verlust könnte auch hier wiederum sehr vermindert werden, wenn die Breite des Rades grösser und a, e, c kleiner genommen würde; allein der Vortheil, welcher hieraus entstünde, wäre in gar keinem Verhältnisse mit dem Kostenaufwand, durch welchen er erkauft werden müsste.

Gewichtsbestimmung und Kostenberechnung des Rades.

a. Das Rad.

Holz.

	Gewicht in Kilogramm.
Gewicht der Bretter, welche die Zellen bilden	9561

Gusseisen

Das Seitengetäfer des Rades	3658
Die 90 Sperrrahmen zur Verbindung der Zellenwände	1530
Der Zahnkranz	2895
2 Rosetten	2060
Die Welle	2720
3 Zapfenlager sammt Lagerplatten	400
	13263

Schmiedeeisen.

18 radiale Arme	1080
18 Diagonalstangen	1800
9 Umfangsstangen	302
Reifeisen zu den Zellen	324
Schrauben und Keile	250
	3756

b. Der Einlauf.

Gusseisen.

2 Seitenwände	720
Der Mittelschild	95
Die obere Traverse	310
Die untere Traverse	230
2 Kappen und 2 Zahnstangen	70
	1425

Schmiedeeisen.

6 Leitflächen	305
Axe der Getriebe zu dem Aufzug	25
	330

c. Das Gerinne.

Bretter des Bodens	1512
Drei durchbrochene Schilde	1847
3 Schraubenstangen	36

Gesammtgewicht des Baues.

An Holz	11 Kub. M.
An Gusseisen	16535 Kilg.
An Schmiedeeisen	4122 „
An Eisen überhaupt	20657 „
An Eisen per Pferdekraft Nutzeffekt	325 „

100 Kilogramme verarbeitetes Eisen kann man bei diesem Rade anschlagen zu fl. 50

Die Eisenconstruktion des ganzen Baues kostet demnach „ 10328

Die Eisenconstruktion per Pferdekraft Nutzeffekt „ 162

Beschreibung der einzelnen Theile des Rades.

Tafel XV.

Der Zuflusskanal tritt durch eine überwölbte Maueröffnung a in die Radstube ein. Er wird durch drei überwölbte Mauern $b\,b_1\,b_2$ getragen und der in der Radstube befindliche Theil desselben wird durch einen Boden aus Steinplatten c c und Brettern c_1 und durch zwei gusseiserne Seitenwände $c_2\,c_2$ gebildet. Der Einlauf wird gebildet durch die beiden Seitenwände c_2, den Mittelschild d, die obere Traverse d, die beiden unteren Traversen d_2 und durch die Leitflächen d_3 aus Eisenblech. Der Mittelschild ist oben gegen die Traverse d_1, unten gegen den Mittelschild e_1 des Gerinnes geschraubt. Die obere Traverse ist gegen die Seitenwände, die unteren Traversen sind gegen die Seiten- und gegen den Mittelschild geschraubt. Die Leitflächen d_3 sind in Nuthen eingeschoben, welche an den Wänden und an dem Mittelschild angebracht sind. Das Gerinne wird durch die eisernen auf den Mauern $b\,b_1\,b_2$ aufsitzenden Schilde $e\,e_1\,e_2$, welche den Boden e_3 des Gerinnes tragen, gebildet. Jeder dieser Schilde besteht, wie Fig. 2 zeigt, aus den durch Schrauben unter einander verbundenen Theilen. Der untere Theil liegt horizontal auf. Der mittlere Theil liegt grösstentheils auf einer schiefen Mauerfläche, nur die Enden desselben liegen horizontal auf. Der obere Theil sitzt auf dem mittleren und ist noch durch eine Schraube e_4 gegen das Mauerwerk geschraubt.

Die Bodenbretter des Gerinnes werden von unten herauf in die Schilde eingelegt und durch krumme hölzerne Segmente e_5 zwischen die Nerven der Schilde eingeklemmt, was man am deutlichsten aus Fig. 5 sieht.

Diese Einrichtung gewährt den Vortheil, dass man in jedem Augenblick den Zustand des Gerinnes untersuchen und schadhaft gewordene Theile mit Leichtigkeit erneuern kann, ohne das Rad demontiren zu müssen.

Da wo die Schilde $e\,e_1\,e_2$ aufsitzen sind die Mauern $b\,b_1\,b_2$ nach der unteren Contour der Schilde ebenflächig, neben den Schilden aber nach dem Umkreis des Zahnkranzes rund geformt, was man am deutlichsten aus Fig. 1, Tafel XV. ersieht. Für den Kolben ist in dem Mauerwerk noch ein besonderer Einschnitt f, Fig. 1, Tafel XII., angebracht.

Auf der Seite des Rades, auf welcher sich der Zahnkranz befindet, ist die Lager-

platte g für die Radwelle, mit jener g_1 für die Kolbenwelle durch Schrauben verbunden, wodurch sich die Lage des Kolbens gegen den Zahnkranz nicht ändern kann. Die letztere dieser Platten ist mit zwei durch das Quaderwerk niedergehende Schrauben $h\,h$, Fig. 2 und 5, niedergezogen, die erstere liegt nur auf den Quadern, und ist nicht gegen dieselben niedergeschraubt. Der gepflasterte Boden i unter dem Gerinne liegt tiefer als die Pflasterung i_1 des Abzugkanals, damit man zu den unteren Brettern des Gerinnes kommen kann.

i_2 ist ein Quadersatz, durch welchen die Mauern b b_1 b_2 zu einem Ganzen verbunden werden.

Tafel XVI.

zeigt in mehreren Figuren eine Holzconstruktion zweier Einläufe und eines Gerinnes zu dem rückschlächtigen Zellenrade. Was die Figuren darstellen, ist schon auf der Tafel beschrieben.

a Fig. 1 und 2 ist die Mauer, durch welche der Zuflusskanal in die Radstube eintritt. b ist der Boden des Zuflusskanals von der Radstube. Vor der Mauer a ist ein aus drei horizontalen Balken b_2, aus drei vertikalen Säulen b_5 und aus der Verschalung b_1 bestehendes Rahmwerk angebracht. Innerhalb der Mauer a befindet sich ein ähnliches Rahmwerk $b_2\,b_3\,b_5$ mit Verschalung b_1. Diese beiden Rahmwerke sind durch acht Hölzer b_4 und durch eben so viele Schraubenstangen verbunden. Mit den Hölzern b_4 sind die Bretter b_1 b_1 und b verbunden, welche die Fortsetzung der Wände und des Bodens des Zuflusskanales bilden. Bei dem Einlauf Fig. 2 sind die Leitflächen b_7 von Eisenblech; bei dem Einlauf Fig. 5 sind sie von Holz. Der Bau des Gerinnes ist ähnlich dem eines Fasses. $c\,c\,c\,c$ sind vier in die Seitenmauern eingemauerte Balken, in welche die Krummhölzer c_1 eingelegt und mit Schrauben c_4 niedergezogen sind.

Die Bretter c_2, welche den Boden des Gerinnes bilden, sind von unten herauf in die Krummhölzer eingelegt, und werden durch vier schmiedeeiserne Bänder zusammengehalten und gegen die Krummhölzer angedrückt Wie die Bodenbretter in die Krummhölzer eingelegt sind, sieht man am deutlichsten in Fig. 1. Jedes der vier Bänder kann durch zwei Schrauben $c_3\,c_3$ gespannt werden. Unter dem Gerinne ist ein freier Raum, nach welchem man durch eine kleine Thüre gelangen kann; man kann also bei dieser Anordnung den Zustand des Gerinnes in jedem Augenblick (auch während das Rad im Gange ist), untersuchen, und die nothwendig erscheinenden Reparaturen und Auswechslungen der Bodenbretter mit Leichtigkeit vornehmen, ohne das Rad demontiren zu müssen. Der gepflasterte Boden des Raumes unter dem Gerinne liegt tiefer, als der Boden f des Abflusskanales, damit man zu den untern Brettern des Gerinnes gelangen kann. Die Spundwand e_1 ist bestimmt, das Eindringen des Wassers in den Raum unter dem Gerinne zu verhindern. Bei der Anordnung Fig. 1, 2, 3, 4 ist das Gerinne mit dem Einlauf durch vier Stützen d und vier Stangen d_1 vereinigt. Der Einlauf Fig. 5 ist unabhängig von dem Gerinne und wird desshalb von den Kämpfersteinen b_6 unterstützt.

Tafel XIV.

enthält die wichtigeren Details des Radbaues.

Fig. 1 ist eines von den neun Segmentstücken, aus welchen ein Getäferwerk besteht, k k sind Rippen, gegen welche die Bretter der Zellenwände geschraubt werden. l l_1 l_2 Hülsen, in welche die Enden der radialen Arme m der Diagonalstange m_1 und der Umfangsstange m_2 gesteckt und mit Keilen n n_1 angezogen werden.

Fig. 4 und 5. Auf der äusseren Seite sind zur Befestigung der Zahnkranzsegmente die Brillen und ringförmigen Erhöhungen o o_1 o_2 angebracht. Die Säume der Ringe sind eben gehobelt, die Vertiefungen ausgebohrt und in der Mitte mit einem concentrischen Schraubenloch versehen. Aehnliche Ringe p p_1 p_2 mit gehobelten Rändern und ausgebohrten Vertiefungen sind auch an der dem Getäfer zugewendeten Fläche des Zahnkranzes angebracht. Fig. 5, 7, 8. Zur Befestigung der Zahnsegmente mit dem Getäfer werden in die Vertiefungen o o_1 o_2 abgedrehte, in der Mitte durchbohrte Metallscheiben eingelegt, die so dick sind, dass sie zur Hälfte über die Ebene der Ringe hervorragen. Die Zahnsegmente werden an das Getäfer so angelegt, dass die Einlegscheiben auch in die Vertiefungen der Ringe p p_1 p_2 eingreifen, und dass die Ebenen dieser Ringe mit jenen von o o_1 o_2 in Berührung kommen. Das Ganze wird zuletzt mit Schraubenbolzen, welche durch die Mitte der Einlegschrauben gehen, zusammengeschraubt. Diese Befestigungsart von Gusseisen mit Gusseisen gegen Verschiebung vermittelst solcher Einlegscheiben kann mit verhältnissmässig wenig Arbeit sehr genau ausgeführt werden. Die Befestigung der Zahnsegmente und der Getäfersegmente unter einander geschieht ebenfalls mit Einlegscheiben und Schrauben, wie aus Fig. 1, 2, 3, 5, 7 zu ersehen ist. Aus den Fig. 9 und 10 sieht man, dass jede Rosette aus zwei Systemen von Hülsen besteht, die auf einer cylindrischen, zum Aufkeilen dienenden Hülse q aufsitzen und durch Nerven unter einander verbunden sind.

Die Arme und Diagonalstangen sind mit ihren viereckigen Enden in die Hülsen gesteckt, und werden durch Keile q_1 q_2 angezogen. Jede Rosette wird mit einem Keil, der zur Hälfte in den Wellenkopf r, zur Hälfte in die Hülse r_1 zu liegen kommt, mit der Welle verbunden.

Fig. 6 und 7 zeigt die Kupplung zweier Stangen, aus welchen eine Umfangsstange besteht.

Tafel XIII.

Fig. 1 Vertikaldurchschnitt des Einlaufes und des Zellenkranzes.

Fig. 2 Vertikaldurchschnitt nach der Axe des Schützenzuges.

Der Schützen t besteht aus zwei starken, durch Feder und Nuth verbundenen Brettern, die an den Enden durch eiserne Kappen gefasst sind. Diese Kappen gleiten auf den schiefen, an den Seitenwänden des Einlaufes angebrachten Bahnen, und an jede derselben ist eine Zahnstange t_1 eingehängt, in welche die Zähne der Getriebe t_2 eingreifen. Die Axe t_3 dieser Getriebe liegt in zwei, an die Seitenwände des Einlaufes angeschraubten Lagern t_4, geht in das Innere des Fabrikgebäudes und wird von da aus durch einen in der Zeichnung nicht dargestellten Mechanismus, der etwa aus einem Wurm mit Rad bestehen kann, bewegt. Bei d_1 und d_2 sieht man, dass die Traversen vermittelst Einlegscheiben und Schrauben mit den Seitenwänden und dem Mittelschild verbunden sind. Bei e_1 sieht man, wie der Mittelschild des Einlaufes auf den Mittelschild

des Gerinnes geschraubt ist. Die Zellen werden durch an einander gereihte, gegen die Nerven k k des Seitengetäfers geschraubte Bretter $s_2 s_2 s_2$ gebildet. Um das Zellenwerk zu einem Ganzen zu verbinden, dienen gusseiserne Rahmen s s s... Auf Tafel XII, Fig. 2 sieht man, dass in jede Zelle zwei solche Rahmen in einer Entfernung von dem Seitengetäfer gleich $^1/_3$ der Radbreite eingelegt sind. Die Wände jeder Zelle sind also zwischen zwei Paare von solchen Rahmen geschraubt, und dadurch sind gleichzeitig die Zellen unter einander verbunden. s_1 sind die Kanäle, durch welche die in den Zellen vor ihrer Füllung enthaltene Luft während der Füllung entweicht.

G. Tafel XVII., XVIII., XIX.

Oberschlächtiges Rad für ein grosses Gefälle.

Beschreibung des Baues im Allgemeinen.

Dieses Rad ist grösstentheils aus Holz construirt, nur der Zahnkranz, die Rosetten, die Welle und einzelne Verbindungen sind von Eisen. Von jeder Rosette gehen 14 radiale und 14 schiefe Arme a b a_1 b_1 aus; erstere sind vorzugsweise bestimmt, das äussere Zellenwerk zu tragen und in concentrischer Lage gegen die Radwelle zu erhalten, letztere bilden Verstrebungen, um Seitenschwankungen zu verhindern. Der Zahnkranz, dessen Halbmesser ungefähr halb so gross ist, als jener des Rades, ist an den von einer Rosette ausgehenden 14 radialen Armen befestiget.

Unter den verschiedenen Armen bestehen folgende Verbindungen. Tafel XIX. 1) Sind die dem Zahnkranz gegenüber befindlichen 14 Arme a_1 unter einander durch die Hölzer c verbunden, welche ein regelmässiges Vierzehneck bilden, dessen Mittelpunkt in der Axe des Rades liegt. 2) Sind die Arme a a der einen Seite des Rades mit denen a_1 a_1 ... der anderen Seite durch die Hölzer c_1 c_1 ... und durch die Streben c_2 c_2 verbunden. Die schiefen Arme b_1 b_1 sind etwas gebogen und fassen zwischen sich die Hölzer c_1 c_1.

Durch dieses System der Verarmung ist der innerhalb des Zahnkranzes befindliche Theil des Baues ganz unabhängig von der Wirkung des Wassers auf das Rad, und hat nur allein das Gewicht des Baues zu tragen. Die Kraft, welche das Wasser dem Umfang des Rades mitgetheilt, wird auf folgende Weise nach dem Zahnkranz übertragen. Ein Viertheil dieser Kraft wird direkt durch die äusseren Theile der Arme a hereingeschafft. Ein zweites Viertheil geht durch die äusseren Theile der Arme a_1 bis an die Vereinigungspunkte der Hölzer c c_1 c_2 und von da durch die auf rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommenen Streben c_2 nach dem Zahnkranz. Die zwei letzten Viertheile der Kraft gehen zunächst durch die schiefen Arme b b_1 bis an ihre Vereinigungspunkte und wirken in der Mitte auf die Verbindungen c_1; von da an geht das eine Viertheil direkt durch die Verbindungen c_1 nach dem Zahnkranz, das andere Viertheil aber geht nach dem

Arme a_1 hinaus und dann erst durch die Streben c_2 nach dem Zahnkranz herüber. Diese Erklärungen über den Bau des Rades sind vorläufig zum Verständniss der Berechnung seiner Dimensionen hinreichend.

Berechnung der wichtigsten Dimensionen des Rades.

Das Rad ist für die Annahmen:

Gefälle . $H = 12{\cdot}6^m$

Wasserzufluss in 1 Sekunde $Q = 0{\cdot}19^{kbm}$

Umfangsgeschwindigkeit $v = 1{\cdot}5$

Füllung . $\frac{a\ b\ v}{Q} = 4$

berechnet und verzeichnet.

Die Werthe von H und Q weisen natürlich in das Gebiet des oberschlächtigen Rades.

Nun findet man:

Absoluter Effekt der Wasserkraft $N_a = 32$

Nutzeffekt des Rades (zu 75 Prozent) $N_n = 24$

Verhältniss zwischen der Breite und Tiefe des Rades . . $\frac{b}{a} = 2{\cdot}25 \sqrt[3]{N_a} = 7{\cdot}14$

Breite des Rades $b = \sqrt{\frac{4\,Q}{v}\ \frac{b}{a}} = 1{\cdot}9^m$

Tiefe des Rades . $a = \frac{b}{\frac{b}{a}} = 0{\cdot}266^m$

Schaufeltheilung $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\ a = 0{\cdot}386^m$

Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser im Scheitel eintritt . . $V = 2\ v = 3^m$

Tiefe des Scheitels unter dem Spiegel des Oberwassers $\frac{V^2}{2\,g} = 0{\cdot}46^m$

Freihängen des Rades . $h = 0{\cdot}14^m$

Halbmesser des Rades $R = \frac{H - \frac{V^2}{2\,g}\ h}{2} = 6^m$

Anzahl der Zellen $i = \frac{2\ R\,\pi}{e} = 98$

Anzahl der radialen Arme eines Armsystems $\mathfrak{N} = 2\ (1 + R) = 14$

Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute . . . $n = 9{\cdot}548\ \frac{v}{R} = 2{\cdot}38$

Halbmesser des Theilrisses des Zahnkranzes (nach der Zeichnung) . . $R_1 = 3{\cdot}13^m$

Geschwindigkeit eines Punktes in diesem Theilrisse $v\ \frac{R_1}{R} = 0{\cdot}783^m$

Kraft in der Peripherie desselben $\frac{24 \times 75}{0{\cdot}783} = 2300$ Kilg.

Dimensionen der Zähne . . .	Dicke $z = 0.086 \sqrt{2300}$	$= 4.12^{cm}$
	Breite $z_1 = 6\,z$	$= 24.75^{cm}$
	Länge $z_2 = \frac{1}{4}\,z_1$	$= 6.19^{m}$
	Theilung $z_3 = 2.1\,z$	$= 8.65^{cm}$
	Anzahl	$= 224$

Die Querschnitte der Arme in der Entfernung des Zahnkranzes sind so bestimmt, wie sie für ein Rad sein müssten, welches einen Halbmesser gleich der Länge (2.88^{m}) der äusseren Theile der Arme, eine Umfangsgeschwindigkeit 1.5^{m}, und 28 Arme hätte, und das einen Nutzeffekt von 24 Pferdekräften entwickelte.

Die Anzahl der Umdrehungen dieses Rades wären in 1 Minute 4·54

Der Durchmesser einer Transmissionswelle für 24 Pferdekraft Nutzeffekt und 4·54 Umdrehungen ist 28^{cm}

Nach der Seite 163 angegebenen Regel ist demnach die Höhe eines Armes . $28 \frac{1.7}{\sqrt[3]{28}} = 14.5^{cm}$

Nach aussen und nach innen sind die Arme etwas verjüngt.

Nach der später folgenden Gewichtsbestimmung sind die

Pressungen, welchen die Zapfen zu widerstehen haben 12563 Kilg. / 9917 „

Durchmesser der Zapfen $0.18 \sqrt{12563} = 20^{cm}$ / $0.18 \sqrt{9917} = 18^{cm}$

Länge der Zapfen (der aufliegenden Theile) $= 24$ / $= 21$

In der Zeichnung sind beide Zapfen gleich stark gemacht worden.

Entfernung der Mittelpunkte der Zapfen von den Mittelpunkten der Rosetten $= 47^{cm}$

Durchmesser der Wellenköpfe $D = 20 \sqrt[3]{\frac{47}{\frac{1}{2}\,24}} = 31.7^{cm}$

Wenn wir für die Querschnittsdimensionen der Welle die Seite 170 gewählten Bezeichnungen beibehalten, so erhalten wir, nach den an dem gleichen Orte aufgestellten Regeln:

Verhältniss zwischen der Höhe und Tiefe der Nerve . $\frac{h}{e} = 4.5 + 1.5 \times 1.9 = 7.35$

Verhältniss zwischen dem Diameter des Kernes und der Dicke der Nerve $\frac{D_1}{e} = 6.75 - 0.75 \times 1.9 = 5.32$

Verhältniss zwischen dem Diameter des Wellenkopfes und der Dicke der Nerve:

$$\frac{D}{e} = \sqrt{\frac{32}{6\,\pi}\left[0.589\,(5.32)^4 + (7.35)^3 - (5.32)^3 + 7.35 - 5.32\right]\frac{1}{7.35}} \quad = 5.5$$

Demnach wird:

Dicke der Nerve . $e = 5{\cdot}76^{cm}$

Höhe der Nerve . $h = 40{\cdot}4$

Durchmesser des Kernes . $D_1 = 29{\cdot}3$

Mit diesen Hauptdimensionen ist das Rad gezeichnet worden.

Genauere Eeffektberechnung des Rades.

Zur Berechnung des Nutzeffektes hat man theils durch die vorhergehenden Rechnungen, theils nach der Zeichnung folgende Elemente:

$H = 12{\cdot}6^m$	$Q = 0{\cdot}19^{Kbm}$	$v = 1{\cdot}5$	$V = 3^m$
$R = 6^m$	$a = 0{\cdot}266^m$	$b = 1{\cdot}9^m$	$e = 0{\cdot}48^m$
$e = 0{\cdot}38^m$	$s = -0{\cdot}08^m$	$S = 0$	$h = 0{\cdot}14$
$\gamma = 180$	$\delta = 9^0 + 30'$	$\beta = 19^0$	$\iota = 98$

Totalgewicht des Rades . $= 22535$ Klg.

Durchmesser der Zapfen . $= 0.2^m$

Reibungscoeffizient . $= 0{\cdot}08$

Nun findet man den

Absoluten Effekt der Wasserkraft $E_a = 2394$ Klg.

Effektverlust, welcher bei dem Eintritt des Wassers entsteht:

$$1000 \frac{Q}{2\,g} \left\{ V^2 + v^2 - 2\,V\,v \cos\delta + 2\,g \left[\frac{1}{2} e \sin\gamma + e \sin(\gamma - \beta) - s \right] \right\} = 0{\cdot}028\ E_a$$

Effektverlust wegen v und h beim Austritt

$$1000\ Q \left(\frac{v^2}{2\,g} + h \right) \ldots\ldots = 0{\cdot}020\ E_a$$

Effektverlust, welcher durch das allmählige Entweichen des Wassers entsteht:

$$2\ R\ Q \left(250 - 35 \frac{a\ b\ v}{Q} \right) \ldots\ldots = 0{\cdot}105\ E_a$$

Effektverlust, welcher durch die Zapfenreibung entsteht:

$$22535 \times 0{\cdot}08 \times 1{\cdot}5 \times \frac{0{\cdot}2}{12} \ldots\ldots = 0{\cdot}019\ E_a$$

Summe der Effektverluste . $0{\cdot}172\ E_a$

Nutzeffekt des Rades . $E_n = 0{\cdot}828\ E_a$; $E_n = 1983$ Klgm.; $N_n = 26{\cdot}4$ Pferdekraft.

Gewicht und Kostenberechnung des Rades.

Holz.

Volumen der Zellenwände	3·147 Kbm
Volumen des Radbodens	2·846 "
Volumen des Seitengetäfers	1·765 "
Volumen der 56 Arme	3·800 "
Volumen der Armverbindungen	0·936 "
Gesammtvolumen des Holzes	12·494 Kbm

1 Kubikmeter durchnässtes Holz zu 1000 Kilogramm gerechnet, beträgt das Gewicht der Holzconstruktion des Rades 12494 Klg.

Gusseisen.

Zwei Rosetten	3600 Klg.
Eine Welle	2280 "
Zahnkranz	2600 "
26 Kapseln zu den Armverbindungen	560 "
Gewicht an Gusseisen	9040 Klg.

Schmiedeeisen.

Schrauben und Verbindungen der Zellen	686 Klg.
16 Zahnkranzstangen	315 "
	1001 Kilg.
Totales Gewicht des Rades	= 22535 "
1 Kubikmeter verarbeitetes Holz zu	100 fl.
und	
100 Kilogramm verarbeitetes Eisen zu	50 "
gerechnet, so kostet:	
Die Holzconstruktion des Rades	1249 "
Die Eisenconstruktion des Rades	5000 "
Gesammtkosten des Rades	6249 fl.
Kosten per 1 Pferdekraft	235 "

Beschreibung der einzelnen Theile des Baues.

Tafel XIX.

Verbindung der Arme unter einander und des Zahnkranzes mit den Armen.

Fig. 1 ist eine Ansicht, Fig. 2 ein Grundriss dieser Verbindung. Denkt man sich

das Rad unmittelbar ausser dem Zahnkranz, durch eine Cylinderfläche geschnitten, deren Axe mit jener des Rades zusammenfällt, auf diese Fläche durch radiale Projektionslinien die Armverbindungen und den Zahnkranz projizirt, sodann die Cylinderfläche in eine Ebene entwickelt, so erhält man Fig. 2.

$a\,a_{\prime}$ sind die Durchschnitte der radialen Arme des Rades, $b\,b_{\prime}$ die Diagonalarme, welche um die Traversen $c_{\prime}\,c_{\prime}$ herumgebogen sind. c sind die Traversen zwischen den radialen Armen $a_{\prime}\,a_{\prime}$. c_2 die schiefen Streben zwischen den Armen $a_{\prime}\,a_{\prime}$ der einen, und den Armen $a\,a$ der andern Seite des Rades. d ist eine aus zwei Theilen bestehende Kapsel. Die beiden Theile derselben umfassen den Arm $a_{\prime}$, greifen mit ihren Enden in die Traversen $c_{\prime}$ ein und sind mit denselben noch durch Schrauben verbunden. Ein hölzerner Keil $d_{\prime}$ dient zur Verbindung der Kapsel mit dem Arme $a_{\prime}$. Die Traversen $c_{\prime}$ und c_2 werden durch zwei an die Kapsel angegossene Hülsen gefasst. Fig. 3 und 4 sind Ansichten von diesem Bestandtheile. Die Zahnsegmente sind, wie aus Fig. 1 und 2 zu ersehen ist, vermittelst Flantschen mit eingelegten Metallscheiben zusammengeschraubt. Je zwei unmittelbar auf einander folgende Segmente umfassen einen Arm a und werden mit demselben vermittelst der Kapsel d_2, Fig. 1, 2, 5, 6 verbunden. Zwei an die Kapsel angegossene Hülsen fassen die Traversen $c_{\prime}$ und die Strebe c_2.

Tafel XVIII.

Fig. 1 ist ein Durchschnitt des Zellenwerkes, Fig. 2, 3, 4 zeigen die Verbindung der Radfelgen unter einander und mit den Radarmen. Die Bretter der Zellenwände sind in die innere Felgenschichte eingesetzt und unter einander durch die Bänder e und Spulen $e_{\prime}$ verbunden. Die beiden Seiten des Rades sind ferner durch Stangen e_2, Fig. 3, 4, welche durch die Arme gehen, zusammengehalten. Bei f, Fig. 3 und 4, sieht man, wie die Felgen und der Radboden in einander greifen; bei a, Fig. 2, die Verbindung der äusseren Felgenschichte mit den Armen. $g\,g$ sind gusseiserne Kapseln, vermittelst welchen die schiefen Arme $b\,b_{\prime}$ mit den radialen $a\,a_{\prime}$ verbunden werden. Fig. 5 ist eine äussere, Fig. 6 eine innere Ansicht, Fig. 7 ein Durchschnitt eines Zahnkranzsegmentes. Fig. 8 einer von den Armen des Zahnkranzes. Diese Arme sind durchaus nothwendig, um den Zahnhranz in concentrischer Lage zu erhalten, indem derselbe an den hölzernen Radarmen nur durch Reibung gehalten wird. Die Arme h sind in die innere Fläche der Zahnsegmente so eingelegt, dass sie diese nur einwärts ziehen, nicht aber auswärts schieben können.

Fig. 9 ist eine äussere Ansicht, Fig. 10 ein Durchschnitt von der Rosette auf der Seite des Zahnkranzes. Sie ist mit dreierlei Hülsen versehen. Die Hülsen i gehören zu den radialen, die Hülsen $i_{\prime}$ zu den schiefen, die Hülsen i_2 zu den Zahnkranz-Armen. Die letzeren i_2 befinden sich zwischen den ersteren i. Die Hülsen i, $i_{\prime}$ sind mit Deckel k Fig. 13 versehen, welche sich aussen an die Seitenwände anstemmen, so dass sie nach radialer Richtung nicht hinausgeschoben werden können. An den inneren Flächen der Deckel bei $k_{\prime}$ und an den äusseren Enden der Hülsen i und $i_{\prime}$ sind Ansätze $k_{\prime}\,k_2$, Fig. 12, angebracht, welche in das Holz der Arme eingreifen. Zwei Schrauben, welche durch die Arme und durch die zweien Hülsen gemeinschaftliche Mittelwand gehen, drücken

die Deckel gegen die Hülsen und gegen die Arme, können aber nie bedeutend in Anspruch genommen werden, weil die Ansätze k_1 k_2 vorhanden sind, welche verhindern, dass die Arme nicht aus den Hülsen gezogen werden können. Die Zahnkranzstangen h sind mit den Hülsen durch Keile verbunden und werden durch diese angespannt. Die Hülse der Rosette ist mit einem Längenkeil auf den Kopf der Welle aufgekeilt, auch ist noch ein aus zwei halbkreisförmigen Hälften bestehender Keilring l in die Welle eingelegt, durch welchen die Rosette gegen eine Verschiebung nach auswärts geschützt wird. Die Rosette, Fig. 11 und 12, auf der andern Seite des Rades ist ähnlich construirt, wie die so eben beschriebene, nur sind an derselben die Hülsen i_2 nicht vorhanden. Fig. 11 ist die innere Ansicht, Fig. 12 ein Durchschnitt dieser Rosette. In Fig. 12 sieht man, wie die Arme durch die Ansätze k_1 k_2 gefasst werden.

Tafel XVII.

enthält eine Ansicht Fig. 1 und einen Vertikaldurchschnitt Fig. 2 des Rades. Das Rad hängt zwischen zwei Seitenmauern, auf welchen die Lager für die Wasserrad- und für die Kolbenwelle aufliegen. Unter den Lagerplatten sind grössere Quaderblöcke eingemauert. Das Zuleitungsgerinne tritt bei m Fig. 1 in die Radstube ein, und wird durch zwei neben dem Rade aufgestellte oben durch einen Querbalken verbundene Säulen n n getragen. Der Schützen, welcher aus einem schiefgestellten Brette o besteht, welches an zwei Gelenkstangen p angehängt ist, deren Drehungszapfen an den Wänden des Zuleitungsgerinnes angebracht sind, wird durch einen Mechanismus, bestehend aus Schrauben und Winkelrädern, von der Kurbel q aus auf und nieder bewegt. Dieser Mechanismus hat folgende Einrichtung. An dem Schützen o sind zwei Stangen r r angehängt, an deren oberen Enden Schraubengewinde angeschnitten sind. Die konischen Rädchen s s liegen mit ihren Hülsen auf Metallplättchen, die in den Querbalken eingelassen sind, und in diese Hülsen sind die Muttern für die Spindeln r r eingeschnitten. Wenn nun an der Kurbel q gedreht wird, wird die Bewegung durch die Winkelräder u u v v den Rädchen s s mitgetheilt, und dadurch werden die Schraubenspindeln r r mit dem daran hängenden Schützen auf oder nieder geschraubt.

H. Tafel XX., XXI. XXII.

Unterschlächtiges Schaufelrad mit Hebewerk.

Dieses Rad ist für eine Wassermenge von 5^{Kbm} in 1 Sekunde und für ein Gefälle von 1^m construirt. Bei so bedeutenden Wassermassen kommen jederzeit beträchtliche Veränderungen im Wasserstande vor, es ist desshalb angenommen worden, der höchste Wasserstand sei um $0{\cdot}8^m$ höher als der tiefste. Unter diesen Umständen kann nur dann von einer Ausführung eines Baues die Rede sein, wenn es gestattet wird, den oberen Wasserspiegel vermittelst eines Schleussenbaues in dem gleichen Maasse zu stauen, in

welchem der untere Wasserspiegel im Flusse steigt, so dass das nutzbare Gefäll unveränderlich auf 1m erhalten werden kann; denn wenn der obere Wasserspiegel gar nicht oder nur wenig gestaut werden dürfte, würde bei Hochwasser nur eine sehr geringe Betriebskraft vorhanden sein, die mit den Kosten eines derartigen Baues in einem argen Missverhältnisse stünde. Es ist daher angenommen worden, dass vermittelst eines Schleussenbaues der obere Wasserspiegel genau nach dem Wasserstand im Abflusskanal regulirt werden kann, so dass also das benutzbare Gefälle unveränderlich 1m beträgt.

Bei 1m Gefälle, 5Kbm Wasserzufluss in 1 Sekunde und 0·8m Veränderung im Wasserstande unterliegt es keinem Zweifel, dass man heut zu Tage kein Wasserrad, sondern lieber zwei Turbinen bauen würde; denn einerseits ist es unter diesen Umständen ganz unmöglich, durch einen Radbau ungefähr eben so viel reine Betriebskraft zu erhalten, als durch einen Turbinenbau, und anderseits muss der erstere Bau kostspieliger ausfallen als der letztere, weil das Rad, um bei jedem Wasserstand einen gleich guten Effekt geben zu können, nothwendig mit einem Hebewerk versehen werden muss, was mit beträchtlichen Unkosten verbunden ist.

Ich bin daher weit entfernt, einen Radbau nach den vorliegenden Zeichnungen unter den gegebenen Umständen zur Ausführung empfehlen zu wollen, glaube aber, dass diese Zeichnungen, wenn auch nicht für den Zweck der Praxis, doch für jenen der Schule von Werth sein dürften. Denn 1) handelt es sich in dem vorliegenden Werk möglichst vollständig zu zeigen, was durch die Wasserräder unter allen Umständen geleistet werden kann. 2) Ist für den Anfänger im Maschinenbau die Construktion eines derartigen Rades mit Hebezeug sehr belehrend, und gibt zu den mannigfaltigsten constructiven Uebungen die Veranlassung. 3) Kann eine gründliche Vergleichung zwischen den Wasserrädern und den Turbinen erst dann zu Stande kommen, wenn die Leistungen von beiden unter allen Umständen genau bekannt sind. Diese Gründe haben mich bewogen, den Bau dieses Rades mit Hebwerk durch ein Beispiel zu erläutern.

Bevor ich zur Beschreibung übergehe, will ich auch noch die Frage berühren, ob nicht in dem vorliegenden Falle ein Poncelet'sches Rad mit krummen Schaufeln mit Vortheil angewendet werden könnte?

Es unterliegt keinem Zweifel, dass mit krummen Schaufeln, wenn sie zweckmässig gekrümmt und in hinreichender Anzahl genommen würden, ein grösserer Nutzeffekt erhalten würde, als mit ebenflächigen Schaufeln; es ist aber auch gewiss, dass der Bau mit krummflächigen mehr als jener mit ebenflächichen Schaufeln kosten würde, denn das Hebwerk ist in dem einen und in dem anderen Falle nothwendig und die Hauptdimensionen des Rades, nämlich Breite und Halbmesser, fallen für beide Anwendungen ungefähr gleich gross aus, die Differenz der Kosten wird also durch die Form und Anzahl der Schaufeln bestimmt. Welche von den beiden Anordnungen den Vorzug verdiente, wenn es sich um eine Ausführung handelt, hängt nun davon ab, ob die Leistungen des Rades oder die Kosten des Baues mehr zu berücksichtigen sind. Ich habe mich für das letztere entschieden. Uebrigens sind die Schaufeln unter einem Winkel gegen den Radius gestellt und etwas gebrochen, wodurch sich die Construktion einer mit krummflächigen Schaufeln nähert.

Beschreibung des Baues im Allgemeinen.

Das Rad ist bis auf die Schaufeln von Eisen. Das Hebwerk oder vielmehr die Hebwerke, denn es sind deren zwei dargestellt, sind ganz von Eisen. Die Zu- und Abflusskanäle und das Radgerinne sind, bis auf kleinere Verbindungstheile, von Holz. Die Welle des Rades hat einen cylindrischen Kern und vier unter rechten Winkeln sich durchkreuzende, nach der Richtung der Axe bogenförmig gekrümmte Nerven. Auf die Welle sind drei Kegelkranzwerke aufgekeilt, von denen jedes aus einer Rosette, 8 Armen und aus 8 Kegelsegmenten besteht. Jede von den 24 Schaufeln ist an die drei Kegelkränze mit Schrauben befestigt. An eines der beiden äusseren Armwerke ist ein aus 8 Segmenten bestehender Zahnkranz angeschraubt, welcher die dem Rade mitgetheilte Kraft an die Kolbenwelle abgibt. Das Radgerinne besteht aus zwei bedielten, unter einander und mit dem Zuleitungskanal zusammengegliederten Rahmwerken, das erstere derselben, welches zunächst die Fortsetzung des Zuflusskanals bildet, hat eine ebene Oberfläche, das letztere ist nach dem Umfange des Rades sattelförmig gekrümmt und mit 4 Stangen an das Hebwerk gehängt, so dass es seine Entfernung von der Axe des Rades nicht ändert, wenn dieses durch das Hebwerk gehoben oder niedergesenkt wird. Es folgt also das Gerinne dem Rade und wird mit diesem gleichzeitig und übereinstimmend bewegt. Zum Heben und Senken des Rades sind auf Tafel XXII. zweierlei Vorrichtungen angegeben. Die eine, welche auch in der Zusammenstellung auf Tafel XX. dargestellt ist, ist ein Hängwerk, die andere dagegen ist ein Stützwerk. Beide Anordnungen stimmen darin überein, dass sie aus Hebeln bestehen, die sich um die Kolbenwelle drehen und auf welchen die Radwelle mit ihren Zapfen aufliegt, unterscheiden sich aber in dem Mechanismus, durch welchen diese Hebel auf und nieder bewegt werden. Bei dem Hängwerk hängt nämlich jeder Hebel vermittelst einer Schraubenstange an einem gusseisernen Gestelle; bei dem Stützwerk dagegen wird jeder Hebel durch eine Schraubenspindel unterstützt. Unmittelbar vor dem Rade ist ein Regulirschützen angebracht, vermittelst welchem der Wasserzufluss verändert werden kann. Er besteht aus einem mit Brettern belegten Rahmen, der vermittelst 8 schmiedeisernen Stangen an die Säulen der Einlassschleusse zurückgehängt ist und durch zwei Zahnstangen auf und niederbewegt werden kann. Die Getriebe, welche in die Zahnstangen eingreifen, befinden sich an einer nach dem Fabrikgebäude fortlaufenden Axe, von wo aus sie vermittelst einer in der Zeichnung nicht dargestellten Winde, die am einfachsten aus Wurm, Wurmrad und Kurbel bestehen kann, in Bewegung gebracht wird. In einiger Entfernung von dem Regulirschützen ist eine Einlassschleusse angebracht, die, wenn das Rad arbeitet, ganz aufgezogen wird, so dass das Wasser ungehindert bis zur Regulirfalle hinfliessen kann, dagegen aber ganz niedergelassen wird, wenn das Rad abgestellt, d. h. ausser Gang kommen soll. Die ganze rechtwinkliche Oeffnung, durch welche das Wasser eintritt, ist durch 2 Zwischensäulen in drei gleich grosse Oeffnungen getheilt, und jede dieser Oeffnungen ist mit einem besonderen Schützen nebst dazu gehörigem Aufzuge versehen. Jeder von diesen Schützen läuft mit 6 Rollen an der aufrechten Säule des Schleussen-

baues, ist mit einer Zahnstange versehen, und wird vermittelst eines aus Rädern, Sperrrad, Sperrhaken und Kurbel bestehenden Aufzuges auf und nieder bewegt.

Diese allgemeine Beschreibung des Baues ist vorläufig genügend, die detaillirte Beschreibung wird später folgen.

Berechnung der Hauptdimensionen des Baues.

Die Hauptdaten sind:

Gefälle . $H = 1^m$

Wasserzufluss in einer Sekunde $Q = 5^{kbm}$

Angenommen wurde:

Halbmesser des Rades . $R = 3^m$

Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = 0{\cdot}4\sqrt{2\,g\,H} = 1{\cdot}77^m$

Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt des Rades und dem absoluten Effekt der Wasserkraft . $\frac{N_n}{N_a} = 0{\cdot}35$

Füllung des Rades . $\frac{Q}{a\,b\,v} = {}^2/_3$

Durch Rechnung findet man nun:

Absoluter Effekt der Wasserkraft in Pferdekräften à 75 Klgm. $N_a = \frac{1000\,Q\,H}{75} = 66{\cdot}67$

Nutzeffekt des Rades . $N_n = 23{\cdot}33$

Verhältniss zwischen der Breite des Rades und der radialen Dimension einer Schaufel $\frac{b}{a} = 1{\cdot}75\sqrt[3]{N_a} = 7{\cdot}1$

Breite des Rades $b = \sqrt{\frac{3\,Q}{2\,v}\frac{b}{a}} = 5{\cdot}48^m$

Radiale Dimension der Schaufeln $a = \frac{b}{7{\cdot}1} = 0{\cdot}77$

Anzahl der Arme eines Systems $\mathfrak{N} = 2\,(1 + R) = 8$

Schaufeltheilung $e = 0{\cdot}2 + 0{\cdot}7\,a = 0{\cdot}739$

Anzahl der Radschaufeln $i = \frac{2\,R\,\pi}{e} = 24$

Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute $n = 9{\cdot}548\frac{v}{R} = 5\,63$

Halbmesser des Zahnkranzes (angenommen) $R_1 = 2^m$

Halbmesser des Getriebes $r_1 = {}^1/_4\,R_1 = 0\,5$

Anzahl der Umdrehungen des Getriebes $n_1 = 4\,n = 22{\cdot}52$

Geschwindigkeit am Umfang des Zahnkranzes. $= {}^2/_3\,v = 1{\cdot}18^m$

Druck am Umfange des Zahnkranzes $= \frac{75\,N_n}{1{\cdot}18} = 1483$

Dimensionen der Zähne . . $\begin{cases} z = 0{\cdot}086\sqrt{1483} \ldots\ldots = 3{\cdot}31 \\ z_1 = 6\,z \ldots\ldots = 19{\cdot}86 \\ z_2 = {}^1/_4\,z_1 \ldots\ldots = 4{\cdot}96 \\ z_3 = 2{\cdot}1\,z \ldots\ldots = 6{\cdot}95 \\ \text{Anzahl} = \frac{2\,R_1\,\pi}{z_3} \ldots\ldots = 184 \end{cases}$

Die mittleren cylindrischen Theile der Radwelle sind wie Transmissionswellen bestimmt worden, die $\frac{1}{3}N_n$ und $\frac{2}{3}N_n$ Pferdekraft mit $n = 5{\cdot}63$ Umdrehungen zu übertragen haben. Es sind demnach

die Durchmesser der cylindrischen Theile der Radwelle . $\begin{cases} 16\sqrt[3]{\dfrac{23{\cdot}33}{3 \times 5{\cdot}63}} = 18^{cm} \\ 16\sqrt[3]{\dfrac{2 \times 23{\cdot}33}{3 \times 5{\cdot}63}} = 23^{cm} \end{cases}$

Die Nerven, mit welchen die Radwelle versehen ist, geben diejenige Verstärkung, die hier nothwendig ist, damit die Welle das Gewicht des Rades zu tragen vermag. Die Berechnung dieser Nerven folgt weiter unten.

Das Armsystem, an welches der Zahnkranz angeschraubt ist, hat die Kraft $\frac{2}{3}N_n$ von der Rosette bis zum Zahnkranz heraus und die Kraft $\frac{1}{3}N_n$ von dem Kegelkranze bis zum Zahnkranze hinein zu übertragen. Die beiden anderen Armsysteme haben jedes eine Kraft $\frac{1}{3}N_n$ von den Kegelkränzen bis zur Welle hinein zu übertragen. Die Querschnittsdimensionen der Arme sind demnach nach Seite 163:

a) für die leichten Arme:

an der Axe .	Höhe	$= 0{\cdot}86 \times 18$	$= 15{\cdot}48^{cm}$
	Dicke	$= \frac{1}{5} \times 15{\cdot}48$	$= 3{\cdot}10$ „
am Kegelkranz	Höhe	$= \frac{3}{4} \times 15{\cdot}48$	$= 11{\cdot}61$ „
	Dicke	$= \frac{3}{4} \times 3{\cdot}10$	$= 2{\cdot}32$ „

b) für die starken Arme.

an der Axe .	Höhe	$= 0{\cdot}86 \times 23$	$= 17{\cdot}78^{cm}$
	Dicke	$= \frac{1}{5} \times 17{\cdot}78$	$= 3{\cdot}56$ „
am Zahnkranz	Höhe	$= \frac{3}{4}\ 17{\cdot}78$	$= 13{\cdot}33$ „
	Dicke	$= \frac{3}{4}\ 3{\cdot}56$	$= 2{\cdot}67$ „
am Kegelkranze	Höhe	= wie bei a	$= 11{\cdot}61$ „
	Dicke	= wie bei a	$= 2{\cdot}32$ „

Zur Bestimmung der Dimensionen der Nerven der Welle dienen die Figuren 63 und 70, von denen die eine die auf die Welle wirkenden Kräfte nebst ihren Angriffspunkten und die andere die Bezeichnungen für die Dimensionen des mittleren Querschnitts enthält. Die Pressungen sind aus der später folgenden Gewichtsberechnung entnommen. Die Pressungen 1100 bedeuten die Gewichte der zwei Wellenhälften in ihren Schwerpunkten wirkend.

Denkt man sich die rechte Hälfte der Welle eingemauert, so ist das in Kilg. und Centim. ausgedrückte Moment, welches den mittleren Querschnitt der Welle zu brechen sucht:

$$6400 \times 300 - 4411 \times 250 - 1100 \times 150 = 692250$$

man hat daher:

$$\frac{\mathfrak{N}}{6\,h}\left[0{\cdot}589\ D_1^4 + (h^3 - D_1^3)\,e + (h - D_1)\,e^3\right] = 692250$$

wobei $\mathfrak{R}$ den Coeffizienten für respective Festigkeit bezeichnet. In dieser Gleichung kann nun D_1, h und $\mathfrak{R}$ angenommen werden und dann findet man aus ihr die Dicke der Nerve. Für D_1 muss offenbar der kleinere Durchmesser von den cylindrischen Theilen der Welle genommen werden. h kann man so wählen, dass die Welle ein geschmeidiges Ansehen erhält. Für $\mathfrak{R}$ darf man den zehnten Theil des Werthes in Rechnung bringen, welcher dem Bruch entspricht.

Setzten wir also:

$$D_1 = 18^{cm},\ h = 50^{cm},\ \mathfrak{R} = \frac{3000}{10} = 300$$

so findet man, dass obiger Gleichung Genüge geleistet wird durch

$$e = 5{\cdot}29^{cm}$$

Hiermit sind nun die mittleren Querschnittsdimensionen der Welle bestimmt.

Die Dimensionen der ausserhalb des Rades befindlichen Theile der Welle sind nun:

Durchmesser der Zapfen:

auf der Zahnkranzseite $= 0{\cdot}18\sqrt{6400}$ $= 14{\cdot}4^{cm}$

auf der anderen Seite $= 0{\cdot}18\sqrt{4650}$ $= 12{\cdot}2$ „

Länge der Zapfen:

auf der Zahnkranzseite . $= 19^{cm}$

auf der anderen Seite . $= 19^{cm}$

Entfernung der Mittel der Zapfen von jenen der Rosetten:

auf der Zahnkranzseite . $= 40^{cm}$

auf der anderen Seite . $= 40$ „

Durchmesser der Wellköpfe:

auf der Zahnkranzseite $= 14{\cdot}4\sqrt[3]{\frac{40}{\frac{1}{2}\,19}}$ $= 23{\cdot}24^{cm}$

auf der anderen Seite $= 12{\cdot}2\sqrt[3]{\frac{40}{\frac{1}{2}\,19}}$ $= 20{\cdot}00$ „

In der Zeichnung sind die Wellköpfe etwas grösser, als hier die Rechnung gegeben hat, weil wegen der Keile, die zum Aufkeilen der Rosetten dienen, eine Verstärkung nothwendig wird. Diese nun berechneten Querschnittsdimensionen der Welle gewähren hinreichend sichere Anhaltspunkte zur vollständigen Verzeichnung derselben, und es sind nun überhaupt alle Hauptdimensionen des Rades bestimmt.

Die Berechnung der Querschnittsdimensionen der beiden Hebwerke und der Schützenzüge will ich übergehen, weil die Regeln zur Berechnung der Querschnittsdimensionen der Maschinenorgane überhaupt nicht hierher gehören.

Der Durchmesser der Kolbenwelle ist $16\sqrt[3]{\frac{23{\cdot}33}{22{\cdot}52}}$ $= 17^{cm}$

Effektberechnung des Rades.

Die Wirkung des Wassers auf die Schaufeln erfolgt bei diesem Rade ungefähr, wie bei dem Poncelet-Rade. Es schlägt zunächst theilweise an die Schaufeln, gleïtet dann mit der nach dem Schlage noch übrig bleibenden relativen Geschwindigkeit an den Schaufeln hinauf, und wirkt dabei fortwährend durch Druck. In der Höhe der Schaufeln angekommen, beginnt es wiederum an denselben herabzugleiten, kann aber, während diess geschieht, kaum mehr eine merkliche Wirkung hervorbringen, denn die Schaufeln haben in ihrer Austrittsposition fast eine vertikale Stellung. Die Hauptverluste an Effekt, welche bei diesem Rade vorkommen, sind also: 1) der Verlust, welcher bei dem partiellen Stoss beim Eintritt des Wassers stattfindet; 2) die Wirkungsfähigkeit, welche im Wasser enthalten ist, wenn es in seiner Aufwärtsbewegung den höchsten Punkt erreicht hat. Andere beachtenswerthe Verluste kommen nicht vor, denn die Schaufeln gehen fast nach vertikaler Richtung aus dem Unterwasser und ein merklicher Wasserverlust zwischen und unter den Schaufeln kann bei der vorhandenen Bauart des Radgerinnes nicht eintreten. Zwischen den Schaufeln kann kein Wasser entweichen, weil der sattelförmige Theil des Gerinnes dem Umfang des Rades auf zwei Schaufeltheilungen folgt. Unter dem Rade kann kein Wasserverlust stattfinden, weil der ebenflächige bewegliche Theil des Zuleitungsgerinnes das Wasser über den Spielraum weg in die Schaufelräume leitet.

Wenn wir uns auch hier wiederum der Bezeichnungen bedienen, welche bei dem Poncelet-Rade (Seite 112) gewählt worden sind, so erhalten wir:

Den Effektverlust, welcher beim Eintritt des Wassers entsteht:

$$1000 \frac{Q}{2 g} [V \sin (\beta - \delta) - v \sin \beta]^2$$

Die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser nach dem Stosse an den Schaufeln hinaufzugleiten beginnt, ist:

$$V \cos (\beta - \delta) - v \cos \beta$$

Die Höhe, bis zu welcher es emporsteigt, ist:

$$\frac{1}{2 g} [V \cos (\beta - \delta) - v \cos \beta]^2$$

Die Wirkungsfähigkeit, welche im Wasser in dem Momente enthalten ist, wenn es im höchsten Punkte angekommen ist:

$$1000 Q \left\{ \frac{v^2}{2 g} + \frac{1}{2 g} [V \cos (\beta - \delta) - v \cos \beta]^2 \right\}$$

Der Nutzeffekt des Rades ist demnach:

$$E_n = 1000 Q H - 1000 \frac{Q}{2 g} [V \sin (\beta - \delta) - v \sin \beta]^2$$

$$- 1000 Q \frac{Q}{2 g} \left\{ v^2 + [V \cos (\beta - \delta) - v \cos \beta]^2 \right\}$$

Es ist aber, wenn das Rad durch das Hebwerk zweckmässig nach dem Wasserstand gestellt wird:

$$V = \sqrt{2\, g\, H}$$

und unter dieser Voraussetzung wird der Ausdruck für den Effekt:

$$E_n = 1000 \frac{Q}{g} v (V \cos \delta - v)$$

Diese Formel stimmt aber mit derjenigen überein, welche unter der Voraussetzung gefunden wird, dass das Wasser senkrecht gegen die Schaufeln eines Rades stösst und nach dem Stosse mit der Geschwindigkeit v von dem Rade fortfliesst, der Vortheil, den also diese schiefe Stellung der Schaufeln gewähren kann, reducirt sich auf die hier nicht in Rechnung gebrachte Wirkung, die das Wasser während seiner niedergehenden Bewegung noch hervorzubringen im Stande sein mag.

Setzen wir in dem letzten Ausdruck für den Effekt:

$$v = 0{\cdot}4\, V,\ \delta = 14^0$$

so findet man:

$$E_n = 0{\cdot}456 \times 1000\, Q \frac{V^2}{2\, g} = 0{\cdot}456\, E_a$$

Dieses Resultat dürfte der Wahrheit sehr nahe kommen, denn ein merklicher Wasserverlust kann, wie schon gezeigt worden ist, nicht eintreten, und wenn auch etwas Wasser verloren geht, so wird der daraus entstehende Effektverlust wiederum durch die Wirkung ersetzt, welche das Wasser in seiner niedergehenden Bewegung hervorbringt. Wir dürfen uns also versprechen, dass das Rad 45 Prozent Nutzeffekt hervorbringen könnte, ein Resultat, das für ein unterschlächtiges Rad günstig genannt werden kann. Wenn die Schaufeln noch mehr schief gestellt würden, als sie es in der Zeichnung sind, könnte allerdings das Wasser in seiner niedergehenden Bewegung besser wirken; allein durch eine zu schiefe Stellung der Schaufeln wird ihre senkrechte Entfernung am inneren Umfange des Rades so eng, dass das Wasser in seiner Aufwärtsbewegung gegen die Rückseite der Schaufeln schlagen müsste, wodurch jener Vortheil wieder aufgehoben würde.

Dieser inneren Verengung der Schaufelkanäle kann man nur durch krumme Schaufeln entgehen und darin, und sonst in nichts anderem, liegt der Vortheil der letzteren, denn für die Wirkung des Wassers ist es ganz gleichgültig, wie die Schaufeln geformt werden.

Gewichts- und Kostenberechnung des Baues.

a. Das Rad.

	Gewicht in Kilogramm.
24 Schaufeln von Holz	530
3 Kegelkränze	2295
16 leichte Radarme	1840
8 schwere Radarme	1380
3 Rosetten	858
1 Welle	2200
1 Zahnkranz	1750
Schrauben und Beschläge	147
Totales Gewicht des Rades	11000

In der Voraussetzung, dass das Rad 45 Prozent Nutzeffekt gibt, ist $N_n = 30$. Das Gewicht pr 1 Pferdekraft Nutzeffekt ist dann:

$$\frac{11000}{30} \ldots\ldots = 366 \text{ Kilg.}$$

Wenn dagegen 35 Prozent Nutzeffekt gerechnet werden, wie bei der Berechnung der Arme und Wellen geschehen ist, wird $N_n = 23{\cdot}33$ und das Gewicht für 1 Pferdekraft Nutzeffekt wird sodann:

$$\frac{11000}{23{\cdot}33} \ldots\ldots = 471 \text{ Kilg.}$$

Das Rad selbst ist also nicht schwer.

b. Gewicht des Hängwerkes.

	Gewicht in Kilogramm.
2 grosse Böcke, an welche das Rad angehängt ist, nebst den zwei grossen Lagerplatten	1636
1 Lagerbock für die Kolbenwelle und für den Hebel auf der Seite des Zahnkranzes	185
1 Stuhl für den Hebel auf der dem Zahnkranz gegenüber befindlichen Seite	190
Die zwei gegossenen Arme, welche die Radaxe in unveränderlicher Entfernung von der Axe der Kolbenwelle erhalten, nebst den gegossenen Ringen, in welche die Schalen der Radzapfen eingelegt sind	478
Die zwei grossen Schrauben, an welchen das Rad hängt	94
Die zwei mit Zapfen und Axenhaltern versehenen Muttern	16
Die zwei Wurme	29
Die zwei Wurmräder	63
Die zwei Kurbeln	7
Summe	2698

c. Gewicht des Stützwerks.

	Gewicht in Kilogramm.
Die zwei Stühle, welche die Pfannen für die Stützschrauben tragen	171
Die zwei mit Zapfen und Axenhaltern versehenen Pfannenträger	15
Zwei Wurmräder .	63
Zwei Wurme .	29
Zwei Kurbeln zu den Wurmaxen	7
Zwei Stützschrauben .	94
Zwei Hebel, auf welchen das Rad liegt, nebst den mit Zapfen versehenen Schraubenmuttern .	1209
Ein Stuhl zur Kolbenwelle und für den Hebel auf der Zahnkranzseite . . .	273
Ein Stuhl auf der andern Seite des Rades	180
Summe . .	2041

d. Gewicht der eisernen Theile, welche an dem Bau des Gerinnes, an dem Regulir-Schützen und an dem Einlass-Schützen vorkommen.

		Gewicht in Kilogramm.
Vier Stangen, vermittelst welchen das Gerinne an das Hebwerk gehängt ist .		61
Vier gegossene Anfasser, in welche jene Stangen unten eingehängt sind . .		40
Acht Charnier-Verbindungen zum gegliederten Gerinne		33
Sechs runde Parallelogrammstangen		121
Zwei flache Parallelogrammstangen		130
Acht Bolzen zur Befestigung dieser acht Stangen mit den Regulirschützen .		14
Acht Bolzen zur Befestigung der gleichen Stangen mit den Säulen der Einlass-Schleusse .		21
Zum Aufzug des Regulirschützen	2 Zahnstangen	52
	2 Endlager	48
	1 Mittellager	11
	2 Getriebe	33
	1 Axe	93
Zu den Aufzügen der Einlass-Schleusse	18 Rollen mit Lagern	312
	3 Zahnstangen	171
	3 Aufzugwinden mit Rädern, Getrieben, Sperrwerk und Kurbeln	585
	Summe . .	1725

Die ganze in der Zeichnung dargestellte Holzconstruktion, mit Einschluss der Radschaufeln, hat:

Kubikinhalt .	15 kbm
Oberfläche .	447 qm

Die Gesammtkosten des Baues sind nun:

Eisenconstruction am

Rad (ohne Schaufeln)	= 10470 Kilg.		
Hebwerk	= 2698 „		
Schützen und Gerinne	= 1725 „		
	14893 Kilg.	100 Klg. à fl. 40,	fl. 5960

Holzconstruktion:

Volumen	15^{kbm},	1^{kbm} à fl. 20	fl. 300
Zu bearbeitende Oberfläche	477^{qm},	1^{qm} à fl. 1·5	„ 716
		Summe . .	fl. 6976

Kosten per 1 Pferdekraft:

wenn 35 Prozent Nutzeffekt gerechnet werden	fl. 300
wenn 45 Prozent Nutzeffekt gerechnet werden	„ 233

Diese Baukosten sind nun zwar, wie vorauszusehen war, höher als bei den übrigen Rädern, sie stehen aber doch in keinem grossen Missverhältniss mit den Leistungen, welche man sich von dem Rade versprechen darf.

Beschreibung der Details des Baues.

Tafel XXI.

enthält die Details zu dem Rade, zum Regulirschützen und zur Einlassschleusse. Fig. 1 ist eine Ansicht, Fig. 2 und 3 sind Durchschnitte von einem Schaufelkranz-Segmente. Der Kranz a geht mitten durch die Schaufelarme und theilt diese in zwei Theile, die unter einem stumpfen Winkel zusammen treffen. An den Winkelpunkten stossen je zwei eine Schaufel bildende Bretter an einander und werden mit Schrauben theils gegen die Armnerve a_2, theils gegen die Lappen a_1 befestigt. Die Kegelkranzsegmente stossen stumpf aneinander und ihre wechselseitige Verbindung, so wie auch jene mit den Rad-armen, geschieht durch runde Metallscheiben und Schraubenbolzen, von denen die ersteren zur Hälfte in die Enden der Kegelkränze und zur Hälfte in die Enden der Arme eingelegt sind. Diese Metallscheiben sind abgedreht und die Vertiefungen, in welche sie zu liegen kommen, ausgebohrt. Die Säume, welche die Vertiefungen umgeben, sind gehobelt.

Fg. 4 und 5 sind zwei Ansichten. Fig. 6 ist ein Querschnitt eines Zahnkranzsegmentes. Die Zähne des Zahnkranzes, so wie jene des Getriebes sind nach Evolventen gekrümmt. Die Vortheile, welche die Evolventenverzahnung überhaupt und insbesondere bei den Wasserrädern gewährt, sind sehr mannigfaltig. Die Nachweisung dieser Vortheile gehört aber nicht hierher. Die Zahnkranzsegmente stossen mit Endflantschen, die gehobelte Säume haben, aneinander und sind mit Schrauben zusammen geschraubt. Die Verbindung des Zahnkranzes mit den Armen geschieht ähnlich, wie jene der Kegelkränze mit den Armen, vermittelst eingelegter Metallscheiben und Schrauben.

Fig. 7 ist der mittlere Querschnitt der Radwelle, durch den schwächeren cylindrischen Kern.

Fig 8 bis 13 stellen einen auf der Zahnkranzseite befindlichen Radarm dar. Fig. 14 und 15 dagegen einen Arm des mittleren Armsystems. Die Grundform jedes Armes hat einen T-förmigen Querschnitt. Die mittlere Nerve ist an dem inneren Ende des Armes hufeisenförmig in zwei Nerven c_1 c_1 getheilt, die äussere Seite des Armes ist mit Saumnerven c_2 c_2 versehen. Jeder Arm von der Zahnkranzseite ist mit drei brillenförmigen Theilen versehen, von denen jeder durch gehobelte, über die Ebene des Armes hervorragende Säume c_3 gebildet wird, welche die ausgedrehten und in der Mitte durchbohrten Vertiefungen c_4 umgeben. Die äussere, quer über die Arme gestellte Brille, welche Fig. 10 im Durchschnitte zeigt, dient zur Befestigung der Kegelkränze untereinander und mit dem Arme. Die mittlere in Fig. 11 im Querschnitt dargestellte Brille dient zur Befestigung des Zahnkranzes mit dem Radarme. Die innere nach der Richtung des Armes gestellte Brille dient zur Befestigung der Arme mit der Rosette. Diese Befestigungen geschehen durch abgedrehte und in der Mitte durchgebohrte Metallscheiben, die zur Hälfte in die Vertiefungen der Brillen und zur Hälfte in die an den Enden der Kegelkränze und Zahnkranzsegmente angebrachten ähnlichen Vertiefungen eingelegt werden, und durch Schraubenbolzen, welche durch die mittleren Durchbohrungen gesteckt und mit Muttern angezogen werden. Die Metallscheiben schützen gegen jede Verschiebung der Theile gegen einander, so dass die Bolzen nur die Theile zusammen zu halten haben. Die gehobelten Flächen c_5, Fig. 9, kommen überdiess noch zwischen Ansätze zu liegen, die an der Rosette angegossen sind, und je zwei aufeinander folgende Arme berühren sich an der Rosette mit den gehobelten Flächen c_6 Fig. 9. Diese etwas raffinirte Verbindung mit den Einlegscheiben macht allerdings viele Arbeit, sie ist aber auch äusserst exakt und solid. Die Fig. 8 bis incl. 15 zeigen, dass im Allgemeinen die Querschnitte nach aussen zu verjüngt sind. Diese Verjüngung ist bei den Armen Fig. 14 und 15 ganz stetig, bei dem Arme Fig. 9 dagegen bemerkt man an der mittleren Brille eine plötzliche Aenderung des Querschnitts, was daher kommt, weil die Kraft, welche der äussere Theil dieses Armes bis zur Brille einwärts zu übertragen hat, nur halb so gross ist, als diejenige, welche der innere Theil des Armes bis zur mittleren Brille hinaus übertragen muss.

Fig. 16 bis incl. 19 zeigen die Construktion der Rosette. Die obere Hälfte der Fig. 16 ist ein Schnitt der Rosette auf der Zahnkranzseite nach einer Richtung, $\alpha\beta$, welche den Winkel der Richtungen zweier unmittelbar aufeinander folgenden Arme halbirt. Die untere Hälfte von Fig. 16 ist ein Schnitt nach der Richtung eines Armes. Die untere Hälfte von Fig. 17 ist eine Ansicht von der Seite, an welche die Arme angelegt werden, die obere Hälfte ist eine Ansicht von der anderen Seite. Das Gleiche gilt auch in Bezug auf die Figuren 18 und 19, welche die mittlere Rosette des Rades darstellen. Die dritte Rosette stimmt der Form nach genau mit der ersteren überein, hat aber etwas kleinere Dimensionen als diese. Der Hauptkörper einer jeden Rosette wird durch eine Scheibe d und durch die cylindrische Hülse d_1 gebildet. Ueber diese Scheibe ragen die Bogenstücke d_2 und die brillenförmigen Säume d_3 hervor, erstere aber bedeutend mehr als letztere. Die Säume d_3 sind eben abgedreht und kommen mit den an den inneren Theilen der Arme befindlichen Säumen in Berührung. Die Vertiefungen

d_4, welche durch die Säume gebildet werden, sind ausgedreht und in der Mitte durchbohrt. Jede von den Seitenrosetten wird durch einen, die mittlere Rosette dagegen wird wegen der Querschnittsform der Welle mit vier Keilen aufgekeilt.

Fig. 20 und 21 zeigen das Getriebe, welches durch den Zahnkranz getrieben wird. Die Zähne sind nach Kreisevolventen gekrümmt, und die Umfangsnerve e ist in der Mitte zwischen je zwei Armen erhöht; im Uebrigen ist das Getriebe wie gewöhnlich gebildet.

Die Fig. 22 bis 26 incl. zeigen die Theile des Aufzugs für den Regulirschützen. Fig. 22 ist das Doppellager f, in welches die Axe f_1 und die Axe f_2 für die Leitrolle f_3 eingelegt ist, welche letztere die Zahnstange f_4 gegen die Zähne des Getriebes f_5 hinhält. Die Lager für die Aufzüge brauchen nicht mit Pfannen versehen zu werden, weil diese Aufzüge nur von Zeit zu Zeit bewegt werden, daher ein Ausreiben der Lager nicht eintreten kann.

In Fig. 27, 28, 29 sind die zwei Bolzen dargestellt, die eines von den Gelenken bilden, durch welche die beweglichen Theile des Gerinnes untereinander und mit dem unbeweglichen Theile zusammengegliedert sind.

Fig. 30 bis 34 incl. zeigen einen von den drei Aufzügen der Einlass-Schleusse; g ist die Lagerplatte, welche mit zwei Schrauben auf dem oberen Querbalken der Schleusse befestigt wird; g_1 sind zwei an die Platte angegossene Schilde, in welchen sich die beiden Axen g_2 und g_3 des Aufzuges bewegen. Mit g_2 ist das Sperrrad g_4, das Getriebe g_5 und die Kurbel g_6 verbunden; mit der Axe g_3 das Getriebe g_7 und das Stirnrad g_8. Um die von dem Getriebe g_7 bewegte Zahnstange g_9 in vertikaler Richtung und in gleicher Entfernung von der Axe g_3 zu erhalten, geht dieselbe durch ein in der Platte g angebrachtes Loch und berührt mit ihrer Verstärkungsnerve den von der Axe g_3 entfernteren Rand dieses Loches. Ein Sperrhaken g_{10} verhindert die rückgängige Bewegung der Winde.

Fig. 35, 36, 37 zeigen die Einrichtung von einer der 18 Laufrollen, mit welchen die drei Schützen der Einlass-Schleusse versehen sind. h ist das mit zwei Schrauben an den Schützen geschraubte Lager, welches die in Eig. 37 besonders abgebildeten Zapfen h_1 hält, auf welchen sich die Rolle h_2 dreht.

Tafel XXII.

Auf dieser Tafel sind zweierlei Anordnungen zum Heben und Senken des Rades und des daran gehängten gegliederten Gerinnes dargestellt.

Fig. 1 bis 8 incl. ist ein Hebwerk mit Stützschrauben, in Fig. 9 bis 17 incl. ein Hebwerk mit Hängschrauben.

Das Stützwerk hat folgende Einrichtung. Auf jeder Seite des Rades ist ein Hebel angebracht, welcher sich um eine Axe dreht, die mit jener der Kolbenwelle übereinstimmt. Diese Hebel werden durch starke Schraubenspindeln gestützt und tragen das Rad, indem es mit den Zapfen seiner Welle auf den Hebeln liegt. Von jedem dieser Hebel gehen zwei Stangen nach dem unter dem Rade befindlichen sattelförmigen Theile des Gerinnes. Die Hebel umgreifen mit ihren schnabelförmigen Enden die Zapfen, mit

welchen die den Stützschrauben entsprechenden Schraubenmuttern versehen sind. Werden die beiden Schraubenspindeln gleichzeitig vermittelst der zu diesem Zwecke vorhandenen Winden nach der einen oder der anderen Richtung gedreht, so gehen die Muttern hinauf oder herab und die Hebel mit dem Rade und dem daran hängenden Gerinne folgen nach, ohne dass der Eingriff die Zähne des Zahnkranzes in das bei dieser Bewegung ruhig liegen bleibende Getriebe gestört wird.

Die Details dieser Anordnung sind folgendermaassen beschaffen: Die Hebel, welche die Wasserradwelle tragen, haben von ihren Drehungsaxen an bis in die Nähe der Lager für die Wasserradwelle einen T-förmigen Querschnitt. Von da an theilt sich aber die vertikale Hauptnerve i Fig. 1, 2, 4, 5, 6 in zwei Nerven i_1 Fig. 1, 2, 3, 7, die aber oben durch eine horizontale, jedoch an zwei Stellen durchbrochene Nerve i_2 verbunden sind. Diese Hebel sind so berechnet und geformt, dass alle Querschnitte bis auf den zehnten Theil ihrer respektiven Festigkeit in Anspruch genommen sind. Der auf der Zahnkranzseite befindliche Hebel endiget mit einem innen zapfenlagerartig eingerichteten, aussen wiegenförmigen Theile i_3, der mit seinen halbrunden Rändern in den eben so geformten Ausschnitten des Stuhles aufliegt und sich in denselben drehen kann. In diesem Lager, welches mit Pfannen und mit einem (zwar nicht unumgänglich nothwendigen) Deckel versehen ist, liegt die Kolbenwelle mit ihrem Halse. Wird der Hebel i auf und nieder bewegt, so erleidet die Kolbenwelle keine Verschiebung, weil die äussere Rundung des Hebels, mit welcher er im Stuhle aufliegt, mit der Axe der Kolbenwelle concentrisch ist. Der Stuhl k besteht aus einer Grundplatte und aus zwei durch eine Nerve vereinigte und verstrebte vertikale Schilde mit den zur Lagerung des Hebels geeigneten Ausschnitten. Der Deckel des Lagers wird vermittelst zweier Schrauben gegen das Lager niedergeschraubt. Die Bolzen dieser Schrauben sind ankerförmig und in den Körper des Lagers eingelegt. Der Hebel auf der dem Zahnkranze gegenüber befindlichen Seite des Rades ist mit einer einfachen Drehungsaxe k_1 Fig. 6 versehen, die in einem aus zwei Schilden und aus einer Grundplatte bestehenden Stuhl k_2 aufliegt. Die geometrische Axe von k_1 stimmt mit jener der Kolbenwelle überein. Die Pfannen i_1 Fig. 1, 2, 7, 8, in welchen sich die Zapfen der Wasserradwelle drehen, liegen in halbkreisförmigen, in den Nerven i_1 angebrachten Ausschnitten und sind durch Ränder, welche die inneren Flächen der Nerven i_1 berühren, gegen jede Verschiebung nach der Richtung der Axe des Wasserrades geschützt. Ueber den Zapfen ist ein halbkreisförmiger, aussen cylindrischer, innen vernervter Deckel gestürzt, welcher den Zapfen nicht berührt und die Bestimmung hat, das ringförmige Gussstück i_6 zu tragen. Die Saumnerven dieses Stückes bilden unten zwei doppelte Zapfenhalter, in welche die Stangen i_7 vermittelst zweier Zapfen angehängt sind. Die Stangen i_7 sind, wie aus Fig. 1 Tafel XX. zu ersehen ist, zum Verlängern und zum Verkürzen eingerichtet, um den Spielraum zwischen den äusseren Schaufelkanten und dem Gerinnsattel genau reguliren zu können.

l Fig. 1, 2, 3 ist eine mit zwei Zapfen versehene Schraubenmutter, welche in Verbindung mit der Spindel l_1 eine Art Krücke bildet, die den grossen Hebel unterstützt, indem dieser mit seinen schnabelförmigen Enden die beiden Zapfen der Mutter übergreift. Die Spindel l_1 steht mit ihrem unteren Zapfenende in einer Pfanne, die mit zwei

Zapfen in einem Stuhl m liegt und vermittelst zweier Arme die Axe einer Schraube ohne Ende l_3 hält, welche durch eine Handkurbel l_4 gedreht werden kann, wodurch das mit der Spindel l_1 befestigte Wurmrad l_5, und mithin die Spindel l_1 selbst in drehende Bewegung versetzt wird. Die Wirkung von dieser Vorrichtung bedarf keiner Erklärung. In der höchsten und tiefsten Stellung des Hebels steht die Spindel l_1 vertikal, in der mittleren Stellung, welche in der Zeichnung dargestellt ist, steht sie schief. Die Stühle m und k_2 stehen hart am Rande der Seitenmauern des Rades, die bei dem Stuhle k höher sind, als bei dem Stuhle m. Da die radialen Kanten nur um den für die Ausführung nothwendigen Spielraum von 2^{cm} von den Seitenmauern entfernt sind, so mussten diese letzteren für das Spiel der Stangen i_7, welche nothwendig ausserhalb des Rades sein müssen, ausgeschnitten sein.

Wenden wir uns nun zur Beschreibung des Hebwerkes mit Hängschrauben. Bei dieser Anordnung, welche auch in der Zusammenstellung Tafel XX. dargestellt ist, befindet sich auf jeder Seite des Rades ein gusseiserner Arm, durch welchen die Axe der Wasserradwelle in unveränderlicher Entfernung von der Axe der Kolbenwelle erhalten wird. Diese Arme drehen sich um Axen, die mit jener der Kolbenwelle übereinstimmen. Die Wasserradwelle dreht sich mit ihren Zapfen in Pfannen, welche in die ringförmigen Enden der Arme eingelegt sind, und diese Enden sind vermittelst eines Gehänges und einer Schraube an zwei gusseiserne, pyramidale Stühle gehängt, können aber gehoben und gesenkt werden. Von jenen Gehängen gehen Stangen nach dem Gerinnssattel hinab.

Der auf der Seite des Zahnkranzes befindliche Arm n hat im Allgemeinen einen kreuzförmigen Querschnitt, endiget linker Hand, Fig. 9, mit einem Ring von T-förmigem Querschnitt und rechter Hand mit einem innen zapfenlagerartig eingerichteten, aussen wiegenförmigen Theil. Das Lager, in welchem sich die Kolbenwelle dreht, ist mit Schalen und mit einem Deckel versehen, welcher vermittelst zweier Schrauben, Fig. 15, nieder geschraubt wird. Die Ränder der Wiege sind concentrisch mit der Axe der Kolbenwelle und liegen in entsprechenden bogenförmigen Ausschnitten des Stuhles o. In den Ring n_1 des Armes ist von jeder Seite ein genau einpassender Ring n_3 eingeschoben. Diese Ringe, welche durch die in sie eingelegte Pfanne n_4 für den Zapfen der Wasserradwelle zusammangehalten werden, hängen vermittelst des Zapfens p, Fig. 9, 11, 13 an der Schraubenspindel p_1, und halten vermittelst zweier Zapfen die nach dem Gerinnssattel führenden Stangen p_2. Ueber die Spindel ist eine Hülse p_3 geschoben, die vermittelst zweier Zapfen p_4 auf dem pyramidalen Stuhl q aufliegt und mit einem Axenhalter p_5 versehen ist, in welchem die Axe der Schraube ohne Ende r liegt, die mit ihren Gewinden in die Zähne des mit einer messingenen Schraubenmutter r_1 ausgefütterten Rades r_2 eingreift. Die Mutter liegt mit ihrer unteren ringförmigen Fläche auf der Hülse p_3, und die Axe der Schraube ist mit einer Kurbel r_3 versehen. Wird diese Kurbel nach der einen oder nach der anderen Richtung gedreht, so wird die Spindel p_1 mit allen daranhängenden Theilen in die Höhe geschraubt oder niedergelassen.

Die Einrichtung des Hebwerkes auf der dem Zahnkranz gegenüber befindlichen Seite des Rades weicht von der so eben beschriebenen nur darin ab, dass der Verbindungsarm rechter Hand mit einer ganz kurzen Drehungsaxe s, Fig. 16 und 17 ver-

sehen ist, die mit zwei Zapfen in einem Stuhl s_1 liegt. Die Stühle $q\,o$ auf der einen, und die Stühle $q\,s_1$ auf der anderen Seite des Rades sind mit Schrauben gegen gusseiserne, am Rande der Seitenmauern liegende und mit drei starken Bolzen niedergeschraubte Platten t befestiget. Für die Hängstangen p_2 sind in den Seitenmauern Einschnitte u vorhanden, die eine ziemliche Breite haben müssen, weil die Stangen p_2 beim Heben und Senken ihre Richtung verändern.

Dieses Hebwerk mit den Hängschrauben ist etwas kostspieliger als jenes mit den Stützschrauben, allein das erstere gewährt auch eine viel grössere Sicherheit als das letztere.

J. Tafel XXIII.

Zwei Poncelet-Räder.

Beschreibung.

Diese beiden Räder sind nach den Seite 123 und 126 aufgestellten Regeln berechnet und verzeichnet. Um eine symetrische Anordnung der Figuren zu erhalten, sind die Wassermengen und die Gefälle so gewählt worden, dass beide Räder gleich grosse Halbmesser und Radbreiten erhalten haben.

Das eiserne Rad ist für ein Gefälle von $H = 1^{m}$ und für eine Wassermenge $Q = 1{\cdot}11^{kbm}$ nach den Regeln Seite 123, das hölzerne für ein Gefälle $H = 0{\cdot}875^{m}$ und eine Wassermenge $Q = 1{\cdot}034^{kbm}$ nach den Regeln Seite 126 berechnet. Das eiserne Rad hat gusseiserne Seitengetäfer, Blechschaufeln, schmiedeiserne Arme, gusseiserne Rosetten und Welle. Die Kraft wird durch die Welle fortgepflanzt. Das Getäfer ist aus einzelnen Segmenten zusammengesetzt, und jedes derselben ist vermittelst 6 Einlegscheiben mit zwei unmittelbar auf einander folgenden Armen verbunden. An die Segmente sind an der inneren Ebene nach den Schaufeln gekrümmte Nerven angegossen, gegen welche die Schaufelbleche mit Schrauben befestiget werden. Die Schaufeln sind unter einander durch Spulen und Bolzen verbunden. Jeder Radarm ist mit zwei Einlegscheiben und mit zwei Bolzen an die Rosette geschraubt. Sie sind von Schmiedeeisen, weil sie von Gusseisen, um nicht gebrechlich zu sein, viel stärker hätten gemacht werden müssen, als für die zu übertragende Kraft nothwendig wäre. Der Theil der Welle zwischen den Rosetten ist für die Hälfte, die Fortsetzung der Welle für die ganze Kraft berechnet, welche dem Rade mitgetheilt wird. Das Zuleitungsgerinne wird durch zwei mit Brettern verkleidete Seitenmauern und durch einen Bretterboden gebildet. Vor dem Rade befindet sich eine schief gestellte Querwand mit einer Ausflussöffnung, welche durch einen beweglichen Schützen nach Erforderniss regulirt werden kann. Diese schiefe Querwand besteht aus zwei in die Seitenmauern eingemauerten Balken, die unten in eine Querschwelle eingezapft und oben durch zwei Querhölzer verbunden sind, in welche eine Bedielung

eingelegt ist. Der Schützen ist auf einer Seite eben, auf der andern gekrümmt. Die ebene Fläche berührt den untern der beiden Querbalken, die abgerundet dem Zuflusskanal zugewendete Seite dient zur Leitung des Wassers nach der Ausflussöffnung. Durch diese Abrundung wird der Geschwindigkeitsverlust beseitiget, der jedesmal entsteht, wenn in Folge einer starken Contraktion das Wasser gegen den Gerinnsboden hinstösst. Das Schützenbrett ist an den Enden durch gusseiserne Kappen gefasst, an welche Zahnstangen, die durch zwei an einer Axe befindliche Getriebe auf und ab bewegt werden können, angehängt sind. Das Radgerinne, das heisst der Theil des Gerinnes, welcher sich unter dem Rade befindet, ist aus behauenen Steinen gemacht, die auf einem Fundament von Bruchsteinen liegen. Der sattelförmige Theil des Radgerinnes schützt gegen den Wasserverlust, der bei einem geradlinigen Gerinne jederzeit durch den Spielraum unter dem Rade und auch dadurch entsteht, dass ein Theil des Wassers zwischen den Schaufeln nach dem Abzugskanal gelangt, ohne auf die Schaufeln zu wirken. Der Abflusskanal ist, um das Austreten und Abfliessen des Wassers zu erleichtern, bedeutend breiter als das Rad.

Bei dem hölzernen Rade, Fig. 3 und 4, bestehen die Radkronen, ähnlich wie bei den Zellenrädern, aus zwei Schichten von Felgen, die durch hölzerne Nägel und durch über die äusseren Stossfugen geschraubte Schienen verbunden sind. Die Stossfugen der äusseren Felgenschichten haben eine radiale, jene der inneren Fläche eine schiefe Richtung. Um jede der beiden Radkronen ist ein schmiedeeiserner Reif gezogen, welche dazu beitragen, das Rad rund zu erhalten. Die Schaufeln bestehen aus einzelnen, krumm gehobelten Brettern, die durch Federn aus Blechstreifen und durch schmiedeeiserne, mit Holzschrauben befestigte Bänder zusammengehalten werden. Dieselben sind in die inneren Felgenschichten der Radkronen eingenuthet. Die zweimal 6 hölzernen Radarme sind auf die gleiche Weise, wie bei dem Rade Tafel I. durch die Welle gesteckt und fassen aussen mit Verzahnungen die Radkronen. Jeder Radarm ist mit zwei Bolzen an eine Krone geschraubt und die beiden Seiten des Rades sind durch 6 eiserne Stangen gegen einander gezogen, wodurch die Arme gegen die Krone und diese gegen die Schaufeln gepresst werden, so dass diese nicht aus den Nuthen treten können. Die Welle ist mit einem dreiflügligen Schaufelzapfen versehen. Der Zuleitungskanal und die Regulirschützen sind wie bei dem eisernen Rade. Das Radgerinne wird durch neben einander gelegte unter einander mit Schrauben verbundene, und mit ihrem Ende auf Querschwellen aufliegende Längenhölzer gebildet. Der Theil unmittelbar unter der Axe ist wiederum zur Vermeidung des Wasserverlustes nach dem Umfang des Rades gekrümmt. Der Abflusskanal ist breiter als das Rad.

Berechnung der Hauptabmessungen.

a. Des eisernen Rades.

Gegeben ist:

Das Gefälle . $H = 1^{m}$

Der Wasserzufluss in 1 Sekunde $Q = 1{\cdot}11^{kbm}$

Der absolute Effekt der Wasserkraft in Pferdekräften . . $N_a = \frac{1000\,Q\,H}{75} = 14{\cdot}8$

Nun ist nach den Seite 123 aufgestellten Regeln:

Halbmesser des Rades $R = 1{\cdot}75\ H = 1{\cdot}75^m$

Die Winkel, welche der Krümmung des Gerinnes entsprechen $\lambda = 15^0$

Neigung des Gerinns zwischen der Schützenöffnung und dem Rade gegen den Horizont . $\gamma - \delta = 3^0$

Dicke der Wasserschichte unmittelbar vor dem Rade $\Delta = \frac{1}{6} H = 0{\cdot}166^m$

Winkel, welcher dem Durchschnittspunkt des mittleren Wasserfadens mit dem Umfang des Rades entspricht $\gamma = 24^0 + 29'$

Winkel, unter welchem die Radschaufeln den Umfang des Rades durchschneiden . $\beta = 23^0 + 3'$

Höhe der Radkrone $a = 0{\cdot}476\ H = 0{\cdot}476^m$

Halbmesser der Schaufelkrümmung $\varrho_m = 0{\cdot}442\ H = 0{\cdot}442^m$

Breite des Rades $b = 6\,\frac{Q}{H\sqrt{2\,g\,H}} = 1{\cdot}5^m$

Anzahl der Radschaufeln . $= 36$

Umfangsgeschwindigkeit des Rades $= 0{\cdot}55\ \sqrt{2\,g\,H} = 2{\cdot}44^m$

Anzahl der Umdrehungen des Rades in 1 Minute $n = 9{\cdot}548\ \frac{v}{R} = 13{\cdot}3$

Nehmen wir zur Berechnung der Dimensionen der Welle und der Arme an, dass der Nutzeffekt des Rades 75 Prozent betrage, so ist zu setzen . $N_n = 11{\cdot}1$

und es wird

Durchmesser der Welle zwischen den Rosetten $d = 16\ \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2}N_n}{n}} = 12^{cm}$

Durchmesser des Halses der Welle ausserhalb des Rades $d_1 = 16\ \sqrt[3]{\frac{N_n}{n}} = 15^{cm}$

Anzahl der Radarme eines Armsystems $\mathfrak{N} = 2\,(1 + R) = 6$

Höhe eines Radarmes nach Seite 163 $= 0{\cdot}941\ d = 11{\cdot}3^{cm}$

Dicke desselben . $\frac{1}{5}\ 11{\cdot}3 = 2{\cdot}26^{cm}$

Das Gewicht des Rades ist nach der weiter unten folgenden Berechnung . $= 4403$ Klg.

Der Durchmesser des Zapfens der Radwelle ist demnach . $= 0{\cdot}18\ \sqrt{\frac{1}{2}\ 4403} = 8{\cdot}5^{cm}$

b. Des hölzernen Rades

nach den Seite 126 aufgestellten Regeln. Gegeben ist:

Gefälle . $H = 0{\cdot}875$

Wasserzufluss in 1 Sekunde $Q = 1{\cdot}034$

Absoluter Effekt in Pferdekräften $N_a = \frac{1000\,Q\,H}{75} = 12{\cdot}06$

Man erhält nun nach jenen Regeln:

Halbmesser des Rades $R = 2\ H = 1{\cdot}75^m$

Winkel, welcher der Krümmung des Gerinnes entspricht $\lambda = 15^0$

Neigung des ebenen Theiles des Gerinnes gegen den Horizont . .	$\gamma - \delta = 3^0$
Dicke der Wasserschichte am Rade	$\Delta = 0{\cdot}19\ H = 0{\cdot}166^m$
Winkel, welcher dem Durchschnittspunkt des mittleren Wasserfadens mit dem Radumfang entspricht	$\gamma = 24^0 + 29'$
Winkel, unter welchem die Schaufeln den Radumfang durchschneiden .	$\beta = 23^0 + 3'$
Höhe der Radkrone	$a = 0{\cdot}509\ H = 0{\cdot}445^m$
Halbmesser der Schaufelkrümmung	$\varrho_m = 0{\cdot}711\ H = 0{\cdot}622^m$
Breite des Rades	$b = 5{\cdot}26 \frac{Q}{H\sqrt{2\,g\,H}} = 1{\cdot}5^m$
Anzahl der Radschaufeln .	42
Umfangsgeschwindigkeit des Rades	$v = 0{\cdot}55\sqrt{2\,g\,H} = 2{\cdot}28$
Anzahl der Umdrehungen in 1 Minute	$n = 9{\cdot}548 \frac{v}{R} = 12{\cdot}44$
Angenommen, das Rad gebe Nutzeffekt	75%
so ist .	$N_n = 9{\cdot}0{\cdot}5$
Durchmesser der Radwelle	$36\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 32{\cdot}4^{cm}$
Anzahl der Radarme eines Systems	$\mathfrak{N} = 2\,(1 + R) = 6$
Gewicht des Rades .	$= 4820$
Durchmesser des Zapfens	$0{\cdot}18\sqrt{\tfrac{1}{2}\ 4820} = 8{\cdot}8^{cm}$

Gewichtsbestimmung und Kostenberechnung.

a. Des eisernen Rades.

	Gewicht in Kilogramm.
2 Radkronen .	1673
12 schmiedeeiserne Arme	302
2 Rosetten .	578
36 Blechschaufeln .	1399
1 Welle (von 2 Meter Länge)	221
420 Schrauben .	125
Gewicht des Rades ohne Zapfenlager	4298
1 grosses und ein kleineres Zapfenlager	45
Zum Aufzug: 2 Zahnstangen	43
Zum Aufzug: 2 Getriebe	4
Zum Aufzug: 1 Getriebaxe	13
Gewicht der ganzen Eisenconstruktion	4403

Gewicht des Rades per Pferdekraft Nutzeffekt $= \frac{4298}{11{\cdot}1} = 387$ Kilg.

Kosten der Construktion per Pferdekraft $= \frac{4403}{11{\cdot}1}\ \frac{50}{100} = 200$ fl.

b. Des hölzernen Rades.

Holzconstruktion.

	Volumen in Kubikmet.	Oberfläche in Quadratmet.
am Rade	2·8	143
am Gerinne	1·2	26
	4·0	169

Eisenconstruktion.

		Gewicht in Kilogramm.
2 Radreifen		99
42 Schaufelbänder		132
6 Stangen zum Zusammenziehen		54
24 Schrauben zu den Armen		3
6 Wellringe		67
2 dreiflüglige Zapfen		111
3 × 42 Nuthbleche zu den Schaufeln		354
2 Zapfenlager		30
Zum Aufzug	2 Zahnstangen mit Kappen	43
	2 Getriebe	4
	1 Axe	13
		910

Zur Kostenberechnung darf man hier für Bearbeitung von 1□ Oberfläche der Holzkonstruktion 2 fl. und für 100 Kilg. Eisen 80 fl. in Rechnung bringen. Dann sind die Kosten:

4 Kubikmeter Eichenholz à 20 fl.	80 fl.
169 Quadratmeter zu bearbeitende Oberfläche	338 „
910 Kilogramm Eisen	728 „
	1146 fl.

Kosten des Baues per Pferdekraft Nutzeffekt $= \frac{1146}{9} =$ 127 „

Das Gewicht des Rades ohne Gerinne ist = 4820 Klg.

Das Gewicht des Rades per 1 Pferdekraft = 536 „

K. Tafel XXIV. und XXV.

Schaufelrad mit Ueberfall-Einlauf, mit enger Schauflung, grosser Tiefe, langsamem Gang.

Die im Vorhergehenden beschriebenen Räder sind nach den im vierten Abschnitt aufgestellten Regeln berechnet worden. Diese Räder sind daher keineswegs vollkommene Anordnungen (siehe Seite 129). Das auf den Tafeln XXIV. und XXV. dargestellte Rad soll als ein Beispiel dienen, um zu zeigen, dass man durch Abänderung einiger von den Dimensionen, welche die normalen Regeln liefern, Räder erhalten kann, die eine vorzügliche Effektleistung zu entwickeln vermögen.

Die Dimensionen dieses Rades sind nämlich in der Art berechnet worden, dass zuerst die im Abschnitt IV. aufgestellten Regeln angewendet wurden, dass aber sodann folgende Abänderungen gemacht wurden: 1) die Umfangsgeschwindigkeit im Verhältniss 2 : 3 vermindert; 2) die Radtiefe im Verhältniss 3 : 2 vergrössert; 3) die Anzahl der Schaufeln verdoppelt.

Die folgende Tabelle enthält diese Berechnung nebst den Abänderungen:

Formeln aus Abschnitt IV.	Werthe nach Abschnitt IV.	Abänderungen.
H gegeben	2·5	
Q gegeben	1·5	
$N_a = \frac{1000\ Q\ H}{15}$	5·0	
$N_n = 0{\cdot}65\ N_a$	32·5	
V	1·4	$\frac{2}{3} \times 1{\cdot}3 = 0{\cdot}933$
$R = 1{\cdot}25\ H$	3·125	
$m = \frac{Q}{a\ b\ v}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{b}{a} = 1{\cdot}75 \sqrt[3]{N_a}$	6·447	
$b = \sqrt[3]{2 \frac{Q}{v} \frac{a}{b}}$	3·72	
$a = \frac{b}{\frac{b}{a}}$	0·576	$\frac{3}{2}\ 0{\cdot}576 = 0{\cdot}864$
$\mathfrak{N} = 2\ (1 + R)$	8	

Formeln aus Abschnitt IV.	Werthe nach Abschnitt IV.	Aenderungen.
$\iota = \frac{2 R \pi}{0{\cdot}2 + 0{\cdot}7 a}$	32	$2 \times 32 = 64$
$t = \left(\frac{Q}{0{\cdot}44 b \sqrt{2 g}}\right)^{\frac{2}{3}}$	0·362	
$n = \frac{60 V}{2 \pi R}$	4·28	$\frac{2}{3} \, 4{\cdot}28 = 2{\cdot}85$
R_1 angenommen	2·8	

Das Rad ist ganz von Eisen construirt, nach dem Stangensystem angeordnet und mit zwei Zahnkränzen versehen, und zwar aus zwei Gründen: 1) weil bei der geringen Geschwindigkeit die Dimensionen der Zähne übermässig und kaum ausführbar stark ausfallen würden; 2) weil durch Anwendung zweier Zahnkränze und zweier Kolben das Verwinden des Rades aufgehoben wird, also die Umfangsspannstangen weggelassen werden dürfen.

Dass dieses Rad bei so geringer Geschwindigkeit und so enger Schauflung aber grosser Tiefe einen guten Effekt geben muss, ist wohl auch ohne Rechnung leicht einzusehen. Die Verluste beim Eintritt wie beim Austritt des Wassers müssen wegen der geringen Geschwindigkeit, und der Wasserverlust wegen der geringen Geschwindigkeit und grossen Radtiefe klein ausfallen.

Zur numerischen Berechnung des Effektes hat man:

$H = 2{\cdot}50$	$h = 0$	$\gamma = 70^0$	$c = 0{\cdot}3$
$Q = 1{\cdot}50$	$\delta = 6{\cdot}0^0$	$\beta = 70^0$	$R = 3{\cdot}125$
$v = 0{\cdot}93$	$\varepsilon = 0{\cdot}02$	$s = 0{\cdot}20$	$f = 0{\cdot}08$
$V = 2{\cdot}8$	$e = 0{\cdot}30$	$S = 4{\cdot}5$	
	$b = 3{\cdot}72$	$a = 0{\cdot}864$	

und die Formel 39, Seite 86 gibt nun:

Absoluten Effekt der Wasserkraft. $E_a = 50 \times 75$

Effektverlust durch den Eintritt:

$$1000 \frac{Q}{2 g} \left\{ V^2 + v^2 - 2 V v \cos \delta + 2 g \left[\frac{1}{2} e \sin \gamma + c \sin (\gamma - \beta) - s \right] \right\} = 0{\cdot}124 \, E_a$$

Effektverlust bei dem Austritt:

$$1000 \, Q \left(\frac{v^2}{2 g} + \frac{1}{2} h \right) \ldots\ldots = 0{\cdot}018 \, E_a$$

Effektverlust durch Wasserverlust:

$$1000\ \varepsilon\ b \sqrt{2\ g\ e}\left(H - \frac{V^2}{2\ g}\right)\left(0{\cdot}43 + 0{\cdot}26\ \frac{Q}{a\ b\ v}\right) \ldots\ldots = 0{\cdot}067\ E_a$$

Effektverlust wegen des Luftwiderstandes:

$$0{\cdot}118\ i\ a\ b\ v^3 \ldots\ldots = 0{\cdot}006\ E_a$$

Effektverlust wegen Reibung des Wassers am Gerinne:

$$0{\cdot}366\ b\ S\ v^3 \ldots\ldots = 0{\cdot}001\ E_a$$

Effektverlust wegen Zapfenreibung:

$$7{\cdot}63\ \frac{v}{R}\ f\ N_n \sqrt{N_n} \ldots\ldots = 0{\cdot}017\ E_a$$

Summe der Effektverluste . $0{\cdot}233\ E_a$

Nutzeffekt des Rades . $\begin{cases} E_n = 0{\cdot}767\ E_a \\ N_n = 0{\cdot}38\ N_a \end{cases}$

Das Rad verspricht also einen Effekt von nahe 77 Prozent. Noch günstiger würde das Resultat werden, wenn man die Radbreite grösser annähme, allein dann würden die Baukosten noch mehr erhöht werden, als sie es bereits durch die grosse Schaufelzahl sind.

Uebersicht

über die Wasserkräfte, Leistungen, Gewichte und Kosten der auf den grossen Tafeln dargestellten Räder.

Bezeichnung der Tafeln.	Charakteristik des Rades.	Gefälle in Metern.	Wasserzufluss per 1 Sekunde in Kubikmetern.	Absoluter Effekt der Wasserkraft in Pferden à 75 Kilogramm.	Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt des Rades und dem absoluten Effekt der Wasserkraft.	Nutzeffekt des Rades in Pferdekräften.	Gewicht des Rades ohne Einlauf und ohne Gerinne in Kilogramm.	Gewicht des Rades per 1 Pferdekraft Nutzeffekt.	Kosten des Rades ohne Einlauf und ohne Gerinne.	Kosten des Rades per Pferdekraft Nutzeffekt.	Kosten des Baues mit Einlauf und Gerinne.	Kosten des Baues per Pferdekraft Nutzeffekt.
A	Hölzernes Kropfrad	1·5	0·253	5.1	0·53	2·64	1735	667	215	81	264	100
B	Eisernes Kropfrad	1·5	0·253	5·1	0·53	2·64	1655	626	612	231	671	254
C	Kleines eisernes oberschlächtiges Rad . .	3	0·225	9	0·70	6·3	3175	504	1587	252	1747	277
C	Kleines hölzernes oberschlächtiges Rad . .	3	0·225	9	0·61	5·5	2240	408	212	40	281	51
D	Hölzernes Schaufelrad mit Ueberfall-Einlauf.	2·5	1·5	50	0·72	36	18880	525	3483	97	4581	127
E	Eisernes Schaufelrad mit Coulissen-Einlauf .	3	2	80	0·69	54·8	22551	411	8725	159	9788	180
F	Rückschlächtig. Zellenrad m. Coulissen-Einlauf	5·15	1	68·7	0·78	53·6	26580	495	8996	167	11561	215
G	Grosses oberschlächtiges Rad	12·6	0·19	32	0·83	27·5	22535	819	5828	212	5900	215
H	Unterschlächtiges Schaufelrad mit Hebewerk	1	5	66·7	0·45	30	11000	366	4768	158	6976	233
I	Eisernes Poncelet-Rad	1	1·11	14·8	0·76	11·2	4298	384	2149	192	2749	245
I	Hölzernes Poncelet Rad	0·785	1·03	12·06	0·76	9·2	3620	400	926	100	1198	130
	Mittlere Werthe	—	—	—	0·67	—	—	509	—	(h) 106 (e) 193 (m) 153	—	(h) 124 (e) 240 (m) 190

(h) Mittel aus allen hölzernen; (e) Mittel aus allen eisernen; (m) Mittel aus allen Rädern überhaupt.

Vergleichung der Wasserräder mit den Turbinen.

Nachdem wir nun die Wasserräder für sich betrachtet haben, müssen wir sie auch im Verhältniss zu den Turbinen ins Auge fassen, denn erst dadurch wird sich der wahre Werth dieser Maschinen herausstellen, werden die Vortheile und Nachtheile derselben zum Vorschein kommen, und wird es endlich möglich werden, die Frage zu beantworten, ob unter gegebenen Umständen die eine oder die andere dieser Maschinen gewählt werden soll.

Vergleichen wir zuerst die beiden Arten von Maschinen hinsichtlich des Nutzeffektes, welchen sie bei verschiedenen Gefällen zu entwickeln vermögen.

Das Verhältniss zwischen dem Nutzeffekt und dem absoluten Effekt der Wasserkraft nimmt, wenn das Gefälle wächst, bei den Wasserrädern zu, bei den Turbinen dagegen nimmt es ab. Bei kleinen Gefällen geben die Turbinen, bei grossen Gefällen die Wasserräder (so weit sie anwendbar sind) bessere Effekte, bei mittleren Gefällen leisten die einen so viel wie die andern.

Veränderungen im Wasserzufluss haben bei den Wasserrädern nur einen sehr geringen, bei den Turbinen aber einen sehr bedeutenden nachtheiligen Einfluss auf die Prozente des Nutzeffektes.

Bei veränderlichem Wasserzufluss sind daher die Turbinen gegen die Wasserräder hinsichtlich des Nutzeffektes im Nachtheil.

Veränderungen im Gefälle haben bei den Turbinen (vorausgesetzt, dass sie selbst beim niedrigsten Stand des Wassers im Abflusskanal ganz getaucht sind) keinen Einfluss auf die Prozente des Nutzeffektes, wohl aber auf die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Rad bewegen muss, um bei jedem Wasserstand den grösstmöglichen Effekt geben zu können.

Veränderungen im Gefälle haben im Allgemeinen einen nachtheiligen Einfluss auf den Nutzeffekt der Wasserräder. Dieser Einfluss ist jedoch nur bei kleinen Gefällen von Bedeutung, weil nur bei diesen die Veränderungen des Gefälles im Vergleich zum totalen Gefälle beträchtlich sind. Aendert sich nur allein das Gefälle, der Wasserzufluss aber nicht, so sind die Turbinen gegen die Wasserräder hinsichtlich des Nutzeffektes im Vortheil. Gewöhnlich ist aber mit einer Abnahme des Gefälles eine Zunahme des Wasserzuflusses verbunden, und dann kann man bei einem Wasserrade die Effektverminderung, welche durch die Aenderung des Gefälles entsteht, wiederum aufheben, indem man dem Rade eine grössere Wassermenge zuleitet.

Wenn also Gefälle und Wasserzufluss gleichzeitig veränderlich sind, und zwar in der Art, dass die Wassermenge wächst, wenn das Gefälle abnimmt und umgekehrt, so sind hinsichtlich des Effektes die Wasserräder im Vortheil.

Eine Aenderung im Gefälle hat übrigens nur bei dem unterschlächtigen und bei dem Ponceletrade einen Einfluss auf die vortheilhafteste Geschwindigkeit, bei allen übrigen Rädern aber, bei welchen das Wasser grösstentheils durch sein Gewicht wirkt, ist die vortheilhafteste Geschwindigkeit unabhängig von kleinen Gefälländerungen.

Die Geschwindigkeit des Ganges kann sowohl bei den Wasserrädern als auch bei

den Turbinen ziemlich stark von derjenigen abweichen, welche dem Maximum des Nutzeffektes entspricht, ohne dass dadurch der letztere merklich kleiner wird. Die Geschwindigkeit kann bei beiden ohne merklichen Nachtheil um ein Viertel von der Normalgeschwindigkeit grösser oder kleiner werden, als diese letztere ist.

Die Construktionselemente können bei den Wasserrädern ohne merklichen Nachtheil für den Effekt sehr stark von denjenigen abweichen, welche dem vortheilhaftesten Effekt entsprechen. Bei den Turbinen dagegen müssen jene Elemente sehr genau nach dem Gefälle und nach der Wassermenge berechnet werden, wenn der Effekt günstig ausfallen soll. Die ersteren dieser Maschinen sind daher weit leichter gut anzuordnen, als die letzteren.

Wenn der Widerstand der zu betreibenden Arbeitsmaschine konstant ist, gewähren die Turbinen einen höheren Grad von Gleichförmigkeit der Bewegung als die Wasserräder, und insbesondere einen höheren als die hölzernen. Das Umgekehrte findet statt, wenn die Widerstände, wie z. B. bei Walzwerken, sehr veränderlich sind, indem bei den Wasserrädern die in ihrer Masse enthaltene lebendige Kraft gross, bei den Turbinen aber klein ist. Dieser Nachtheil der Turbinen kann zwar durch Anwendung eines Schwungrades beseitiget werden, allein die Veränderungen in der Geschwindigkeit fallen doch, wenn der Widerstand veränderlich ist, bei den Wasserrädern kleiner aus als bei den Turbinen, weil bei den ersteren der Wasserzufluss bedeutend variiren kann, bei dem letztern aber nicht. Im Allgemeinen sind also bei Maschinen mit veränderlichen Widerständen die Wasserräder den Turbinen vorzuziehen.

Die bisherigen Vergleichungen hinsichtlich des Nutzeffektes bezogen sich auf die Kraftmaschine selbst; die Leistung einer Maschinenanlage muss aber nach dem Effekt beurtheilt werden, welcher auf die Arbeitsmaschinen übertragen wird, wir müssen daher auch die Effektverluste betrachten, welche durch die Transmissionen verloren gehen.

Um diese Verluste zu beurtheilen, muss man berücksichtigen:

1) dass bei zwei gleich langen und gleich stark (gleichviel, ob ins Schnelle oder ins Langsame) übersetzenden Transmissionen die durch Reibung entstehenden Effektverluste gleich gross, die durch Stösse und Vibrationen entstehenden Effektverluste aber bei der schneller gehenden, mithin leichteren Transmission etwas grösser ausfallen, als bei den stärkeren und langsamer gehenden.

Da in der Regel die Wahl der Maschinen keinen Einfluss hat auf die Länge der Transmission, so können wir, um die Vergleichung zu vereinfachen, diese Länge unberücksichtigt lassen, und nur allein die Uebersetzung und die Schnelligkeit des Ganges in Betrachtung ziehen.

2) Muss man berücksichtigen, dass die Wasserräder im Allgemeinen einen langsamen, die Turbinen aber einen schnellen Gang haben, und dass dieser mit dem Gefälle bei den ersten ab-, bei den letzteren aber bedeutend zunimmt.

Hieraus folgt, dass in der Regel hinsichtlich des in Rede stehenden Effektverlustes für langsam gehende Arbeitsmaschinen (z. B. für grössere Pumpwerke) eine Wasserradtransmission, für schnell gehende Arbeitsmaschinen eine Turbinentransmission vortheilhafter ausfallen wird. Muss aber mit der ersteren dieser Transmissionen eben so viel ins

Schnelle als mit der letzteren ins Langsame übersetzt werden, so erschöpfen beide ungefähr gleich viel Effekt.

Meistens haben aber die Arbeitsmaschinen einen schmalen Gang, der Vortheil ist daher hinsichtlich des Effektverlustes, den die Transmission verursacht, auf Seite der Turbinen.

Vergleichen wir nun die Wasserräder mit den Turbinen hinsichtlich der Kosten des Wasserbaues der Maschinen und der Transmission.

Der Wasserbau, d. h. der Bau zur Fassung und Leitung des Wassers, ist bei kleineren und mittleren Gefällen für Turbinen wie für Wasserräder ganz gleich, ist aber das Gefälle gross, so wird das Wasser den ersteren in einer Röhrenleitung, den letzteren aber in einer offenen hölzernen oder gemauerten Kanalleitung zugeführt. Die Kosten dieser beiden Leitungen sind im Allgemeinen nur wenig verschieden, wir können daher die Anlagen eines Wasserrades und eines Turbinenbetriebes hinsichtlich der Kosten des Wasserbaues gleich stellen.

Die Kosten der Anschaffung und Aufstellung der Maschinen nehmen für eine Pferdekraft Nutzeffekt bei den Wasserrädern mit dem Gefälle und mit der Wassermenge etwas zu, bei den Turbinen dagegen nehmen sie ab, wenn das Gefälle wächst. Die ersteren sind daher vorzugsweise für kleinere, die letzteren vorzugsweise für grössere Gefälle ökonomisch vortheilhaft.

Für Gefälle bis zu 2^m, die Wassermenge mag nun gross oder klein sein, so wie auch für Gefälle von 2 bis 6^m und einen Wasserzufluss bis zu $0{\cdot}25^{Kbm}$ kostet eine Turbine so viel, als ein eisernes Rad, mithin mehr als ein hölzernes Wasserrad. Für Gefälle von 2 bis 6^m und grössere Wasserquantitäten, so wie auch für Gefälle über 6^m, die Wassermenge mag gross oder klein sein, kostet eine Turbine bedeutend weniger, als ein Wasserrad.

Die Anschaffungskosten der Transmission sind, wenige Fälle abgerechnet, bei Turbinen geringer, als bei Wasserrädern; denn in den meisten Fällen haben sowohl die Arbeitsmaschinen als auch die Turbinen grosse Geschwindigkeiten, sie erfordern also in der Regel wenig Uebersetzungen und bei der grossen Geschwindigkeit aller Theile der Transmission fallen die Querschnittsdimensionen und daher auch die Gewichte derselben um ein Namhaftes kleiner aus, als für Wasserräder.

Die Herstellung der Radstube und der Bau für die Aufstellung der Maschine kostet bei kleinen Gefällen für beide Maschinen ungefähr gleich viel; in dem Maasse aber, als das Gefälle grösser wird, nehmen diese Kosten für die Turbine ab und für das Wasserrad zu, so dass sie für Gefälle, die grösser als 12^m sind, bei der ersteren sehr unbedeutend ausfallen, bei der letzteren dagegen sehr hoch zu stehen kommen.

Schlamm, Sand, Eisstücke, Baumzweige und Blätter, so wie andere im Wasser oftmals enthaltene Körper können nicht leicht den Gang und die Wirkung eines Wasserrades stören, eine Turbine dagegen verträgt nur reines Wasser. Die Störungen, welche die im Wasser befindlichen Körper verursachen, sind übrigens nur bei kleineren Turbinen von Bedeutung, denn bei den grösseren sind die Kanäle des Leit- und Turbinenrades schon so weit, dass kleinere Körper durchkommen können. Bei kleinen Turbinen werden

aber die Kanäle durch Baumblätter, Holzspähne etc. sehr leicht verstopft, und wenn die Maschine nicht in der Art gebaut ist, dass man sie mit Leichtigkeit und ohne Zeitverlust oftmals reinigen kann, so ist an eine gleichförmige Fortwirkung der Maschine nicht zu denken.

Das Wasser ist in der Regel rein in Gegenden, in welchen Nadelholzwaldungen, dagegen unrein, da wo Laubholzwaldungen vorherrschend sind. Kleine Turbinen sind daher für Gegenden mit Laubholwaldungen nicht zu empfehlen.

Was die Dauerhaftigkeit betrifft, so sind die Turbinen den eisernen Wasserrädern gleich zu stellen; wie es sich mit der Dauerhaftigkeit der hölzernen Wasserräder verhält, ist schon an mehreren Orten gesagt worden.

Nachdem wir die Wasserräder in den verschiedenen Hinsichten mit den Turbinen verglichen haben, bleibt uns noch die wichtige Frage zu beantworten übrig, in welchen Fällen zur Benutzung einer Wasserkraft ein hölzernes Wasserrad, in welchen ein eisernes, und in welchen eine Turbine gewählt werden soll. Erschöpfend kann diese Frage nicht beantwortet werden, denn die Zahl der möglichen Combinationen von den verschiedenen Umständen, welche für und gegen den Bau einer jeden von diesen Maschinen sprechen, ist ausserordentlich gross und das Gewicht jedes einzelnen Umstandes kann im Allgemeinen nicht ermittelt werden. In den meisten Fällen wird man aber eine ziemlich richtige Wahl treffen, wenn man nur die zwei wichtigsten von den zu berücksichtigenden Umständen, nämlich: 1) die Grösse des Baukapitals, welches für ein Unternehmen verwendet werden darf und kann und 2) die Grösse und Beschaffenheit der disponibeln Wasserkraft in Erwägung zieht, und unter dieser Voraussetzung glaube ich nach reiflicher Ueberlegung für die Wahl der Maschine die Vorschrift empfehlen zu dürfen, welche die folgende Tabelle enthält.

In derselben bedeutet der Kürze wegen:

K das Baukapital, welches verwendet werden kann oder darf.

H und Q das Gefälle und der Wasserzufluss in 1 Sekunde.

$N_a > N_n$ es sei die disponible Wasserkraft bedeutend (etwa zweimal) so gross, als der zum Betriebe erforderliche Nutzeffekt.

$N_a = N_n$ es sei die disponible Wasserkraft nur bei sehr vortheilhafter Benutzung zum Betriebe der Maschinen hinreichend.

Vorschrift für die Wahl der Maschine.

Ist das Gefälle und die Wassermenge		so soll gewählt werden:		
		ein hölzernes Rad	ein eisernes Rad	eine Turbine
nicht über 2^m	gross oder klein	wenn K klein	1) wenn K gross, H und Q constant, $N_a > N_n$ 2) wenn K gross, H und Q veränderlich,	wenn K gross, H und Q constant, $N_a = N_n$
zwischen 2^m und 6^m	nicht grösser als $0{\cdot}3^{kbm}$	wenn K klein	wenn K gross	niemals
zwischen 2^m und 6^m oder zwischen 6^m und 12^m	grösser als $0{\cdot}3^{kbm}$ gross oder klein	wenn K klein und $N_a = N_n$	wenn K gross und $N_a = N_n$	wenn K gross, und $N_a > N_n$
grösser als 12^m	gross oder klein	niemals	niemals	jederzeit

Erklärungen zu den folgenden Tafeln.

Zur Erleichterung einiger bei dem Gebrauche des vorliegenden Buches stets wiederkehrenden Berechnungen folgen nun noch mehrere allgemein bekannte Tabellen.

Die Tabelle I. enthält die zu verschiedenen Geschwindigkeiten gehörigen Fallhöhen.

Tabelle II. enthält die von *Poncelet* und *Lebros* gefundenen Coeffizienten zur Berechnung der Wasserquantitäten, die bei verschiedenen Druckhöhen durch Oeffnungen in dünnen Wänden in die freie Luft ausfliessen.

Zur Berechnung dieser Wasserquantitäten hat man:

$$Q = m A \sqrt{2 g h}$$

wobei:

Q die in 1 Sekunde ausfliessende Wassermenge in Kubikmetern,
A den Querschnitt der Ausflussöffnung in Quadratmetern,
h die Druckhöhe über dem Schwerpunkt der Ausflussöffnung,
m den aus der Tabelle II. zu nehmenden Contraktions-Coeffizienten bezeichnet.

Wenn die Contraktion nicht auf allen, sondern nur auf drei oder auf zwei oder endlich nur auf einer Seite der Ausflussöffnung stattfindet, so erhält man die wirklich ausfliessende Wassermenge, wenn man die der vollkommenen Contraktion entsprechende Wassermenge beziehungsweise mit

$$1{\cdot}035, \quad 1{\cdot}075, \quad 1{\cdot}125$$

multiplicirt.

Tabelle III. gibt die Wassermenge in Kubikmetern, welche bei vollkommenen Ueberfällen auf jeden Meter Breite bei verschiedenen Dicken der Wasserschichte abfliessen. Diese Wasserquantitäten sind nach der Formel

$$q = m h \sqrt{2 g h}$$

berechnet worden, in welcher

q die in 1 Sekunde über jeden Meter Breite des Ueberfalls abfliessende Wassermenge,
$h = EB$, Tafel 6, Fig. 65, die Höhe des Wasserstandes im Zuflusskanal über dem oberen Rand des Ueberfalles,
$m = 0{\cdot}443$ einen Erfahrungscoeffizienten bezeichnet.

Tabelle IV. gibt für alle ganzen Zahlen n von 1 bis 100 die entsprechenden Werthe von

$$n\,\pi, \; n^2 \frac{\pi}{4}, \; n^2, \; n^3, \; \sqrt{n}, \; \sqrt[3]{n}$$

Tabelle I.

Geschwindigkeiten und zugehörige Fallhöhen.

Geschwindigkeit.	Fallhöhe.	Geschwindigkeit.	Fallhöhe.	Geschwindigkeit.	Eallhöhe,	Geschwindigkeit.	Fallhöhe.
m	m	m	m	m	m	m	m
0·01	0·00001	0·51	0·0132	1·01	0·0520	1·51	0·1162
0·02	0·00002	0·52	0·0138	1·02	0·0530	1·52	0·1177
0·03	0·00005	0·53	0·0143	1·03	0·0541	1·53	0·1193
0·04	0·00009	0·54	0·0148	1·04	0·0551	1·54	0·1209
0·05	0·00013	0·55	0·0154	1·05	0·0562	1·55	0·1225
0·06	0·00019	0·56	0·0160	1·06	0·0573	1·56	0·1241
0·07	0·00026	0·57	0·0165	1·07	0·0584	1·57	0·1257
0·08	0·00034	0·58	0·0171	1·08	0·0595	1·58	0·1273
0·09	0·00043	0·59	0·0177	1·09	0·0606	1·59	0·1289
0·10	0·00051	0·60	0·0184	1·10	0·0617	1·60	0·1305
0·11	0·00062	0·61	0·0190	1·11	0·0628	1·61	0·1321
0·12	0·00074	0·62	0·0196	1·12	0·0639	1·62	0·1337
0·13	0·00087	0·63	0·0202	1·13	0·0651	1·63	0·1354
0·14	0·00101	0·64	0·0209	1·14	0·0662	1·64	0·1371
0·15	0·00115	0·65	0·0215	1·15	0·0674	1·65	0·1388
0·16	0·00131	0·66	0·0222	1·16	0·0686	1·66	0·1405
0·17	0·00148	0·67	0·0229	1·17	0·0698	1·67	0·1422
0·18	0·00166	0·68	0·0236	1·18	0·0710	1·68	0·1440
0·19	0·00185	0·69	0·0243	1·19	0·0722	1·69	0·1456
0·20	0·00204	0·70	0·0250	1·20	0·0734	1·70	0·1473
0·21	0·00225	0·71	0·0257	1·21	0·0746	1·71	0·1490
0·22	0·00247	0·72	0·0264	1·22	0·0758	1·72	0·1508
0·23	0·00270	0·73	0·0272	1·23	0·0771	1·73	0·1525
0·24	0·00294	0·74	0·0279	1·24	0·0783	1·74	0·1543
0·25	0·00319	0·75	0·0287	1·25	0·0797	1·75	0·1561
0·26	0·00345	0·76	0·0295	1·26	0·0809	1·76	0 1579
0·27	0·00372	0·77	0·0302	1·27	0·0822	1·77	0·1597
0·28	0·00400	0·78	0·0310	1·28	0·0835	1·78	0·1615
0·29	0·00429	0·79	0·0318	1·29	0·0848	1·79	0·1633
0·30	0·00459	0·80	0·0326	1·30	0·0861	1·80	0·1651
0·31	0·00490	0·81	0·0334	1·31	0·0875	1·81	0·1670
0·32	0·00522	0·82	0·0343	1·32	0·0888	1·82	0·1688
0·33	0·00555	0·83	0·0351	1·33	0·0901	1·83	0·1707
0·34	0·00589	0·84	0·0360	1·34	0·0915	1·84	0·1726
0·35	0·00624	0·85	0·0368	1·35	0·0929	1·85	0·1745
0·36	0·00660	0·86	0·0377	1·36	0·0943	1·86	0·1763
0·37	0·00697	0·87	0·0386	1·37	0·0957	1·87	0·1782
0·38	0·00735	0·88	0·0395	1·38	0·0970	1·88	0·1801
0·39	0·00775	0·89	0·0404	1·39	0·0984	1·89	0·1820
0·40	0·00816	0·90	0·0413	1·40	0·0999	1·90	0·1840
0·41	0·00860	0·91	0·0422	1·41	0·1013	1·91	0·1859
0·42	0·00900	0·92	0·0431	1·42	0·1028	1·92	0·1878
0·43	0·00940	0·93	0·0441	1·43	0·1042	1·93	0·1898
0·44	0·00980	0·94	0·0450	1·44	0·1057	1·94	0·1918
0·45	0·00030	0·95	0·0460	1·45	0·1072	1·95	0·1938
0·46	0·00080	0·96	0·0470	1·46	0·1086	1·96	0·1958
0·47	0·01120	0·97	0·0480	1·47	0·1101	1·97	0·1978
0·48	0·01170	0·98	0·0490	1·48	0·1116	1·98	0·1998
0·49	0·01220	0·99	0·0500	1·49	0·1131	1·99	0·2018
0·50	0·01270	1·00	0·0510	1·50	0·1147	2·00	0·2039

Tabelle I.

Geschwindigkeiten und zugehörige Fallhöhen (Fortsetzung).

Geschwindigkeit.	Fallhöhe.	Geschwindigkeit.	Fallhöhe.	Geschwindigkeit.	Fallhöhe.	Geschwindigkeit.	Fallhöhe.
m	m	m	m	m	m	m	m
2·01	0·2059	2·51	0·3211	3·01	0·4618	3·51	0·6280
2·02	0·2080	2·52	0·3237	3·02	0·4649	3·52	0·6316
2·03	0·2100	2·53	0·3263	3·03	0·4680	3·53	0·6352
2·04	0·2121	2·54	0·3289	3·04	0·4711	3·54	0·6388
2·05	0·2142	2·55	0·3315	3·05	0·4742	3·55	0·6424
2·06	0·2163	2·56	0·3341	3·06	0·4773	3·56	0·6460
2·07	0·2184	2·57	0·3367	3·07	0·4804	3·57	0·6497
2·08	0·2205	2·58	0·3393	3·08	0·4835	3·58	0·6533
2·09	0·2226	2·59	0·3419	3·09	0·4866	3·59	0·6569
2·10	0·2248	2·60	0·3446	3·10	0·4899	3·60	0·6606
2·11	0·2269	2·61	0·3472	3·11	0·4930	3·61	0·6643
2·12	0·2291	2·62	0·3499	3·12	0·4962	3·62	0·6680
2·13	0·2313	2·63	0·3526	3·13	0·4994	3·63	0·6717
2·14	0·2334	2·64	0·3553	3·14	0·5026	3·64	0·6754
2·15	0·2356	2·65	0·3580	3·15	0·5058	3·65	0·6791
2·16	0·2378	2·66	0·3607	3·16	0·5090	3·66	0·6828
2·17	0·2400	2·67	0·3634	3·17	0·5122	3·67	0·6866
2·18	0·2422	2·68	0·3661	3·18	0·5155	3·68	0·6903
2·19	0·2444	2·69	0·3688	3·19	0·5187	3·69	0·6940
2·20	0·2467	2·70	0·3716	3·20	0·5220	3·70	0·6978
2·21	0·2490	2·71	0·3744	3·21	0·5252	3·71	0·7016
2·22	0·2512	2·72	0·3771	3·22	0·5285	3·72	0·7054
2·23	0·2535	2·73	0·3799	3·23	0·5318	3·73	0·7092
2·24	0·2557	2·74	0·3827	3·24	0·5351	3·74	0·7130
2·25	0·2580	2·75	0·3855	3·25	0·5384	3·75	0·7168
2·26	0·2603	2·76	0·3883	3·26	0·5417	3·76	0·7206
2·27	0·2626	2·77	0·3911	3·27	0·5450	3·77	0·7245
2·28	0·2649	2·78	0·3939	3·28	0·5484	3·78	0·7283
2·29	0·2673	2·79	0·3967	3·29	0·5517	3·79	0·7322
2·30	0·2696	2·80	0·3996	3·30	0·5551	3·80	0·7361
2·31	0·2720	2·81	0·4025	3·31	0·5585	3·81	0·7400
2·32	0·2743	2·82	0·4054	3·32	0·5618	3·82	0·7438
2·33	0·2767	2·83	0·4082	3·33	0·5652	3·83	0·7478
2·34	0·2791	2·84	0·4111	3·34	0·5686	3·84	0·7517
2·35	0·2815	2·85	0·4140	3·35	0·5721	3·85	0·7556
2·36	0·2839	2·86	0·4169	3·36	0·5755	3·86	0·7595
2·37	0·2863	2·87	0·4198	3·37	0·5789	3·87	0·7634
2·38	0·2887	2·88	0·4228	3·38	0·5823	3·88	0·7674
2·39	0·2911	2·89	0·4257	3·39	0·5858	3·89	0·7713
2·40	0·2936	2·90	0·4287	3·40	0·5893	3·90	0·7753
2·41	0·2960	2·91	0·4316	3·41	0·5927	3·91	0·7793
2·42	0·2985	2·92	0·4346	3·42	0·5962	3·92	0·7833
2·43	0·3010	2·93	0·4376	3·43	0·5997	3·93	0·7873
2·44	0·3034	2·94	0·4406	3·44	0·6032	3·94	0·7913
2·45	0·3060	2·95	0·4436	3·45	0·6067	3·95	0·7953
2·46	0·3085	2·96	0·4466	3·46	0·6102	3·96	0·7993
2·47	0·3110	2·97	0·4496	3·47	0·6138	3·97	0·8034
2·48	0·3135	2·98	0·4526	3·48	0·6173	3·98	0·8074
2·49	0·3160	2·99	0·4557	3·49	0·6209	3·99	0·8115
2·50	0·3186	3·00	0·4588	3·50	0·6244	4·00	0·8156

Tabelle II.

Coeffizienten zur Berechnung der Wassermengen, welche aus vertikalen, in dünnen Gefässwänden vorhandenen Oeffnungen bei vollständiger Contraktion des Strahles ausfliessen.

Wasserstände über dem oberen Rande der Oeffnung.	Coeffizienten für die Wassermengen, wenn die Höhe der Ausflussöffnung					
	0^{m}·20	0^{m}·10	0^{m}·05	0^{m}·03	0^{m}·02	0^{m}·01
m						
0·000	—	—	—	—	—	—
0·005	—	—	—	—	—	0·705
0·010	—	—	0·607	0·630	0·660	0·701
0·015	—	0·693	0·612	0·632	0·660	0·697
0·020	0·572	0·696	0·615	0·634	0·659	0·694
0·030	0·578	0·600	0·620	0·638	0·659	0·688
0·040	0·582	0·603	0·623	0·640	0·658	0·683
0·050	0·585	0·605	0·625	0·640	0·658	0·679
0·060	0·587	0·607	0·627	0·640	0·657	0·676
0·070	0·588	0·609	0·628	0·639	0·656	0·673
0·080	0·589	0·610	0·629	0·638	0·656	0·670
0·090	0·591	0·610	0·629	0·637	0·655	0·668
0·100	0·592	0·611	0·630	0·637	0·654	0·666
0·120	0·593	0·612	0·630	0·636	0·653	0·663
0·140	0·595	0·613	0·630	0·635	0·651	0·660
0·160	0·596	0·614	0·631	0·634	0·650	0·658
0·180	0·597	0·615	0·630	0·634	0·649	0·657
0·200	0·598	0·615	0·630	0·633	0·648	0·655
0·250	0·599	0·616	0·630	0·632	0·646	0·653
0·300	0·600	0·616	0·629	0·632	0·644	0·650
0·400	0·602	0·617	0·628	0·631	0·642	0·647
0·500	0·603	0·617	0·628	0·630	0·640	0·644
0·600	0·604	0·617	0·627	0·630	0·638	0·642
0·700	0·604	0·616	0·627	0·629	0·637	0·640
0·800	0·605	0·616	0·627	0·629	0·636	0·637
0·900	0·605	0·615	0·626	0·628	0·634	0·635
1·000	0·605	0·615	0·626	0·628	0·633	0·632
1·100	0·604	0·614	0·625	0·627	0·631	0·629
1·200	0·604	0·614	0·624	0·626	0·628	0·626
1·300	0·603	0·613	0·622	0·624	0·625	0·622
1·400	0·603	0·612	0·621	0·622	0·622	0·618
1·500	0·602	0·611	0·620	0·620	0·619	0·615
1·600	0·602	0·611	0·618	0·618	0·617	0·613
1·700	0·602	0·610	0·617	0·616	0·615	0·612
1·800	0·601	0·609	0·615	0·615	0·614	0·612
1·900	0·601	0·608	0·614	0·613	0·612	0·611
2·000	0·601	0·607	0·613	0·612	0·612	0·611
3·000	0·601	0·603	0·606	0·608	0·610	0·609

Tabelle III.

Tabelle der Wassermengen, welche bei vollkommenen Ueberfällen auf jeden Meter Breite bei verschiedenen Dicken der Wasserschichte abfliessen. Kanal und Ueberfall gleich breit.

Wasserstand. Meter.	Wassermenge. Liter.	Wasserstand. Meter.	Wassermenge. Liter.	Wasserstand. Meter.	Wassermenge. Liter.	Wasserstand. Meter.	Wassermenge. Liter.	Wasserstand. Meter.	Wassermenge. Liter.
0·050	22·1	0·080	44·4	0·130	92·1	0 180	150·1	0·230	216·6
0·051	22·6	0·082	46·1	0·132	94·3	0·182	152·5	0·235	223·6
0·052	23·3	0·084	47·8	0·134	96·2	0·184	154·9	0·240	230·6
0·053	24·3	0·086	49·5	0·136	98·5	0·186	157·3	0·245	237·9
0·054	24·6	0·088	51·2	0·138	100·7	0·188	160·1	0·250	245·2
0·055	25·3	0·090	53·0	0·140	103·0	0·190	162·5	0·255	252·6
0·056	26·0	0·092	54·7	0·142	105·0	0·192	165·0	0·260	260·1
0·057	26·7	0·094	56·5	0·144	107·4	0·194	167·5	0·265	267·8
0·058	27·4	0·096	58·3	0·146	109·4	0·196	170·4	0·270	275·5
0·059	28·1	0·098	60·2	0·148	111·8	0·198	172·9	0·275	282·8
0·060	28·8	0·100	62·0	0·150	114·2	0·200	175·8	0·280	290·6
0·061	29·6	0·102	63·8	0·152	116·3	0·202	177·9	0·285	298·6
0·062	30·3	0·104	65·9	0·154	118·4	0·204	180·9	0·290	306·7
0·063	31·0	0·106	67·8	0·156	120·9	0·206	183·9	0·295	314·3
0·064	31·8	0·108	69·7	0·158	123·4	0·208	186·1	0·300	322·6
0·065	32·5	0·110	71·7	0·160	125·6	0·210	189·1	0·305	330·3
0·066	33·3	0·112	73·4	0·162	128·1	0·212	190·1	0·310	338·8
0·067	34·0	0·114	75·6	0·164	130·3	0·214	195·6	0·315	346·7
0·068	34·8	0·116	77·8	0·166	132·9	0·216	196·6	0·320	355·4
0·069	35·6	0·118	79·6	0·168	133·2	0·218	199·7	0·325	363·4
0·070	36·3	0·120	81·7	0·170	137·8	0·220	202·4	0·330	371·9
0·072	37·9	0·122	83·8	0·172	140·0	0·222	205·2	0·335	380·6
0·074	39 5	0·124	85·6	0·174	142·3	0·224	207·9	0·340	388·9
0·076	40·1	0·126	88·0	0·176	144·7	0·226	210·6	0·345	397·3
0·078	42·7	0·128	90·0	0·178	147·4	0·228	213·4	0·350	406·5

Tabelle IV.

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	3·14	0·78	1	1	1·000	1·000
2	6·28	3·14	4	8	1·414	1·259
3	9·42	7·07	9	27	1·732	1·442
4	12·57	12·57	16	64	2·000	1·587
5	15·71	19·63	25	125	2·236	1·709
6	18·85	28·27	36	216	2·449	1·817
7	21·99	38·48	49	343	2·645	1·912
8	25·13	50·26	64	512	2·828	2·000
9	28·27	63·61	81	729	3·000	2·080
10	31·41	78·54	100	1000	3·162	2·154
11	34·55	95·03	121	1331	3·316	2·223
12	37·69	113·09	144	1728	3·464	2·289
13	40·84	132·73	169	2197	3·605	2·351
14	43·98	153·93	196	2744	3·741	2·410
15	47·12	176·71	225	3375	3·872	2·466
16	50·26	201·06	256	4096	4·000	2·519
17	53·40	226.98	289	4913	4·123	2·571
18	56·54	254·46	324	5832	4·242	2·620
19	59·69	283·52	361	6859	4·358	2·668
20	62·83	314·15	400	8000	4·472	2·714
21	65·97	346·36	441	9261	4·582	2·758
22	69·11	380·13	484	10648	4·690	2·802
23	72·25	415·47	529	12167	4·795	2·843
24	75·39	452·38	576	13824	4·898	2·884
25	78·54	490·87	625	15625	5·000	2·924
26	81·68	530·02	676	17576	5·099	2·962
27	84·82	572·55	729	19683	5·196	3·000
28	87·96	615·75	784	21952	5·291	3·036
29	91·10	660·52	841	24389	5·385	3·072
30	94·24	706·85	900	27000	5·477	3·107
31	97·38	754·76	961	29791	5·567	3·141
32	100·53	804·24	1024	32768	5·656	3·174
33	103·67	855·29	1089	35937	5·744	3·207
34	106·81	907·92	1156	39304	5·830	3·239
35	109·95	962·11	1225	42875	5·916	3·271
36	113·09	1017·87	1296	46656	6·000	3·301
37	116·23	1075·21	1369	50653	6·082	3·332
38	119·38	1134·11	1444	54872	6·164	3·361
39	122 52	1194·59	1521	59319	6·244	3·391
40	125·66	1256·63	1600	64000	6·324	3·419
41	128·80	1320·25	1681	68921	6·403	3·448
42	131·94	1385·44	1764	74088	6·480	3·476
43	135·08	1452·20	1849	79507	6·557	3·503
44	138·23	1520·52	1936	85184	6·633	3·530
45	141·37	1590·43	2025	91125	6·708	3·556
46	144·51	1661·90	2116	97336	6·782	3·583
47	147·65	1734·94	2209	103823	6·855	3·608
48	150·79	1809·55	2304	110592	6·928	3·634
49	153·93	1885·74	2401	117649	7·000	3·659
50	157·08	1963·49	2500	125000	7·071	3·684

n	n π	$n^2 \frac{\pi}{4}$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
51	160·22	2042·82	2601	132651	7·141	3·708
52	163·36	2123·71	2704	140608	7·211	3·732
53	166·50	2206·18	2809	148877	7·280	3·756
54	169·64	2290·21	2916	157464	7·348	3·779
55	172·78	2375·82	3025	166375	7·416	3·802
56	175·92	2463·09	3136	175616	7·483	3·825
57	179·07	2551·75	3249	185193	7·549	3·848
58	182·21	2642·08	3364	195112	7·615	3·870
59	185·35	2733·97	3481	205379	7·681	3·892
60	188·49	2827·43	3600	216000	7·745	3·914
61	191·63	2922·46	3721	226981	7·810	3·936
62	194·77	3019·07	3844	238328	7·874	3·957
63	197·92	3117·24	3969	250047	7·937	3·979
64	201·06	3216·99	4096	262144	8·000	4·000
65	204·20	3318·30	4225	274625	8·062	4·020
66	207·34	3421·18	4356	287496	8·124	4·041
67	210·48	3525·65	4489	300763	8·185	4·061
68	213·62	3631·68	4624	314432	8·246	4·081
69	216·77	3739·28	4761	328509	8·306	4·101
70	219·91	3848·45	4900	343000	8·366	4·121
71	223·05	3959·19	5041	357911	8·426	4·140
72	226·19	4071·50	5184	373248	8·485	4·160
73	229·33	4185·38	5329	389017	8·544	4·179
74	232·47	4300·84	5476	405224	8·602	4·198
75	235·61	4417·86	5625	421875	8·660	4·217
76	238·76	4536·45	5776	438976	8·717	4·235
77	241·90	4656·62	5929	456533	8·744	4·254
78	245·04	4778·36	6084	474552	8·831	4·272
79	248·18	4901·66	6241	493039	8·888	4·290
80	251·32	5026·54	6400	512000	8·944	4·308
81	254·46	5153·00	6561	531441	9·000	4·326
82	257·61	5281·01	6724	551368	9·055	4·344
83	260·75	5410·59	6889	571787	9·110	4·362
84	263·89	5541·77	7056	592704	9·165	4·379
85	267·03	5674·50	7225	614125	9·219	4·396
86	270·17	5808·80	7396	636056	9·273	4·414
87	273·31	5944·67	7569	658503	9·327	4·431
88	276·46	6082·11	7744	681472	9·380	4·447
89	279·60	6221·13	7921	704969	9·433	4·461
90	282·74	6361·72	8100	729000	9·486	4·481
91	285·88	6503·87	8281	753571	9·539	4·497
92	289·02	6647·61	8464	778688	9·591	4·514
93	292·16	6792·90	8649	804357	9·643	4·530
94	295·31	6939·78	8836	830584	9·695	4·546
95	298·45	7088·21	9025	857375	9·746	4·562
96	301·59	7238·23	9216	884736	9·797	4·578
97	304·73	7389·81	9409	912673	9·848	4·594
98	307·87	7542·96	9604	941192	9·899	4·610
99	311·01	7697·68	9801	970299	9·949	4·626
100	314·15	7853·97	10000	1000000	10·000	4·641

Fig. 1.

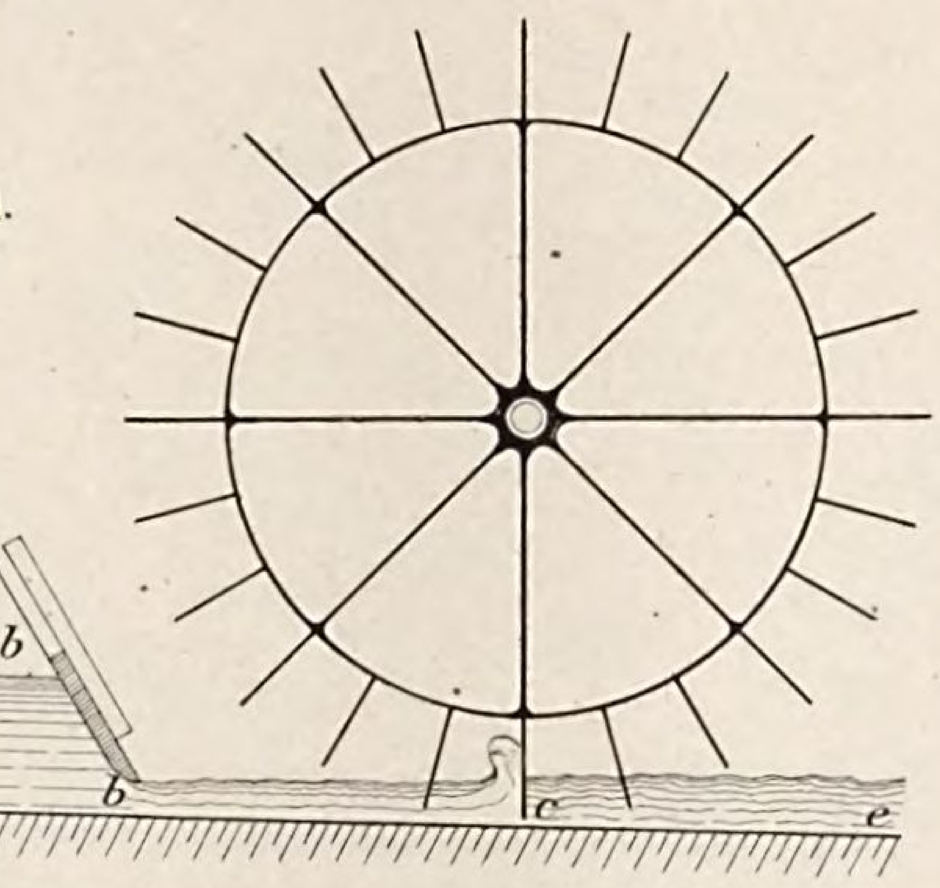


Fig. 2.

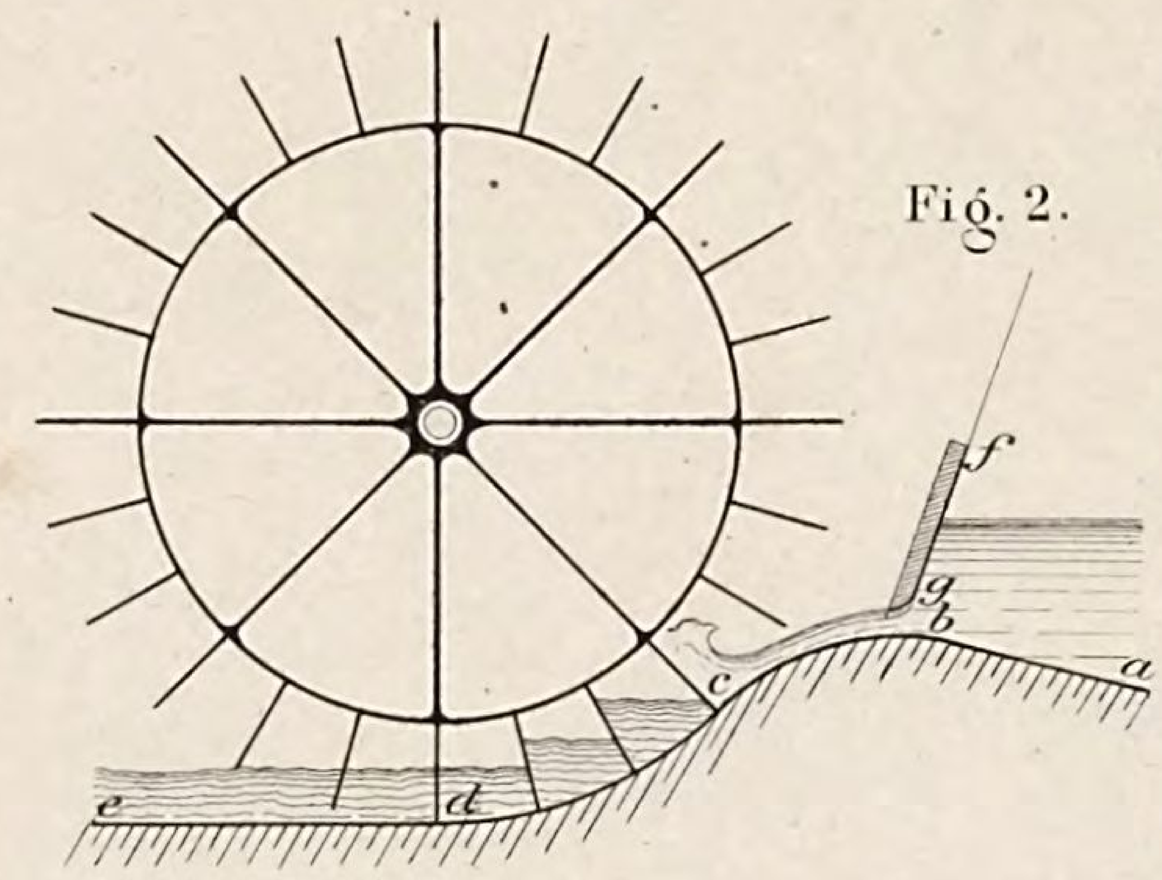


Fig. 3.

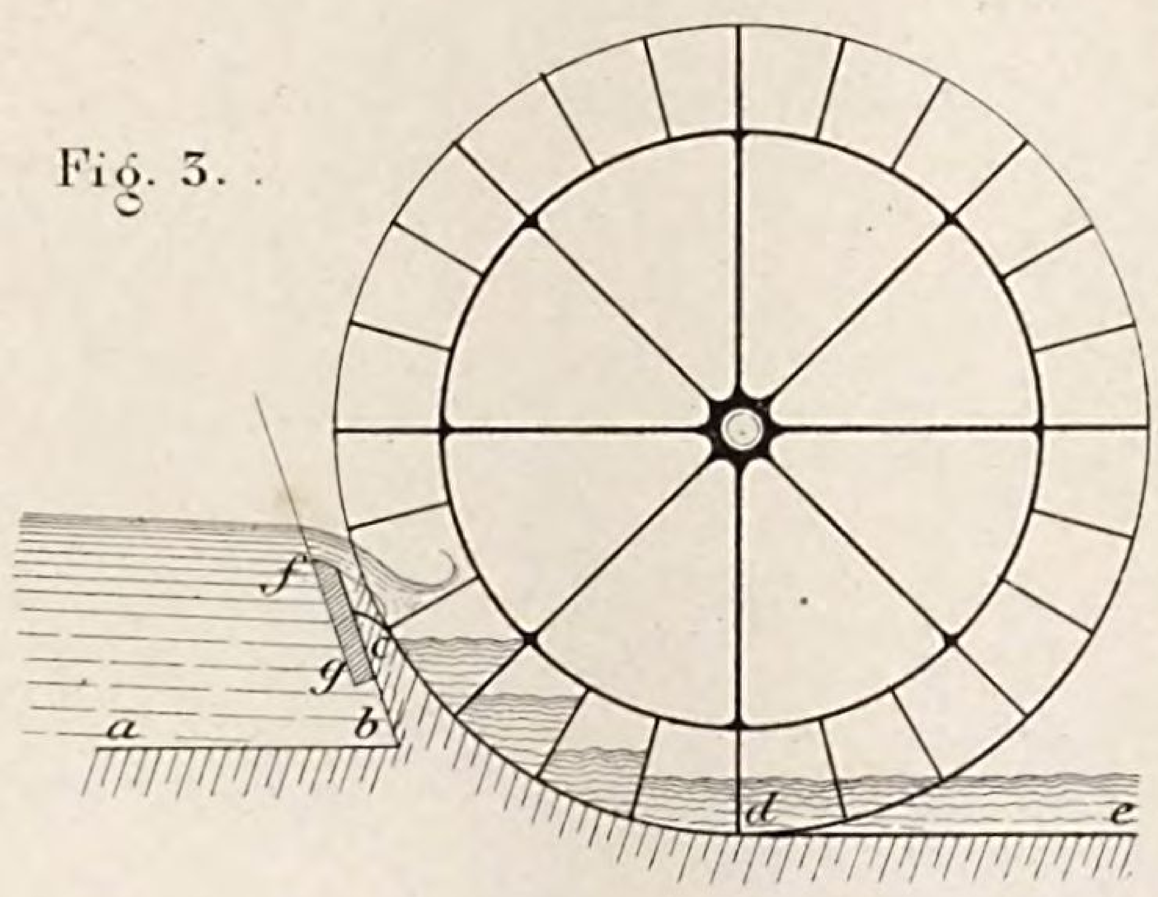


Fig. 4.

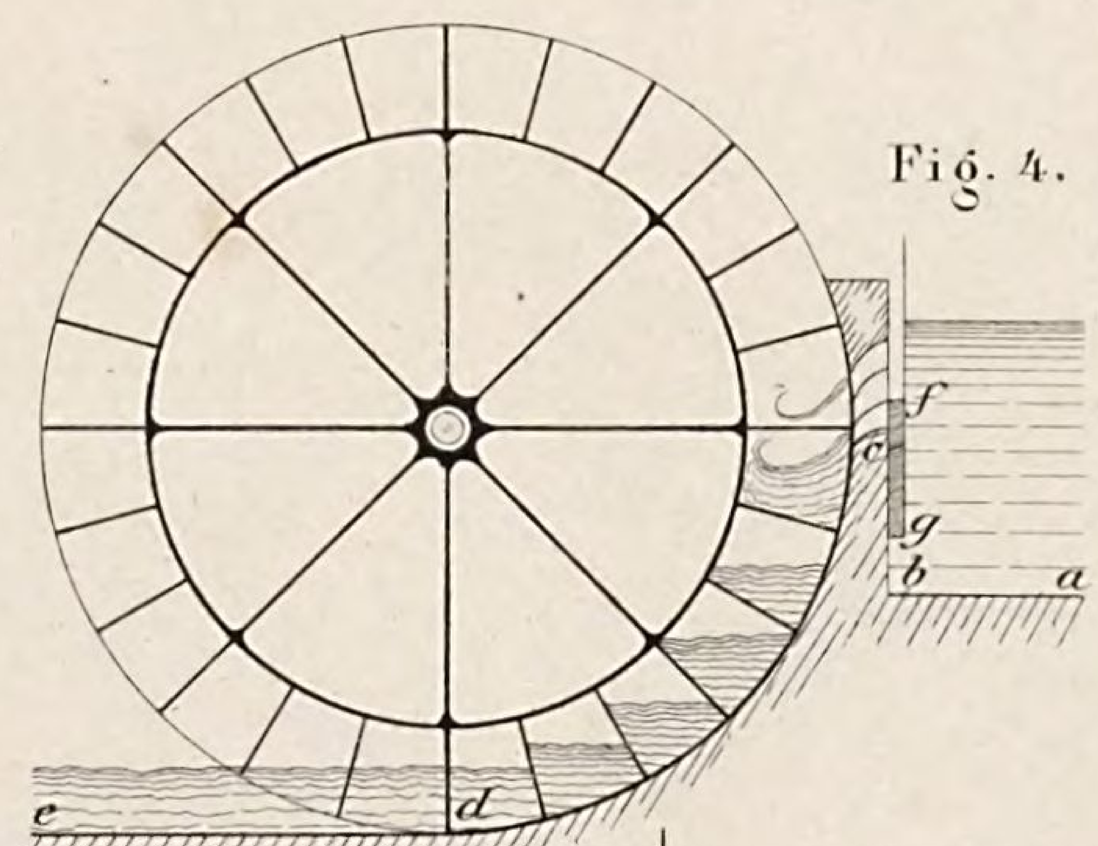


Fig. 5.

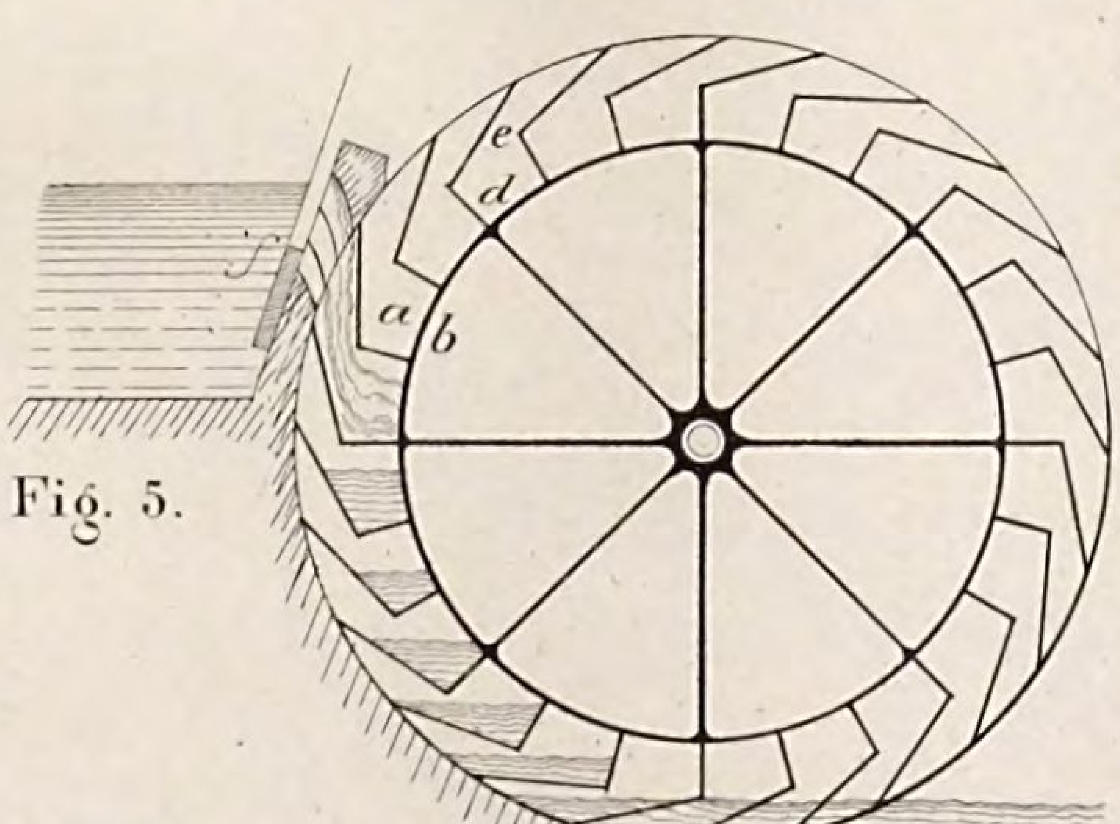


Fig. 6.

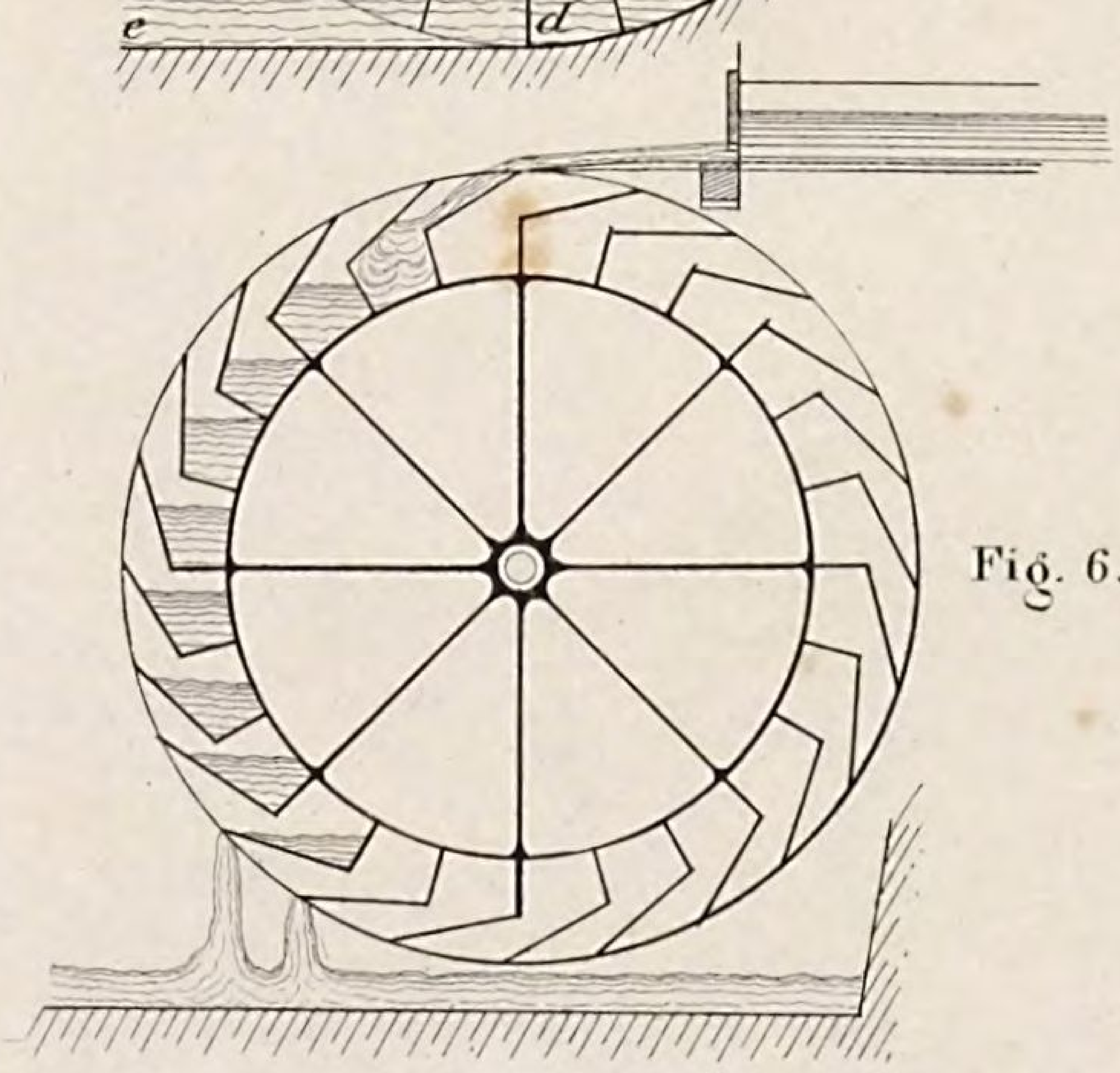


Fig. 7.

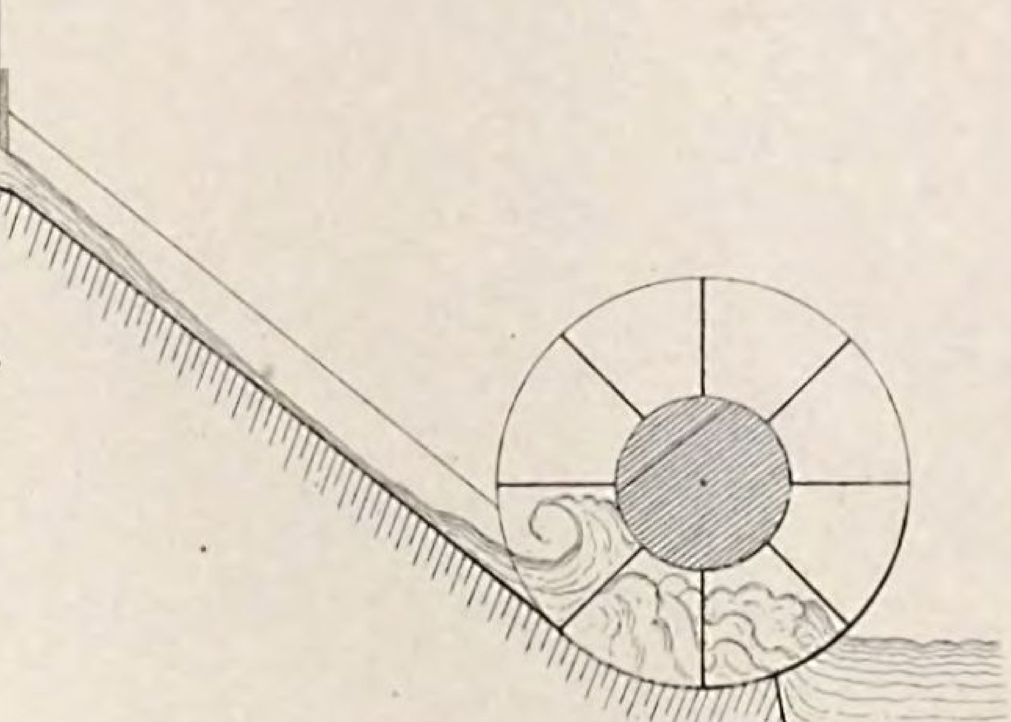
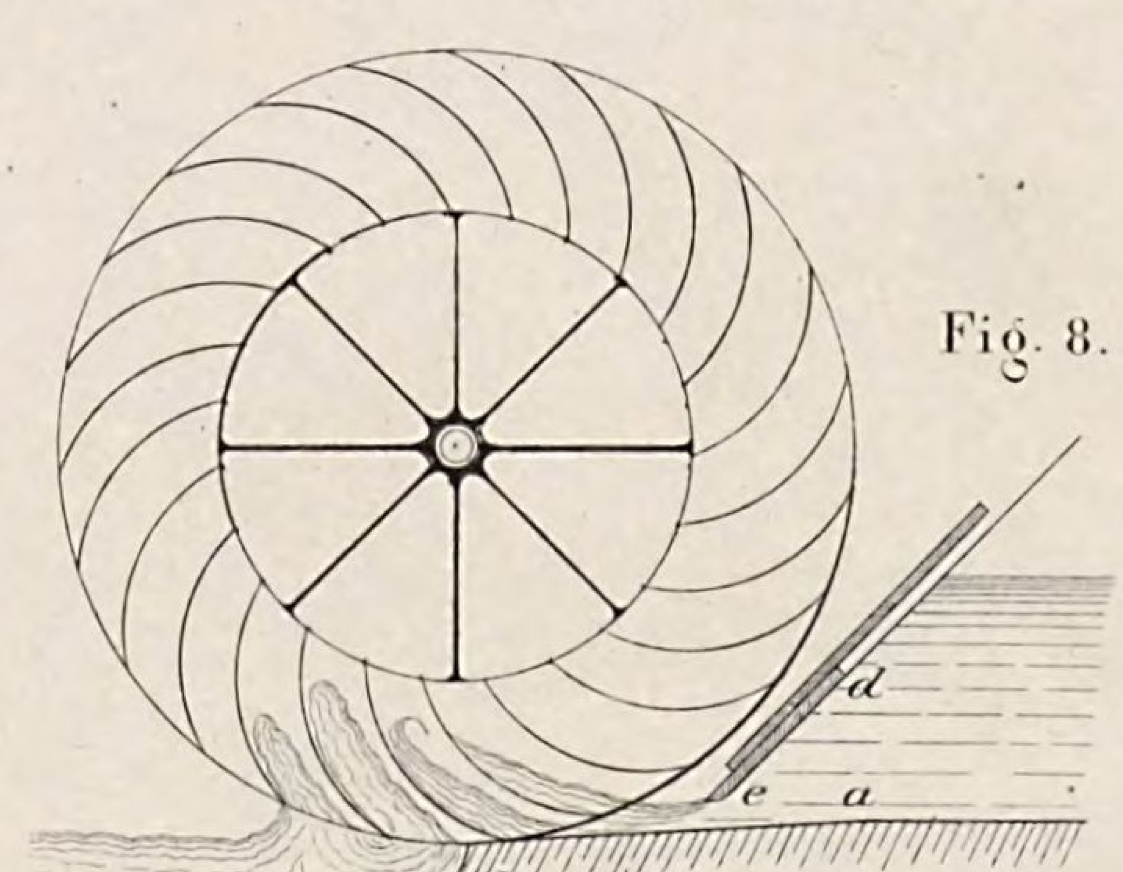


Fig. 8.



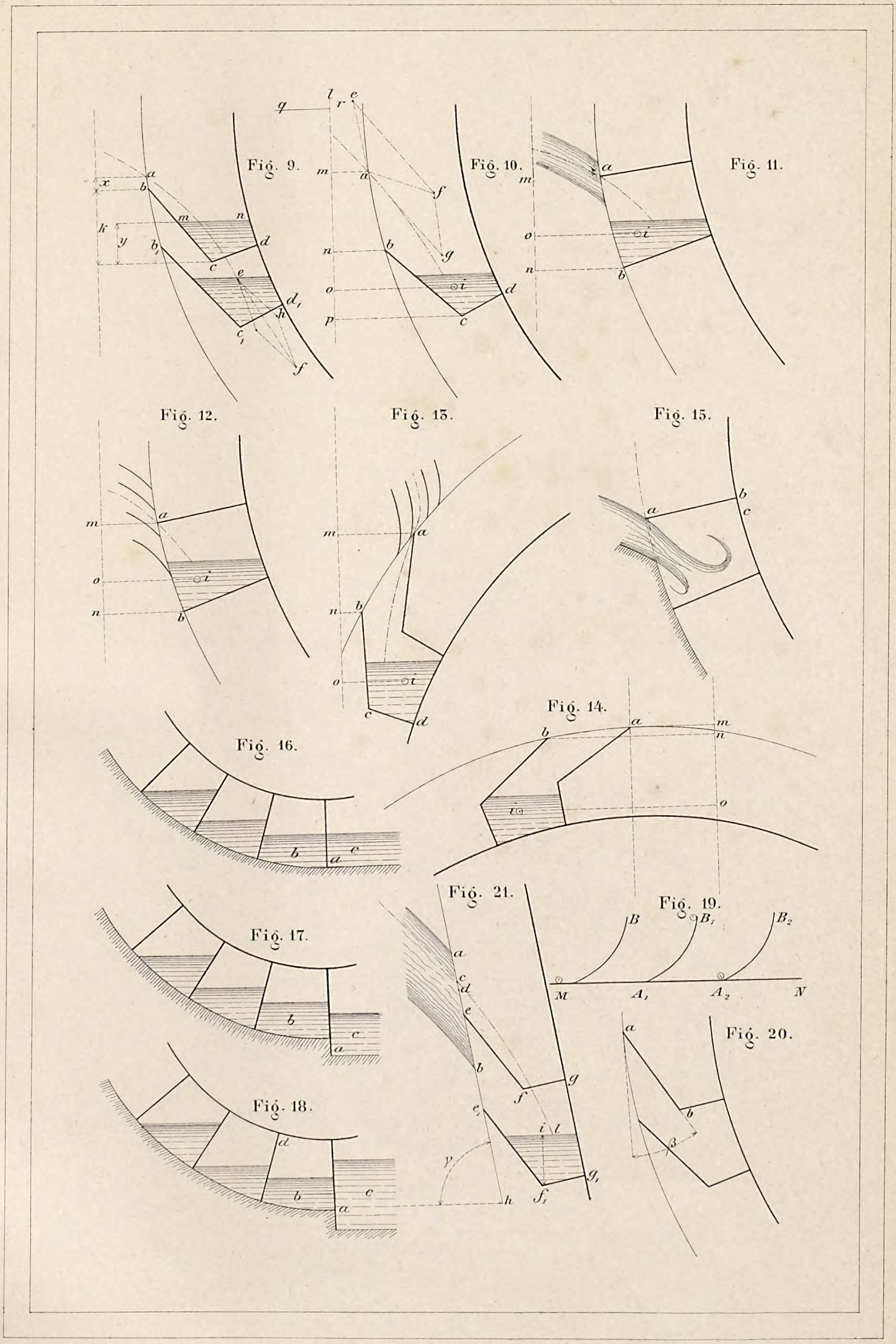


Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.

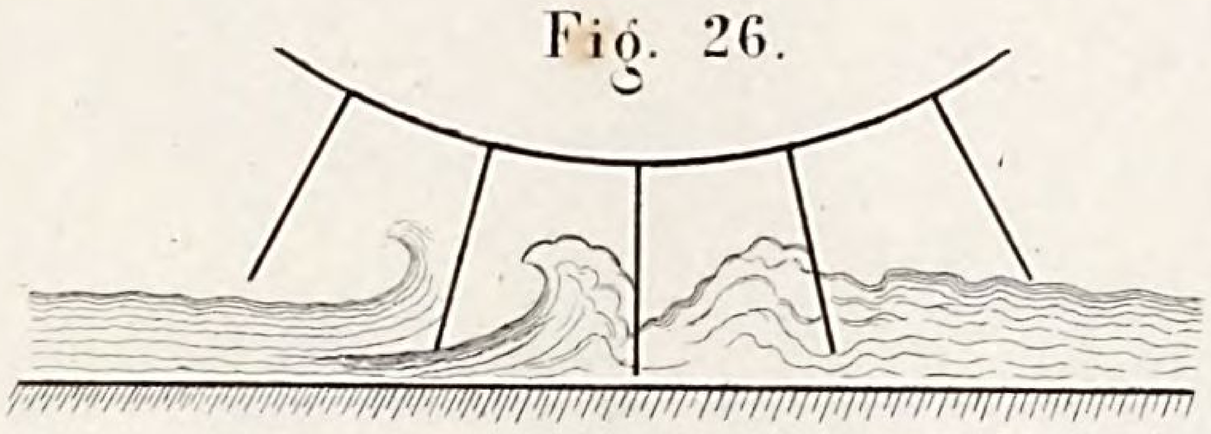


Fig. 26.

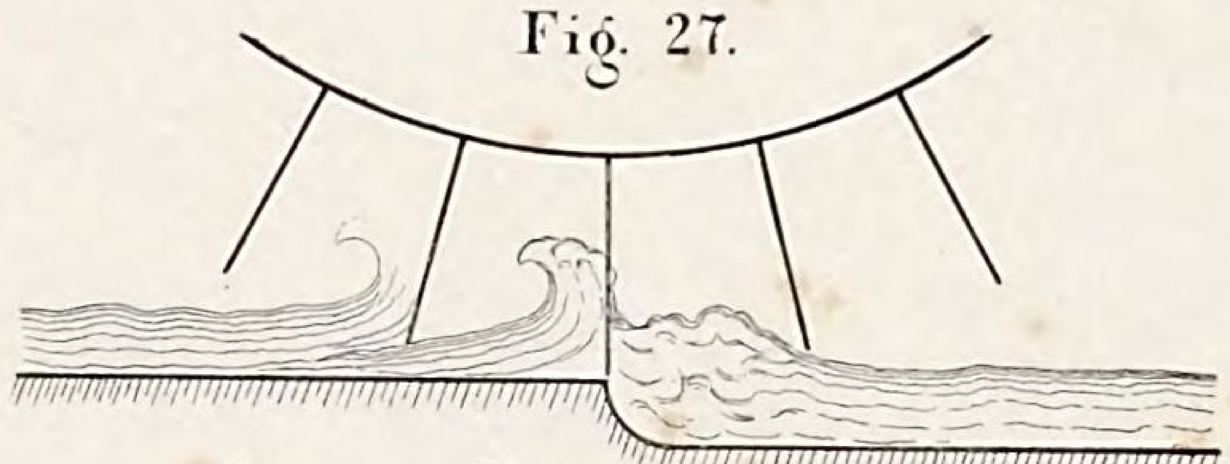


Fig. 27.

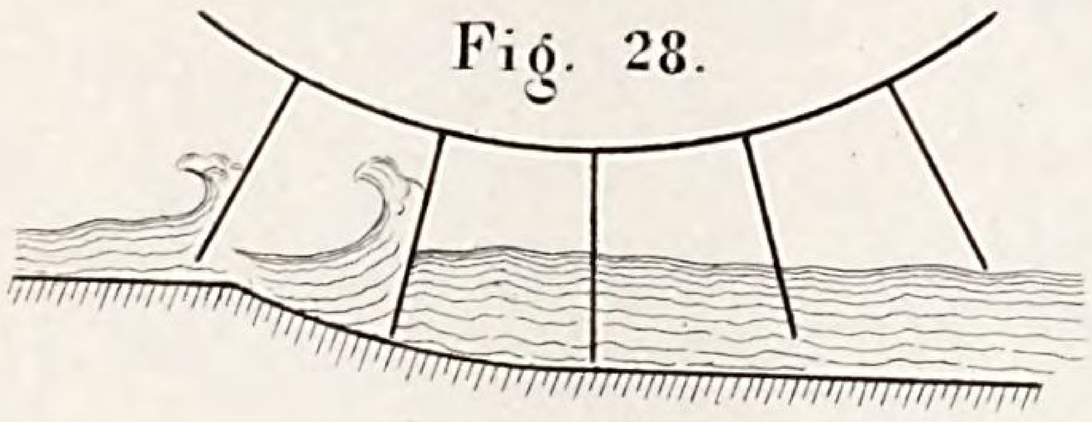


Fig. 28.

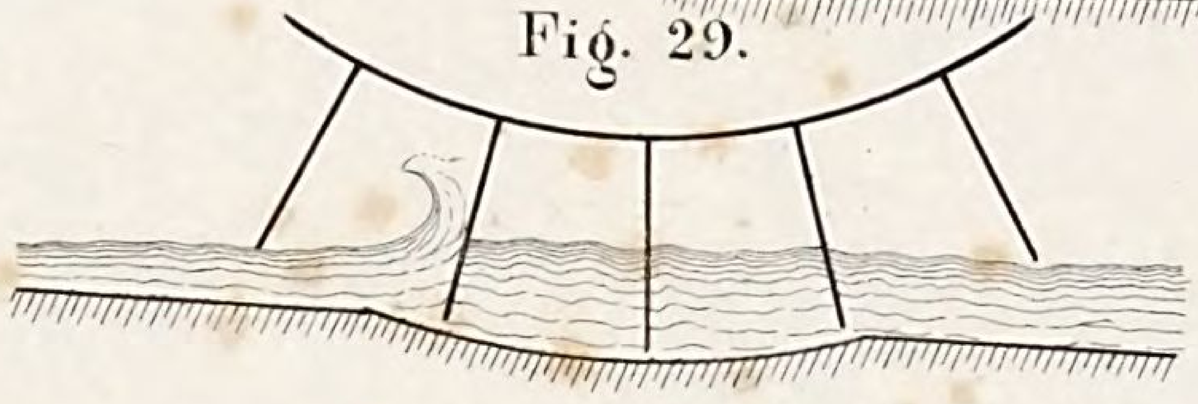


Fig. 29.

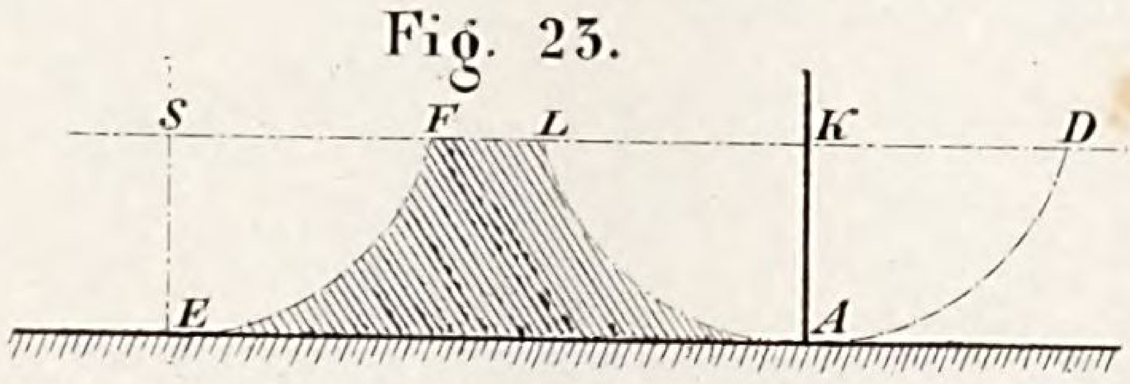


Fig. 23.

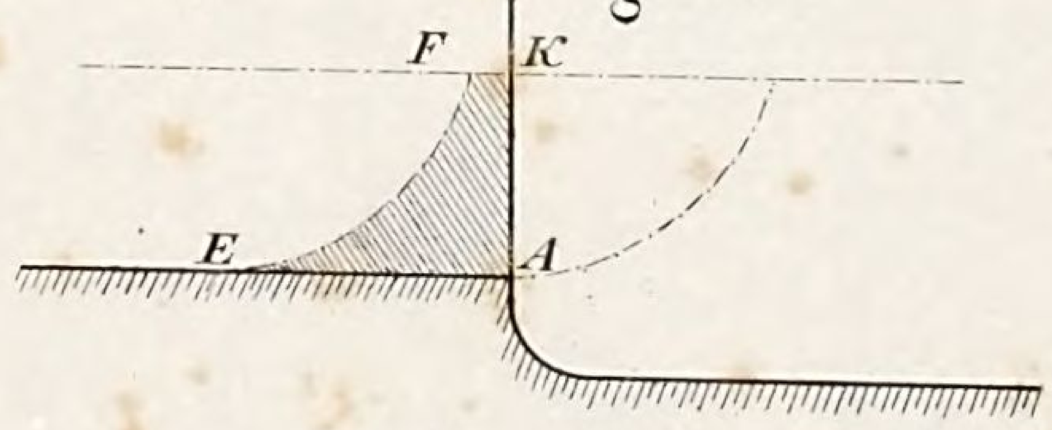


Fig. 24.

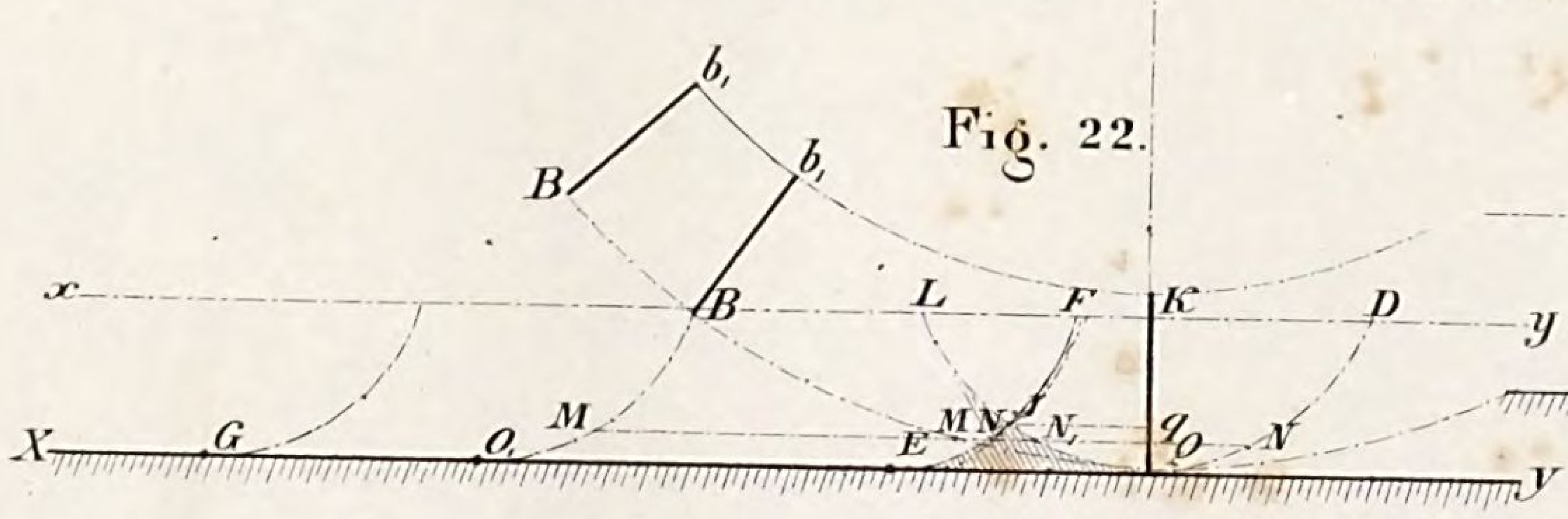


Fig. 22.

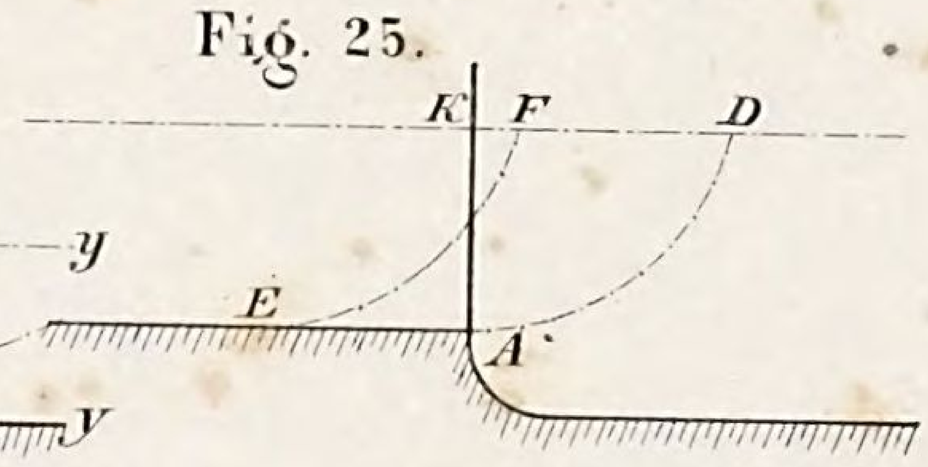


Fig. 25.

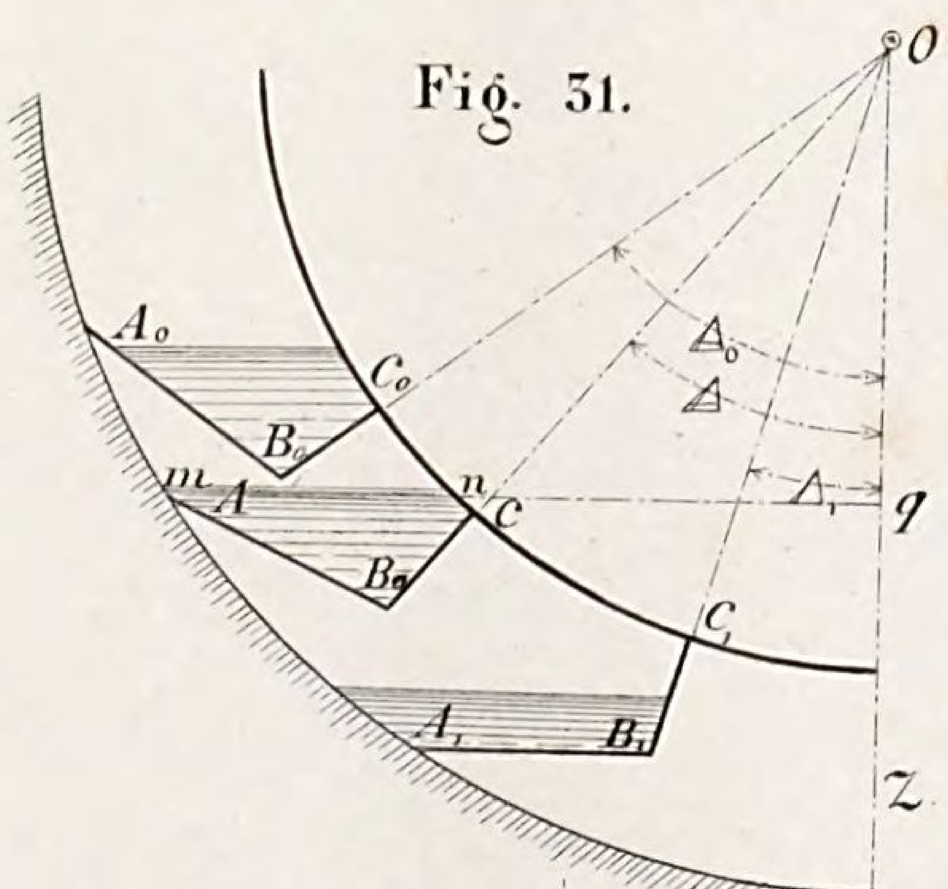


Fig. 31.

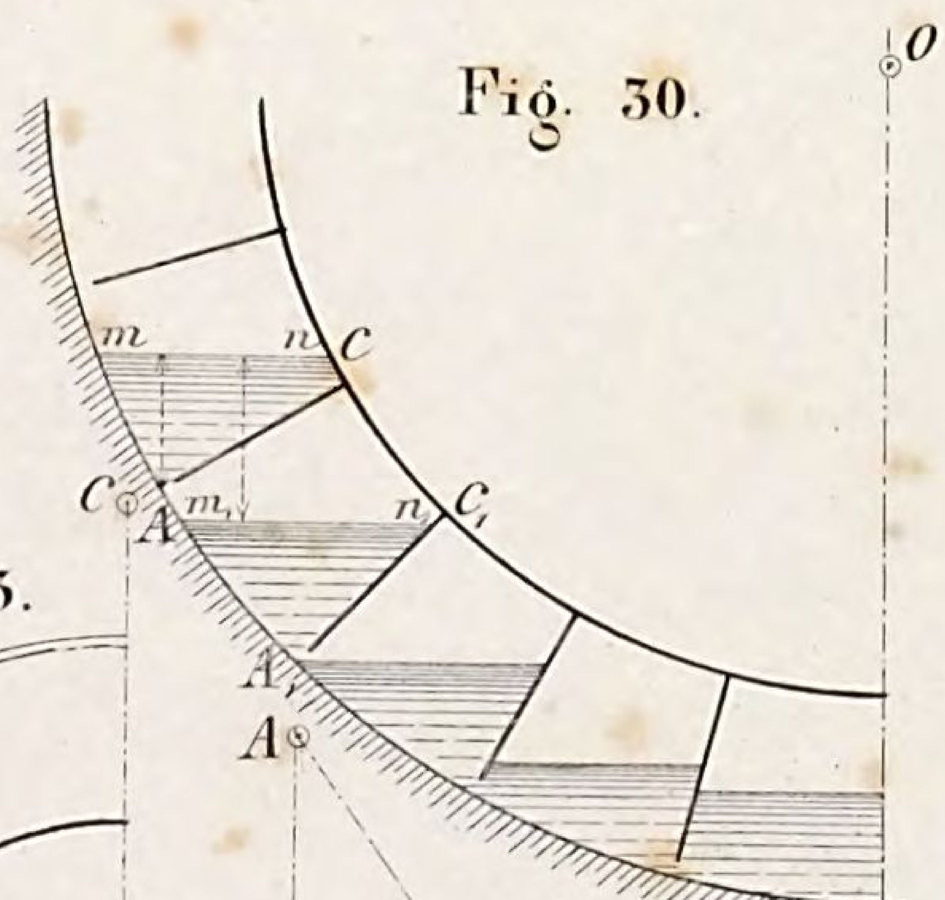


Fig. 30.

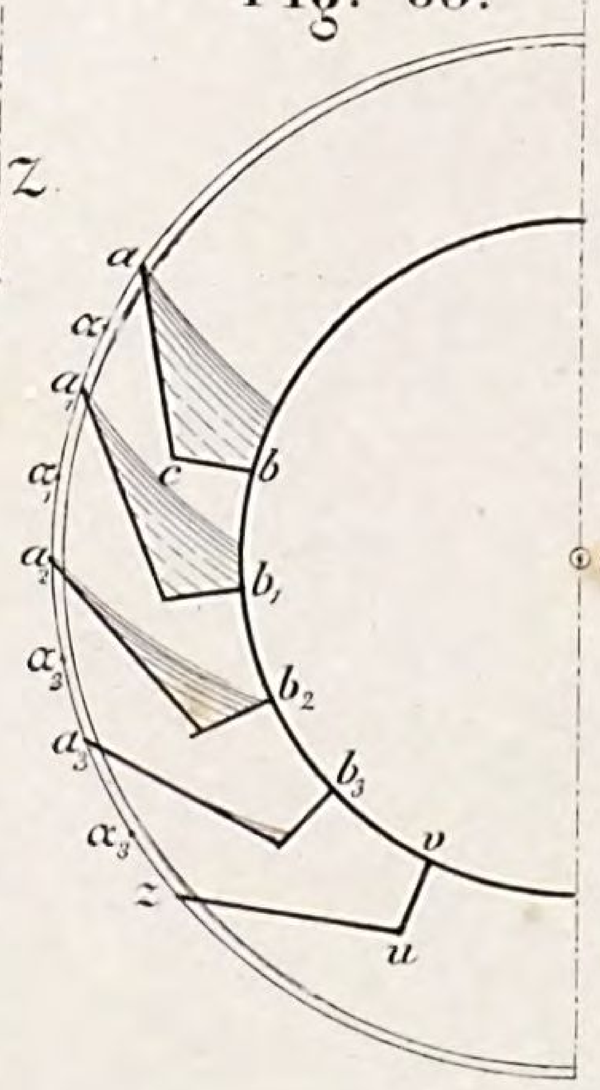


Fig. 33.

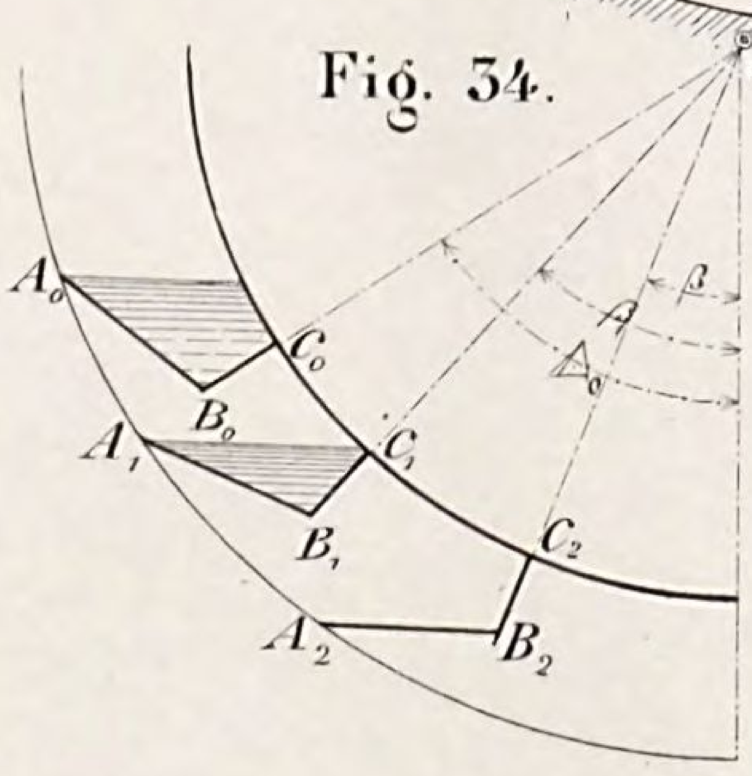


Fig. 34.

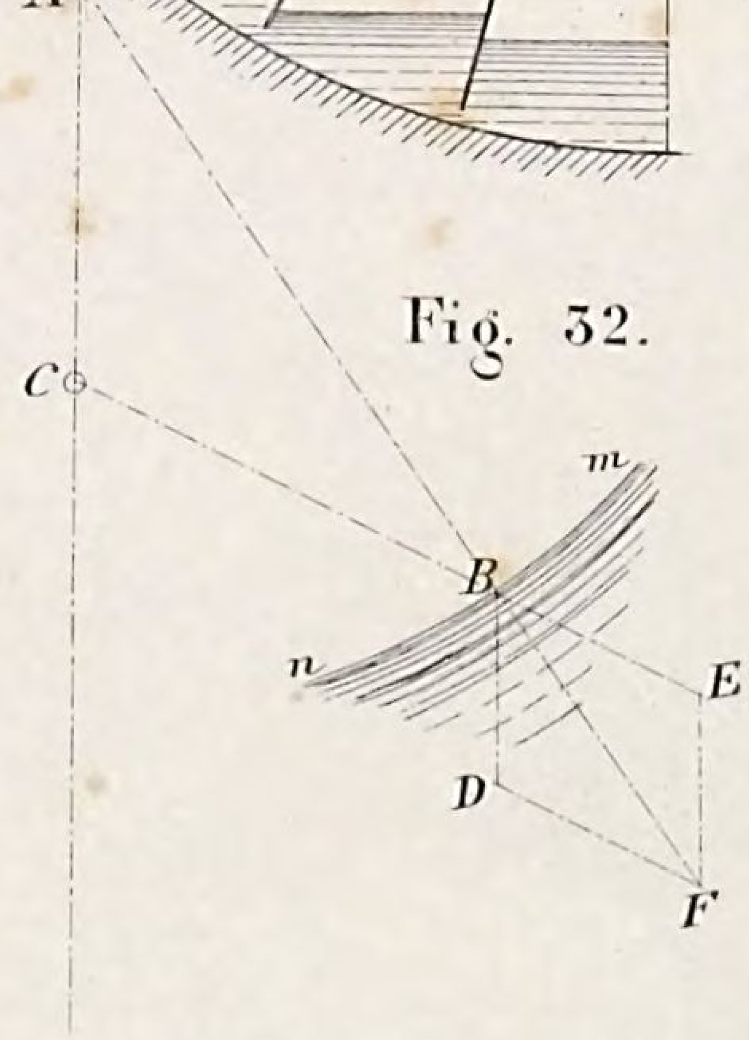


Fig. 32.

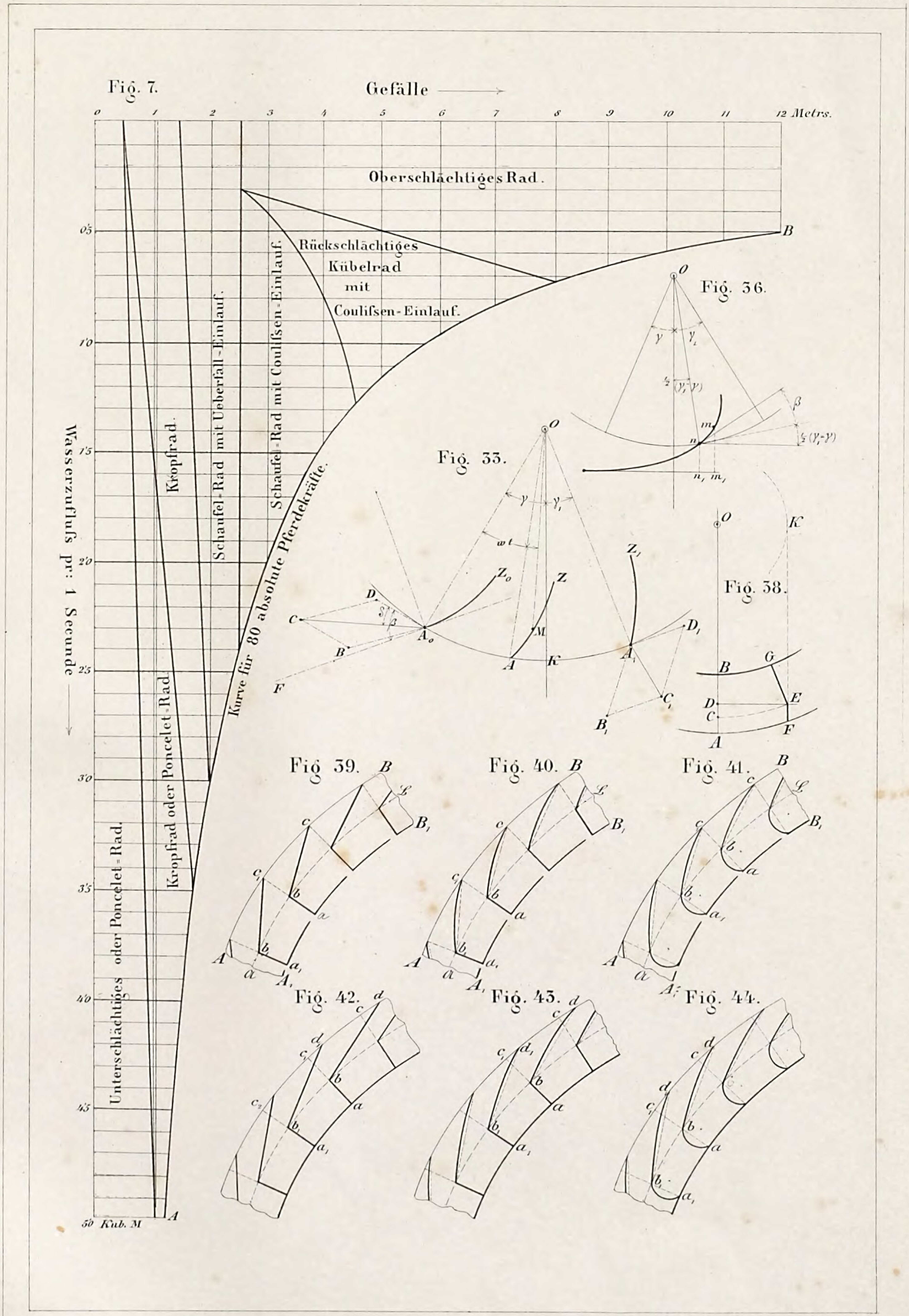

Fig. 7.
Gefälle
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12 Metrs.
Oberschlächtiges Rad.
Rückschlächtiges
Kübelrad
mit
Coulifsen-Einlauf.
Schaufel-Rad mit Coulifsen-Einlauf.
Schaufel-Rad mit Ueberfall-Einlauf.
Kropfrad.
Kurve für 80 absolute Pferdekräfte.
Kropfrad oder Poncelet-Rad
Unterschlächtiges oder Poncelet-Rad.
Wasserzuflufs pr: 1 Secunde
0'5
1'0
1'5
2'0
2'5
3'0
3'5
4'0
4'5
50 Kub. M
A
B
Fig. 36.
Fig. 33.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.

Fig. 45.

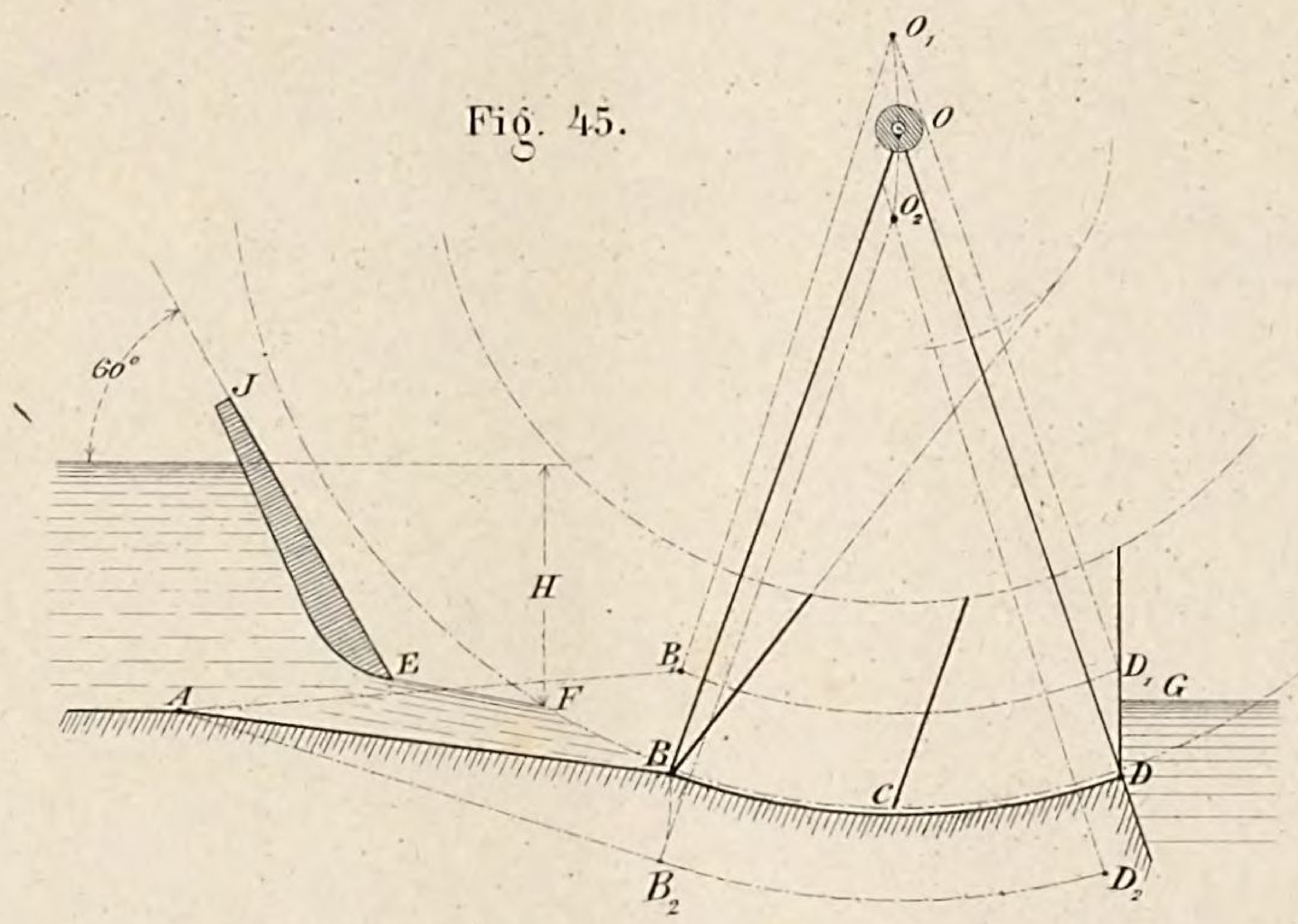


Fig. 48.

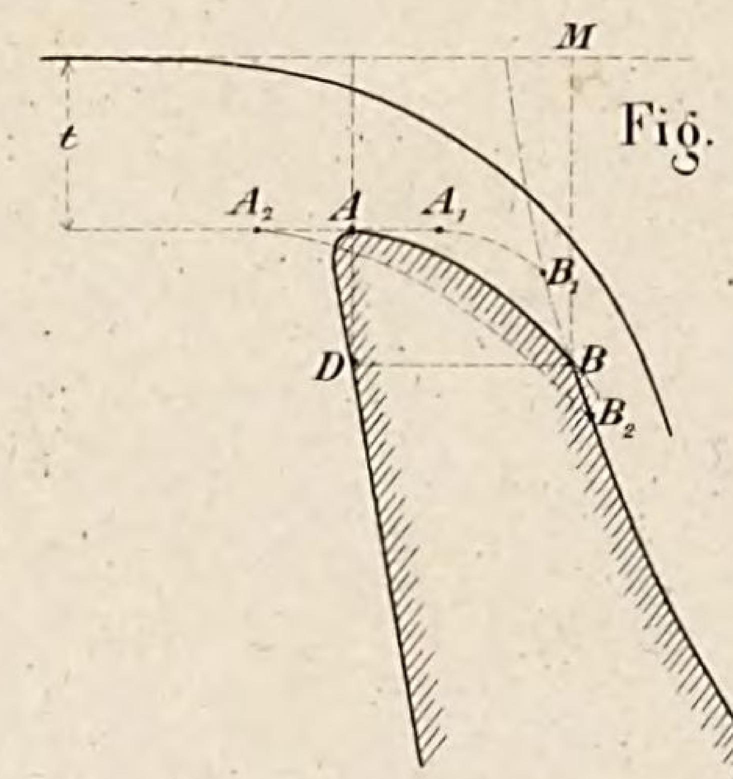


Fig. 47.

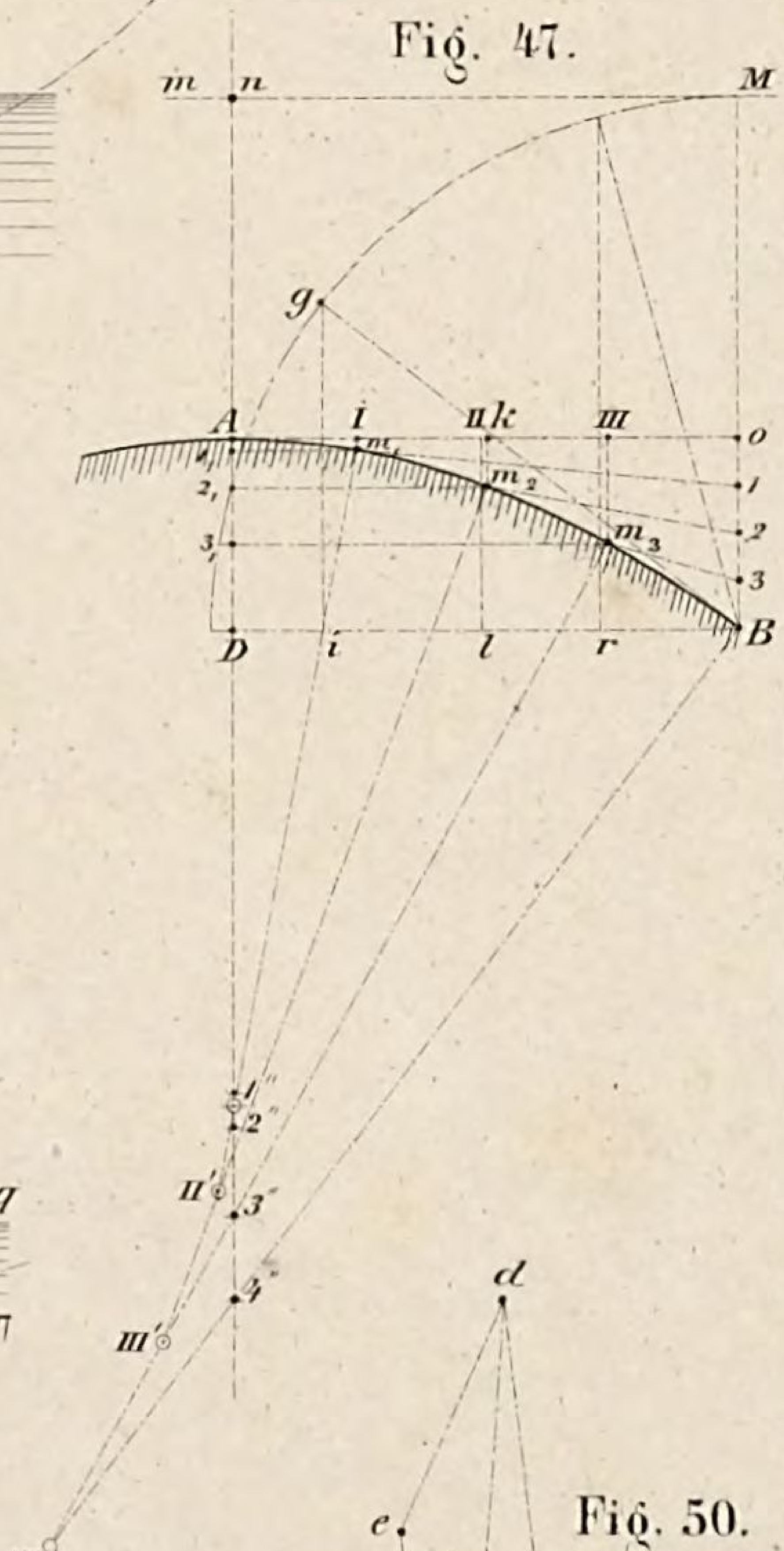


Fig. 46.

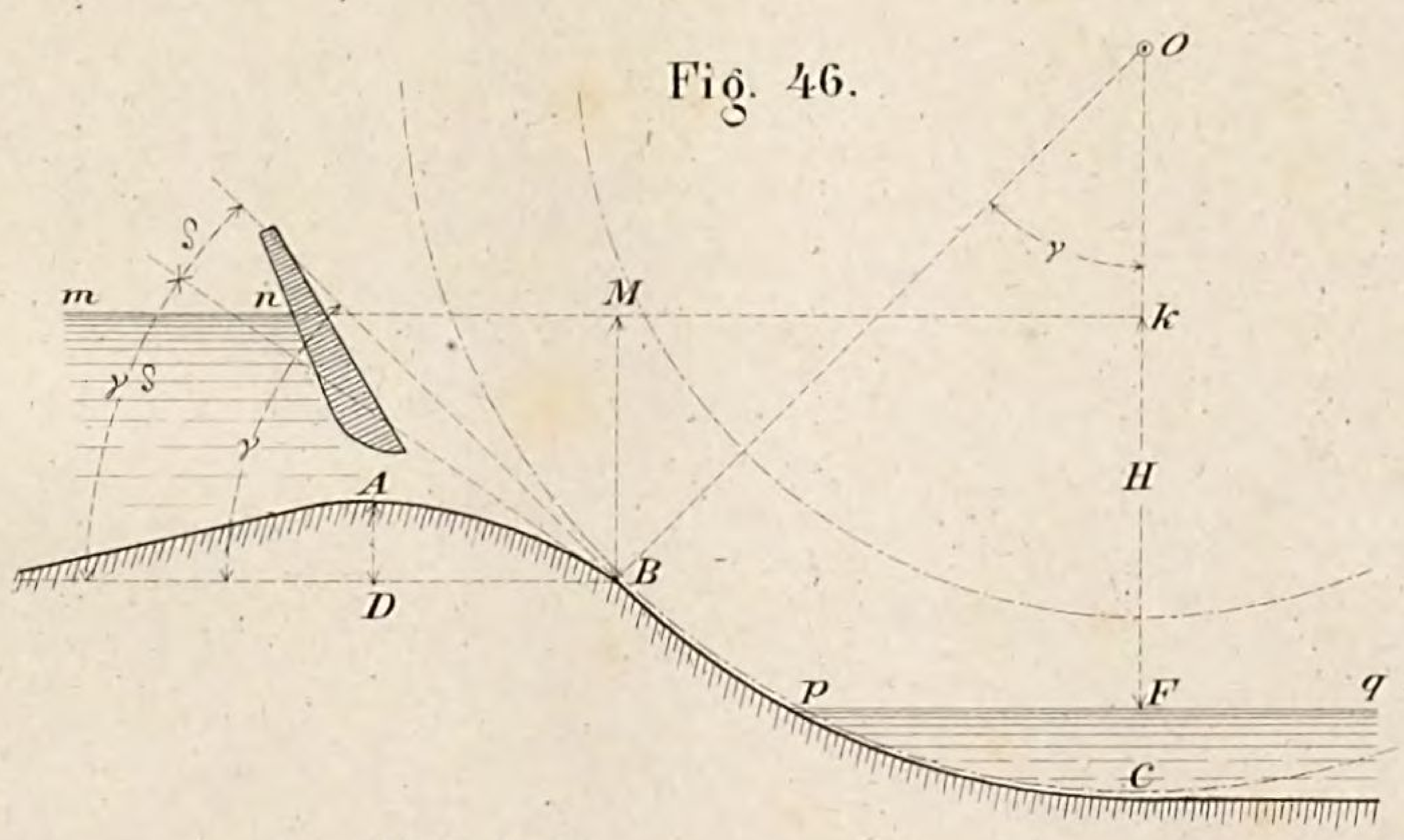


Fig. 49.

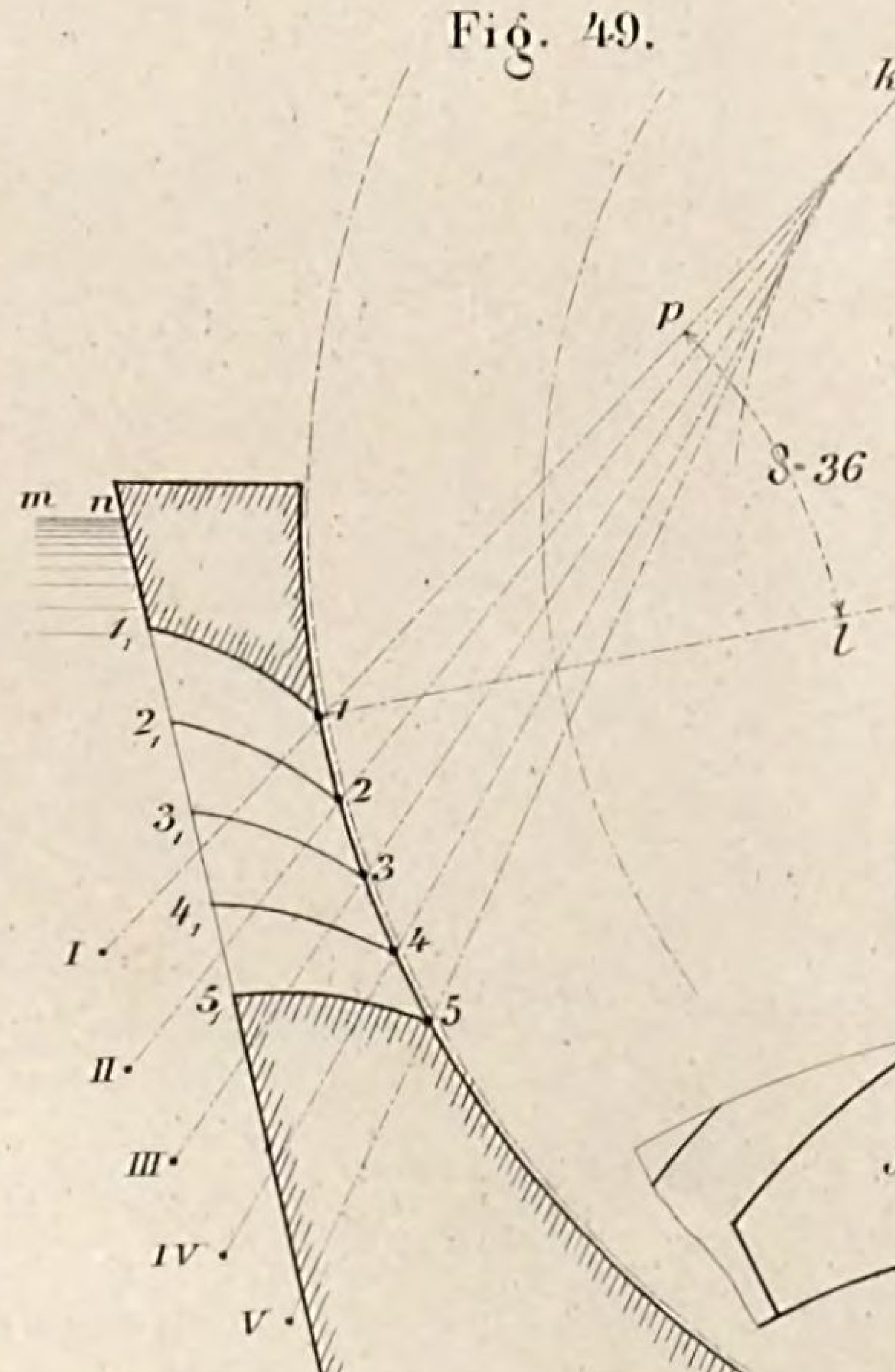


Fig. 50.

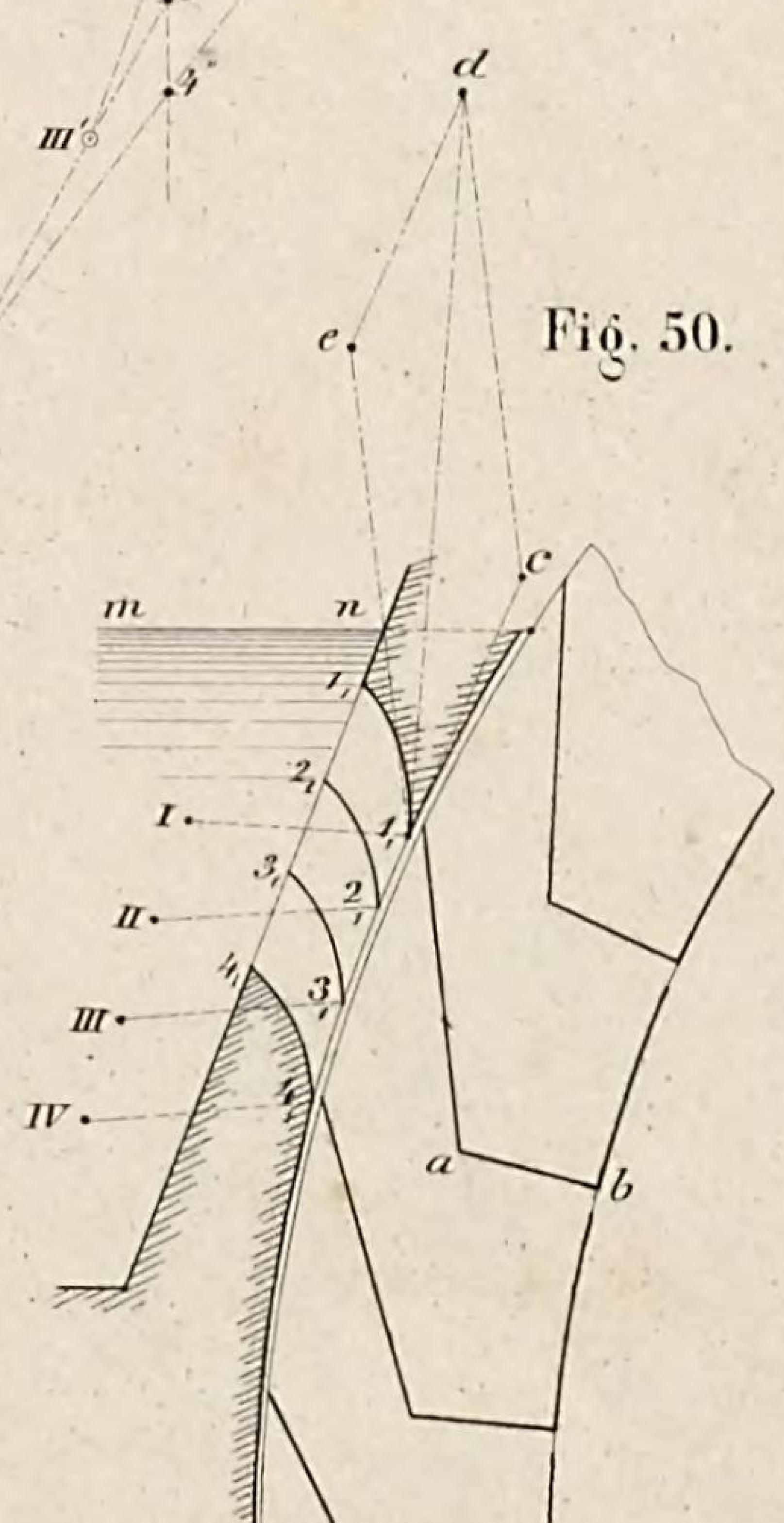


Fig. 51.

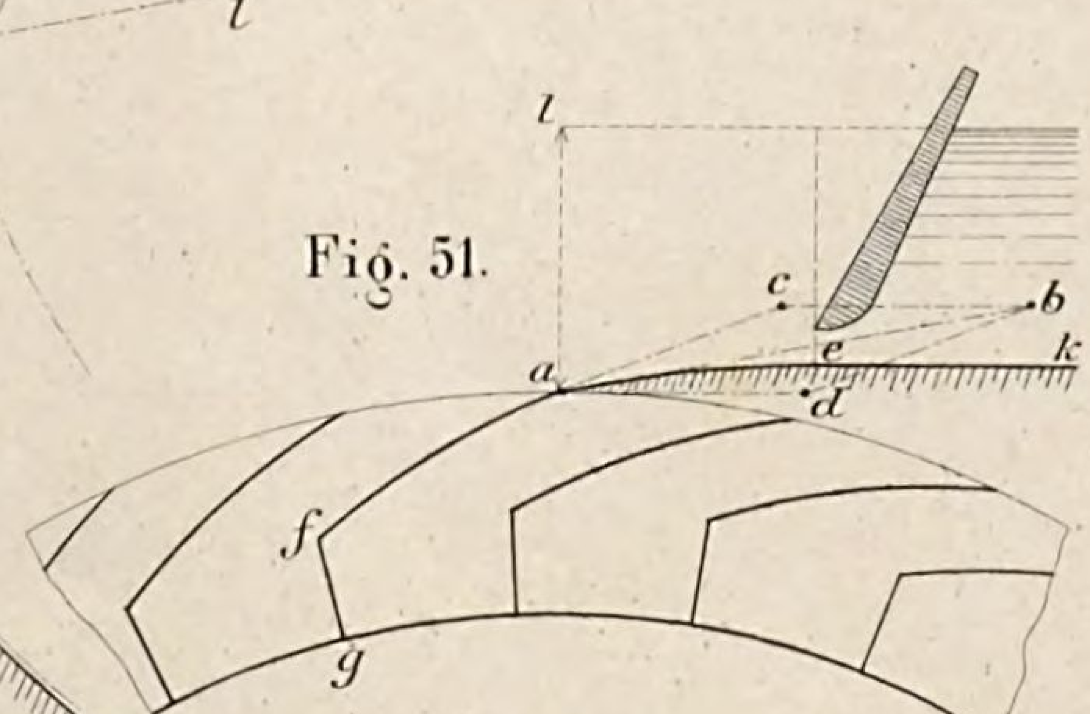


Fig. 52.

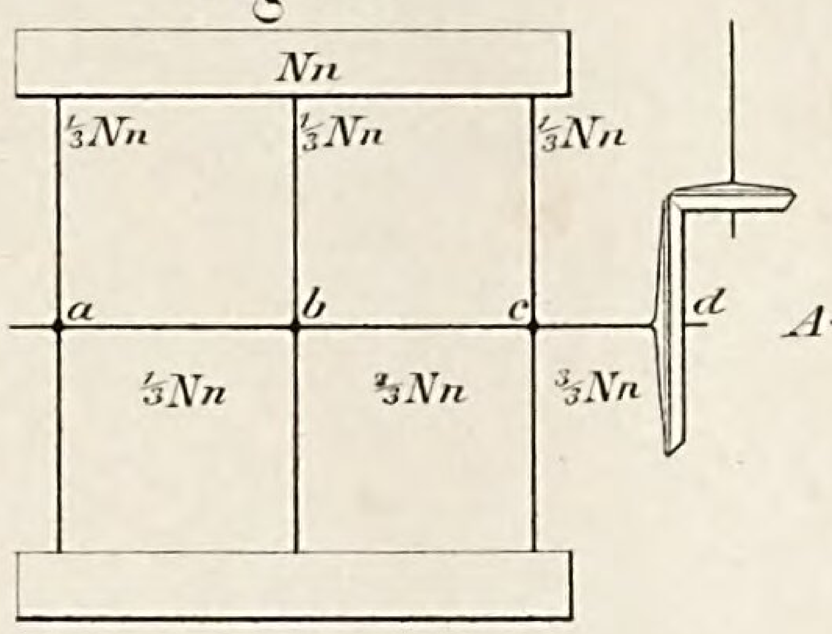


Fig. 53.

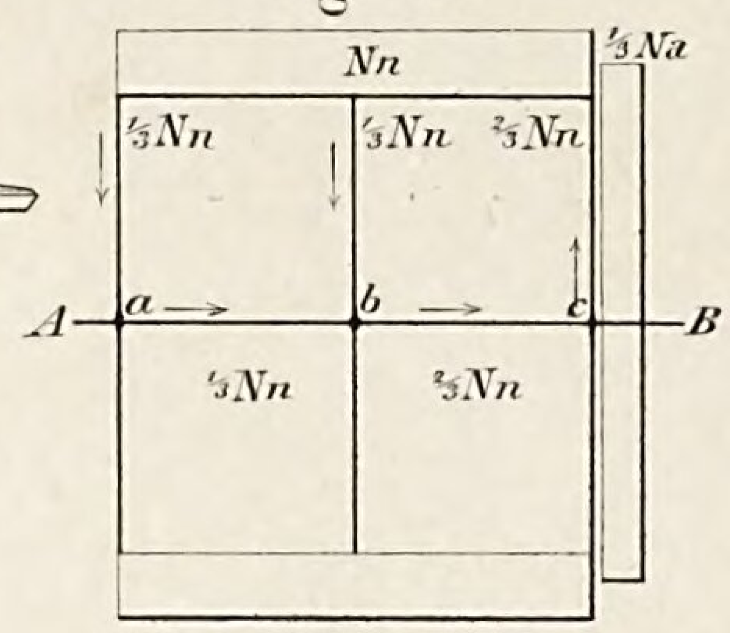


Fig. 70.

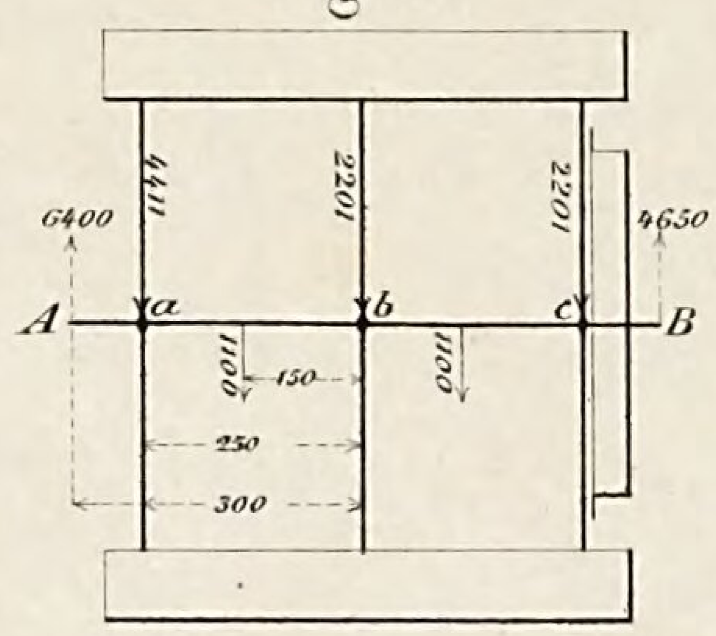


Fig. 55.

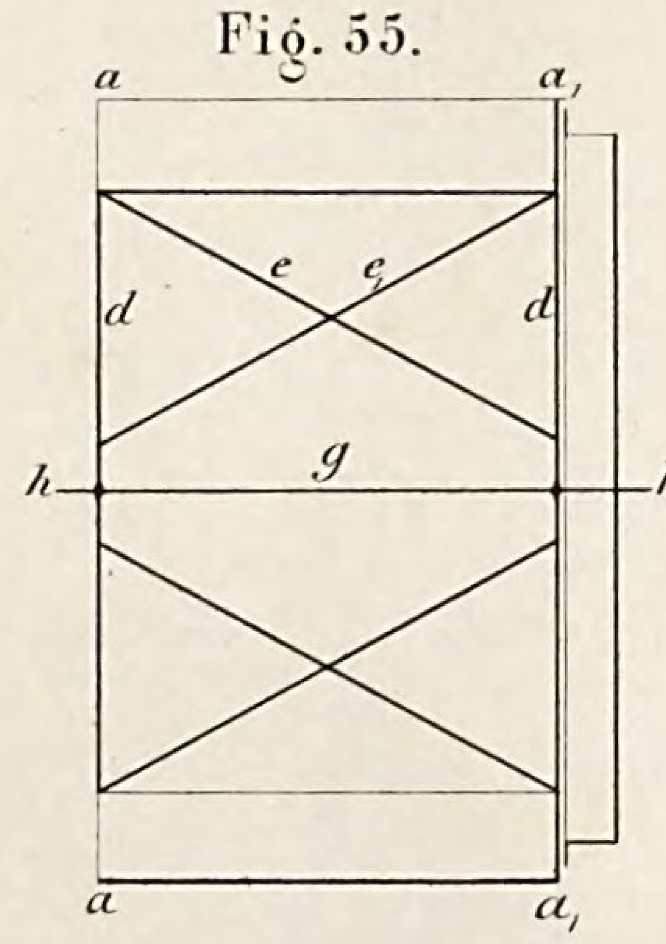


Fig. 54.

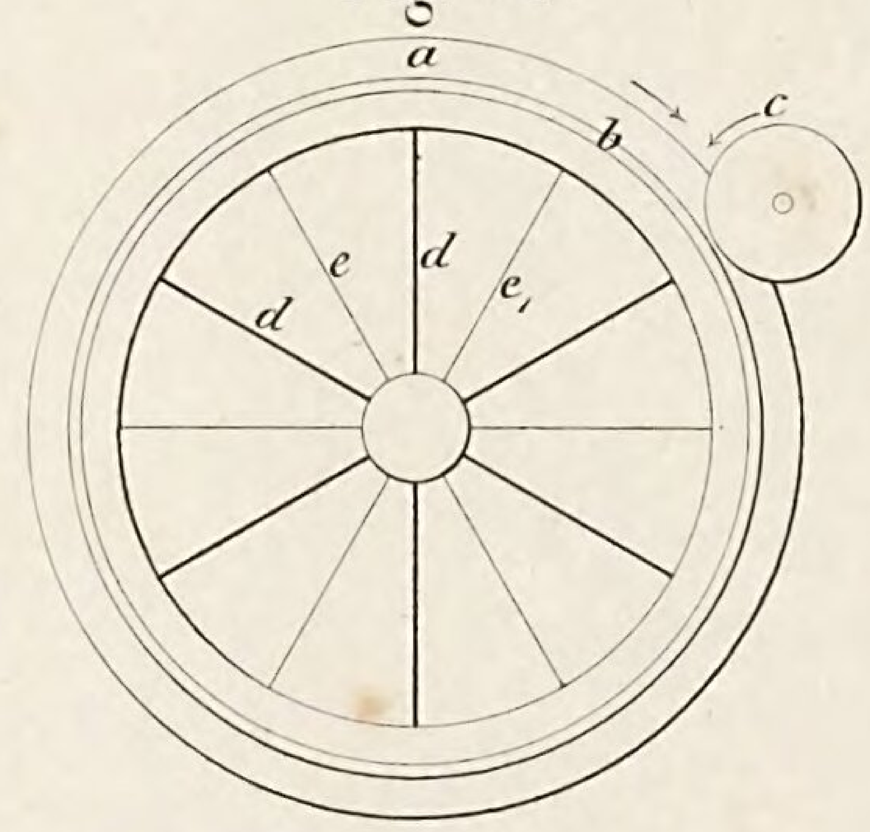


Fig. 56.

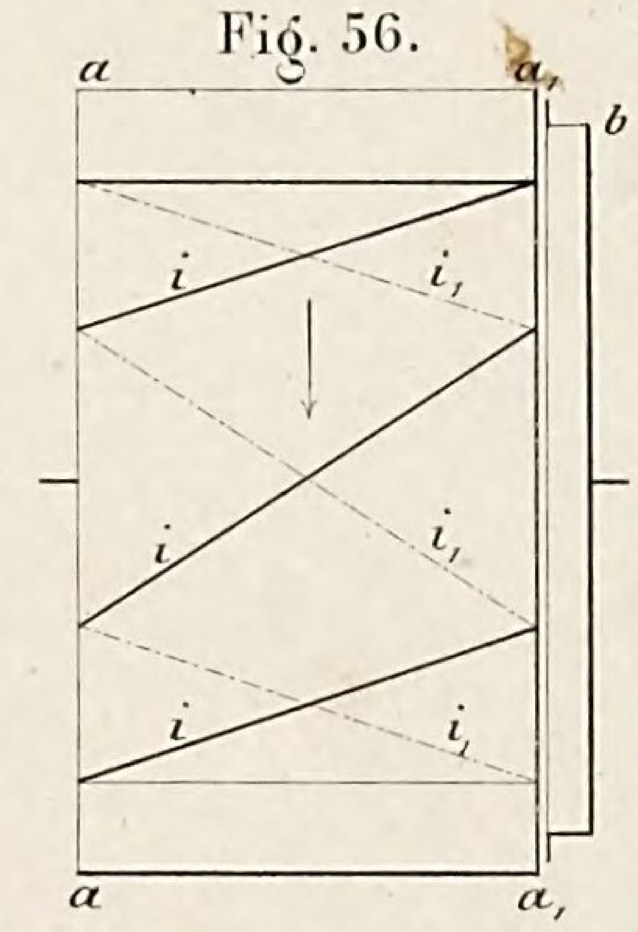


Fig. 59.

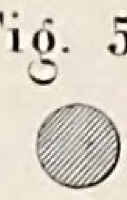


Fig. 58.

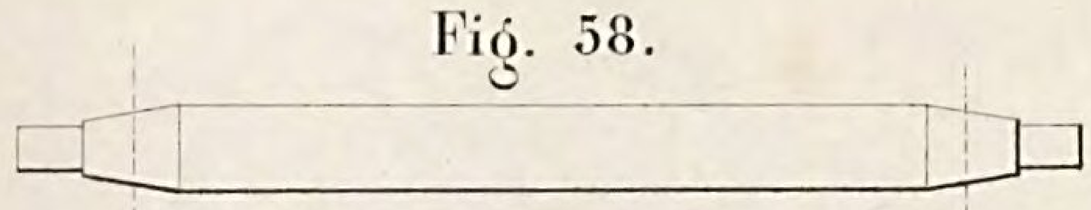


Fig. 64.

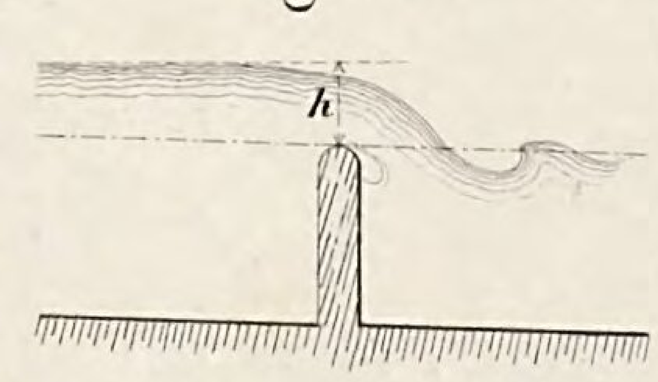


Fig. 63.

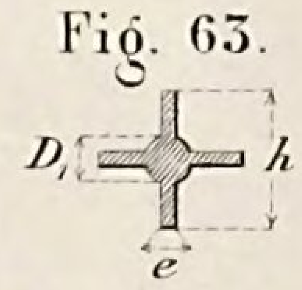


Fig. 60.

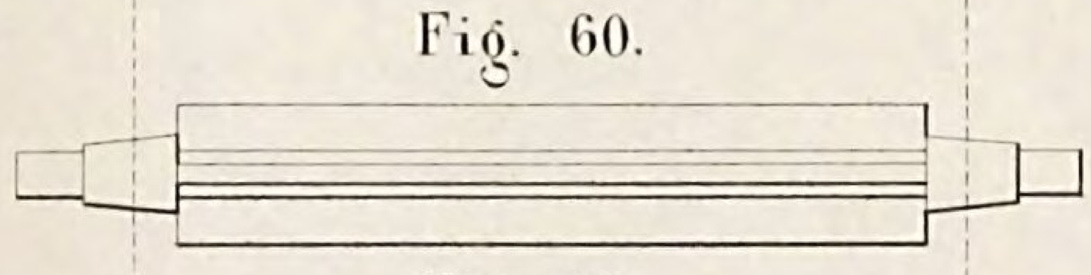


Fig. 60.

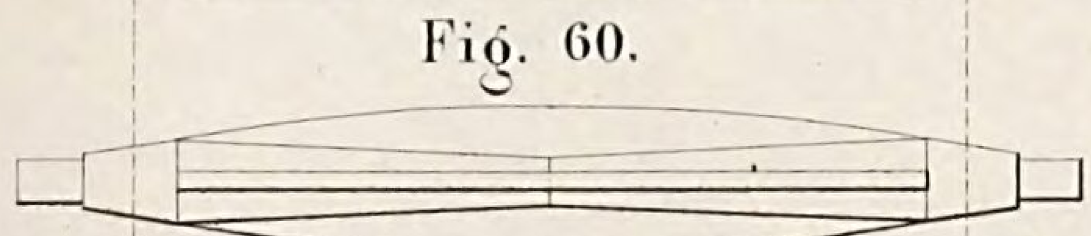


Fig. 65.

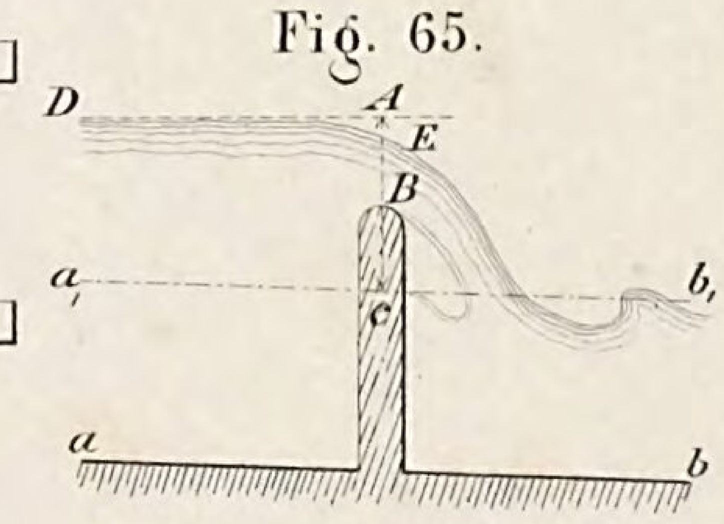


Fig. 57.

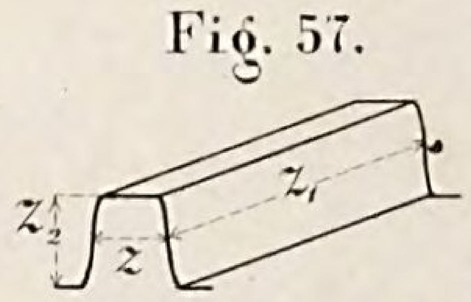


Fig. 62.

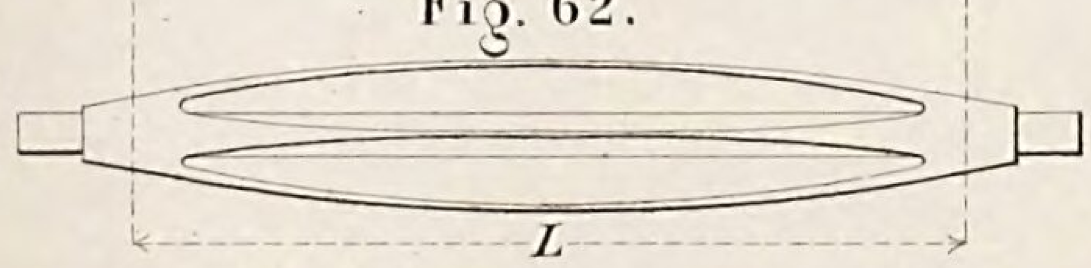


Fig. 66.

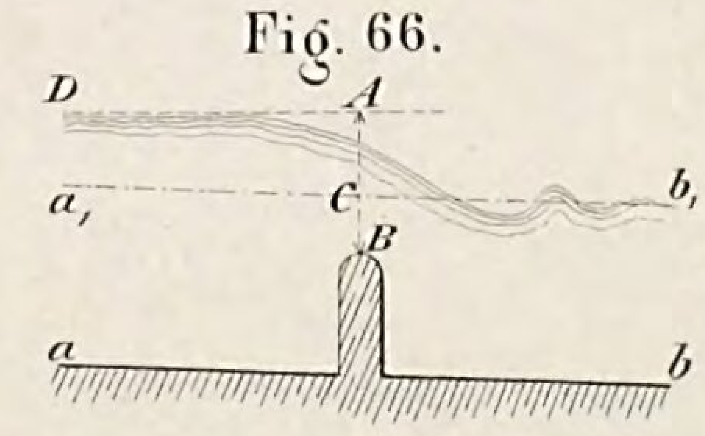


Fig. 68.

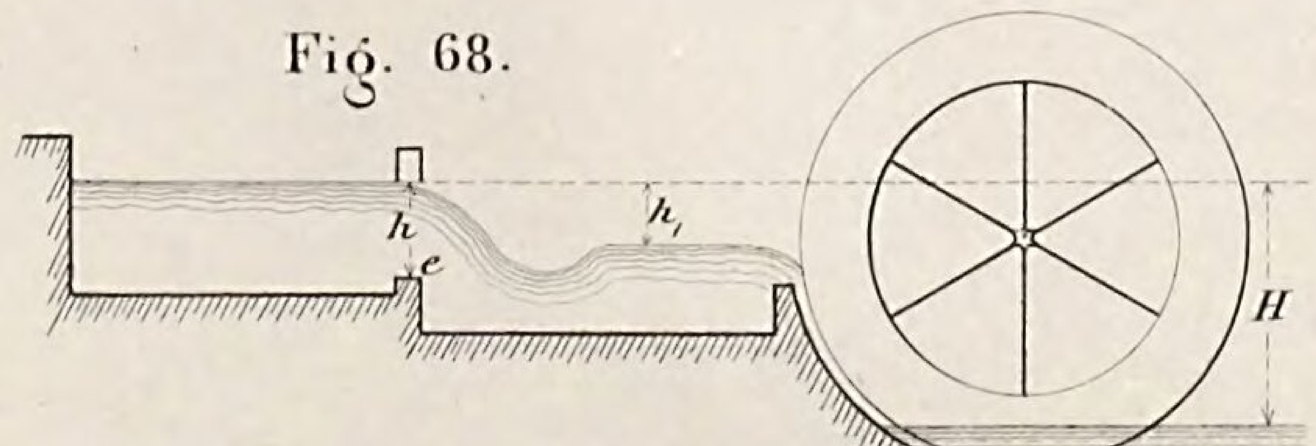


Fig. 69.

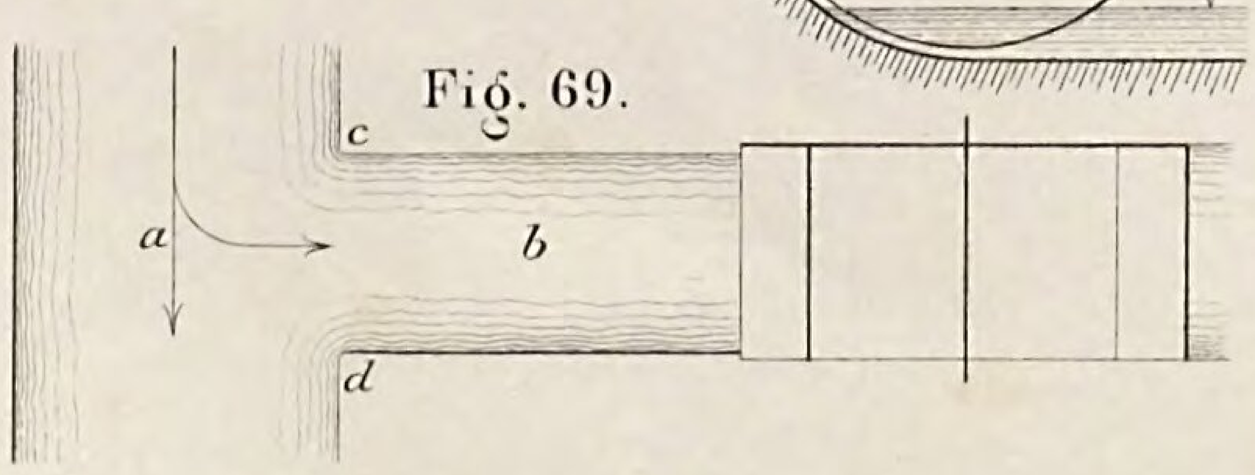
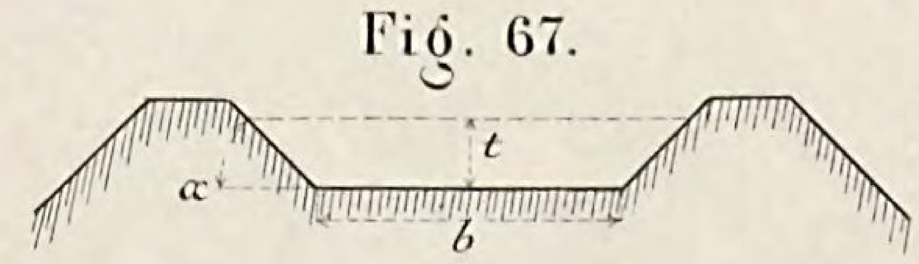


Fig. 67.



Stadtbibliothek Augsburg



4° Techn.
Redtenbacher

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Redtenbacher, Ferdinand,

Theorie und Bau der Wasser-Räder

Bd.: [1]

Mannheim 1858

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- 4 Techn 289 -1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11192255-5